

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤ – ΠΡΟΤΥΠΑ ΣΧΟΛΕΙΑ**2.1. ΘΕΩΡΙΑ****Μάθημα 2^ο – Πράξεις Φυσικών Αριθμών**

- Πρόσθεση και Αφαίρεση φυσικών αριθμών
- Πολλαπλασιασμός και Δυνάμεις φυσικών αριθμών
- Παραστάσεις & Προτεραιότητα των Πράξεων

Στο Course Αυτομάθησης **Μαθηματικά ΣΤ – Πρότυπα Σχολεία**, φροντίζουμε να κατανοήσεις τις μαθηματικές έννοιες και την υπόστασή τους, οπτικά και βιωματικά, συνδέοντας τες με την ίδια την καθημερινότητα.

- **Φύλλα Εξάσκησης**

Στο Course καλλιεργείς την σκέψη σου και εμπεδώνεις τον τρόπο εφαρμογής της Θεωρίας σε ασκήσεις κατηγοριοποιημένες ανά διδακτικό στόχο. Με τα Φύλλα μαθαίνεις και γίνεσαι άριστος στο μάθημα.

- **Μελέτη σε Video**

Στο Course μελετάς Λυμένα σε Video τα Θέματα **25, 27** (σελ. 28) , από το Κεφ. 1 «Φυσικοί αριθμοί» του [Βιβλίου ARNOS](#)

- **Εμβάθυνση σε Θέματα Εξετάσεων**

Θέματα **22 – 29** (σελ. 27 – 28) από το Κεφ. 1 «Φυσικοί αριθμοί» του [Βιβλίου ARNOS](#)

ΘΕΩΡΙΑ

■ Πρόσθεση φυσικών αριθμών

Για να προσθέσουμε δύο φυσικούς αριθμούς, τους τοποθετούμε ώστε τα ψηφία των προσθετέων που έχουν την **ίδια αξία θέσης**, να βρίσκονται το ένα ακριβώς κάτω από το άλλο.

π.χ.

Δ Μ	Ε Δ Μ	Ε Δ Μ	Χ . Ε Δ Μ
7 9	3 2 6	5 4 7	9 . 4 6 7
+ 3 ^①	+ 0 5 3	- 3 1 9 ^①	+ 0 5 1 2
8 2	3 7 9	2 2 8	9 . 9 7 9

Με αντίστοιχο τρόπο γίνεται και η αφαίρεση φυσικών αριθμών.



Λέξεις – Κλειδιά αναγνώρισης της πρόσθεσης:

Προσθετέοι, Άθροισμα, Σύνολο, Μεγαλύτερος/Αυξημένος κατά...

■ Ιδιότητες πρόσθεσης

- **Αντιμεταθετική Ιδιότητα**, δηλαδή δεν παίζει ρόλο η σειρά στην πρόσθεση.

$$\alpha + \beta = \beta + \alpha$$

π.χ. $8 + 5 = 13$ και $5 + 8 = 13$, $12 + 10 = 22$ και $10 + 12 = 22$

- **Προσεταιριστική Ιδιότητα** δηλαδή δεν παίζει ρόλο η σειρά επιλογής των προσθετέων.

$$\alpha + \beta + \gamma = (\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$$

π.χ. $3 + 2 + 1 = (3 + 2) + 1 = 3 + (2 + 1) = (3 + 1) + 2 = 3 + 1 + 2 = 6$

- **Ουδέτερο στοιχείο** της πρόσθεσης είναι ο αριθμός 0, διότι αν προστεθεί με οποιονδήποτε αριθμό, δεν τον αλλάζει.

π.χ. $0 + 5 = 5$, $13 + 0 = 13$, $135 + 0 = 135$, $206 + 0 = 206$

■ Πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών

- **Πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών** είναι η πράξη – ενέργεια με την οποία ένας φυσικός αριθμός (**πολλαπλασιαστέος**), πολλαπλασιάζεται με έναν άλλον φυσικό αριθμό (**πολλαπλασιαστής**) και προκύπτει ένας νέος αριθμός. Το αποτέλεσμα αυτής της πράξης λέγεται **γινόμενο**.
- **Πολλαπλασιαστέος** είναι ο αριθμός που πρόκειται να πολλαπλασιαστεί (λήγει σε – **τέος**)
- **Πολλαπλασιαστής** είναι ο αριθμός που πολλαπλασιάζει.



Λέξεις – Κλειδιά αναγνώρισης του πολλαπλασιασμού:

Παράγοντες γινομένου, Άθροισμα του ίδιου αριθμού πολλές φορές.

π.χ. **1ο Βήμα:** Στον πολλαπλασιασμό 75×21 , πολλαπλασιάζουμε τις Μονάδες (**1**) του πολλαπλασιαστή με καθένα από τα ψηφία του πολλαπλασιαστέου: $75 \times 1 = 75$

2ο Βήμα: Έπειτα, πολλαπλασιάζουμε τις Δεκάδες (**2**) του πολλαπλασιαστή με καθένα από τα ψηφία του πολλαπλασιαστέου:

$$75 \times 2 = 150 \text{ Δεκάδες} = 150 \cdot 10 = 1.500$$

3ο Βήμα: Τέλος, προσθέτουμε τα επιμέρους γινόμενα: $75 + 1.500 = 1.575$

$$\text{Άρα: } 75 \times 21 = 75 \times (1 + 20) = 75 \times 1 + 75 \times 20 = 75 + 1.500 = 1.575$$

ΜΧ	Ε	Δ	Μ	→	
		7	5		πολλαπλασιαστέος
×		2	1		πολλαπλασιαστής
		7	5	→	$75 \times 1 = 75$
+	1	.	5	0	0
	1	.	5	7	5
				→	γινόμενο

■ Πολλαπλασιασμός φυσικού αριθμού με το 10, 100, 1.000, ...

- Όταν πολλαπλασιάζουμε έναν φυσικό αριθμό **με το 10**, οι Μονάδες γίνονται Δεκάδες και εμφανίζεται ένα μηδενικό στο τέλος του αριθμού. Όλα τα ψηφία του αριθμού παρασύρονται κατά μία θέση.

$$\text{π.χ. } 16 \cdot 10 = 160, \quad 32 \cdot 10 = 320, \quad 24 \cdot 10 = 240, \quad 56 \cdot 10 = 560$$

- Όταν πολλαπλασιάζουμε έναν φυσικό αριθμό **με το 100**, οι Μονάδες γίνονται Εκατοντάδες και εμφανίζονται δύο μηδενικά στο τέλος του αριθμού. Όλα τα ψηφία του αριθμού παρασύρονται κατά δύο θέσεις.

$$\text{π.χ. } 35 \cdot 100 = 3.500, \quad 19 \cdot 100 = 1.900, \quad 43 \cdot 100 = 4.300, \quad 78 \cdot 100 = 7.800$$

- Όταν πολλαπλασιάζουμε έναν φυσικό αριθμό **με το 1.000**, οι Μονάδες γίνονται Χιλιάδες και εμφανίζονται τρία μηδενικά στο τέλος του αριθμού. Όλα τα ψηφία του αριθμού παρασύρονται κατά τρεις θέσεις.

$$\text{π.χ. } 29 \cdot 1.000 = 29.000, \quad 46 \cdot 1.000 = 46.000, \quad 67 \cdot 1.000 = 67.000$$

■ Ιδιότητες πολλαπλασιασμού

- **Αντιμεταθετική Ιδιότητα**, δηλαδή, δεν παίζει ρόλο η σειρά στον πολλαπλασιασμό

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$\text{π.χ. } 3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 = 15, \quad 4 \cdot 8 = 8 \cdot 4 = 32, \quad 12 \cdot 8 = 8 \cdot 12 = 96$$

- **Προσεταιριστική Ιδιότητα**, δηλαδή, δεν παίζει ρόλο η σειρά επιλογής των παραγόντων

$$a \cdot b \cdot \gamma = (a \cdot b) \cdot \gamma = a \cdot (b \cdot \gamma)$$

$$\text{π.χ. } 5 \cdot 4 \cdot 2 = (5 \cdot 4) \cdot 2 = 5 \cdot (4 \cdot 2) = (5 \cdot 2) \cdot 4 = 40$$



Επιμεριστική Ιδιότητα:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Ο πολλαπλασιασμός ενός αριθμού με το άθροισμα δύο προσθετέων είναι ίσος με το άθροισμα των επιμέρους γινομένων. Η Επιμεριστική Ιδιότητα συνδυάζει πολλαπλασιασμό και πρόσθεση. Η Επιμεριστική Ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ισχύει και για την αφαίρεση.

$$\text{π.χ. } 4 \cdot (6 - 2) = 4 \cdot 6 - 4 \cdot 2 = 24 - 8 = 16,$$

$$2 \cdot (5 + 3) = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3 = 10 + 6 = 16$$

Ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού είναι ο αριθμός 1, διότι αν πολλαπλασιαστεί με οποιονδήποτε αριθμό, δεν τον αλλάζει.

$$\text{π.χ. } 1 \cdot 33 = 33, 27 \cdot 1 = 27, 1 \cdot 45 \cdot 1 = 45, 1 \cdot 67 \cdot 1 = 67$$

■ Δύναμη φυσικού αριθμού

Ήδη έχουμε καταλάβει ότι τα Μαθηματικά είναι ένα παιχνίδι λογικής και έξυπνων συμβόλων. Πώς θα έγραφες το $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$, δηλαδή, τον πολλαπλασιασμό του 5 με τον εαυτόν του 8 φορές; Τι σκέφτηκαν οι μεγάλοι των Μαθηματικών;

Έξυπνα γράφουμε: $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^8$

Βάση είναι ο αριθμός 5 που πολλαπλασιάζεται με τον εαυτόν του και **εκθέτης** ο αριθμός 8 που δείχνει πόσες φορές πολλαπλασιάζεται η βάση με τον εαυτό της.

Δύναμη είναι η μαθηματική πράξη επαναλαμβανόμενου πολλαπλασιασμού του ίδιου αριθμού.

Βάση είναι ο επαναλαμβανόμενος αριθμός που πολλαπλασιάζεται και **εκθέτης** είναι το πλήθος των φορών που πολλαπλασιάζεται. Ο εκθέτης γράφεται με μικρότερο μέγεθος, πάνω και δεξιά από τη βάση.

π.χ. Στο γινόμενο $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$ έχουμε βάση το 7, εκθέτη το 4 και διαβάζουμε ως: «7 στην τετάρτη».

Συμφωνούμε ότι:

Αν έναν αριθμό τον υψώσουμε στην μηδενική δύναμη, παίρνουμε 1.

$$\text{π.χ. } 200^0 = 1, 301^0 = 1, 1^0 = 1, 1.763^0 = 1$$

! Προσοχή:
Το 0^0 δεν ορίζεται!

Ισχύουν τα εξής:

- **Αν έναν αριθμό τον υψώσουμε στην πρώτη δύναμη, παίρνουμε τον ίδιο αριθμό.**

π.χ. $5^1 = 5$, $345^1 = 345$, $1.245 = 1.245^1$, $35.619 = 35.619^1$

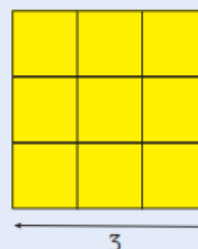
- **Ο αριθμός 1 σε όποια δύναμη και να υψωθεί, δίνει πάντα αποτέλεσμα το 1.**

π.χ. $1^3 = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$, $1^5 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$, $1^{2022} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1 = 1$

ΣΧΟΛΙΟ

- Η δύναμη 3^2 με εκθέτη το 2, διαβάζεται «3 στη δευτέρα» ή «3 στο τετράγωνο», διότι παριστάνει το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς ίσης με 3.

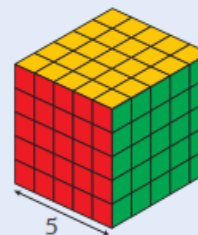
Δηλαδή $3^2 = 3 \times 3 = 9$



ΣΧΟΛΙΟ

- Η δύναμη 5^3 με εκθέτη το 3 διαβάζεται «5 στην τρίτη» ή «5 στον κύβο» διότι παριστάνει τον όγκο ενός κύβου ακμής ίσης με 5.

Δηλαδή $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$



■ Δυνάμεις του 10

Για να υψώσουμε το 10 σε μία δύναμη, γράφουμε το 1 και βάζουμε έπειτα τόσα μηδενικά όσα γράφει ο εκθέτης.

π.χ.

$10^3 = 1.000$ (3 μηδενικά)

$10^1 = 10$ (1 μηδενικό)

$10^9 = 1.000.000.000$ (9 μηδενικά)

ΣΧΟΛΙΟ

Κάθε φυσικός αριθμός γράφεται ως άθροισμα δυνάμεων του 10 (δεκαδικό ανάπτυγμα ενός αριθμού).

π.χ. Ο αριθμός 9.375 αναλύεται ως εξής:

$9.375 =$

$9.000 + 300 + 70 + 5$

$9 \cdot 1.000 + 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5 \cdot 1 =$

$9 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

■ Αριθμητικές Παραστάσεις

- › **Αριθμητική παράσταση** ονομάζεται μια σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των πράξεων – ενεργειών (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση).

$$\text{π.χ. } 4 \cdot 7 - 2 \cdot 3 + 5, \quad 25 + 32 : 8 - 5 \cdot 4, \quad 14 - (2 \cdot 3^2 - 5) + 2 \cdot 6$$

› Προτεραιότητα των πράξεων

Σε μία αριθμητική παράσταση, οι πράξεις πάντα γίνονται από αριστερά προς τα δεξιά με την παρακάτω σειρά:

- Πρώτα οι Δυνάμεις (συμπυκνωμένος πολλαπλασιασμός)
- Έπειτα οι Πολλαπλασιασμοί και οι Διαιρέσεις (αφού είναι ισοδύναμες πράξεις)
- Στο τέλος οι Προσθέσεις και οι Αφαιρέσεις
- Αν υπάρχουν παρενθέσεις, προηγούνται οι πράξεις εντός αυτών, με την παραπάνω σειρά.

π.χ.

A) $4 \cdot 7 - 2 \cdot 3 + 5 =$	B) $5^2 + 2^5 : 8 - 5 \cdot 4 =$	Γ) $3 \cdot 2 + 4 \cdot (20 - 3 \cdot 2) =$
$28 - 6 + 5 =$	$25 + 32 : 8 - 5 \cdot 4 =$	$3 \cdot 2 + 4 \cdot (20 - 6) =$
$22 + 5 = 27$	$25 + 4 - 20 =$	$3 \cdot 2 + 4 \cdot 14 =$
	$29 - 20 = 9$	$6 + 56 = 62$