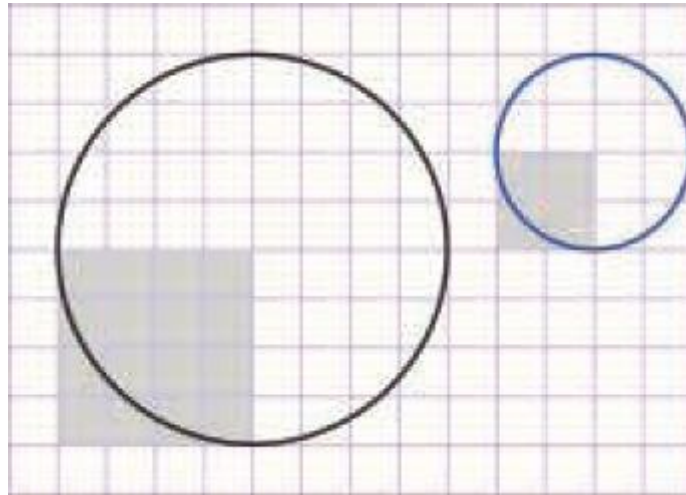


3. Μέτρηση Κύκλου



Λύσεις ασκήσεων Γεωμετρίας Β' Γυμνασίου

3.5 Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

σχ. βιβλίο (σ.σ. 194-195)

Λύσεις Ασκήσεων Γεωμετρίας Β' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ.σ. 194-195)

Μέρος Β' - 3.5 Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Ένας κύκλος έχει εμβαδόν αριθμητικά ίσο με το μήκος του.

Η ακτίνα του είναι ίση με Α: 4 (Β): 2 Γ: 6 Δ: 5

Κυκλώστε την σωστή απάντηση

Απάντηση

Αν L είναι το μήκος του κύκλου $L = 2\pi r$ και E το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου

$$E = \pi r^2$$

Αν $E = L$ τότε $\pi r^2 = 2\pi r \Leftrightarrow r = 2$

Σωστή απάντηση Β

Ένας κύκλος έχει μήκος $L = 4\text{cm}$. Το εμβαδόν του είναι

Α: 12 cm^2 (Β) : $\frac{4}{\pi}\text{ cm}^2$ Γ: 9 cm^2 Δ: 16 cm^2

Απάντηση

Αν L είναι το μήκος όλου του κύκλου $L = 2\pi r$

$$L = 4 \text{ άρα } 2\pi r = 4, \quad r = \frac{2}{\pi} \text{ οπότε } E = \pi r^2 = \pi \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 = \frac{4}{\pi}$$

Σωστή απάντηση Β

Ερώτηση 3

Αν τριπλασιάσουμε την ακτίνα ενός κύκλου (Ο, ρ), τότε το εμβαδόν του

Α: διπλασιάζεται Β: τριπλασιάζεται Γ: εξαπλασιάζεται Δ: εννεαπλασιάζεται

Κυκλώστε την σωστή απάντηση.

Απάντηση

Το εμβαδόν κύκλου ακτίνας ρ είναι $E = \pi\rho^2$

Αν τριπλασιάσουμε την ακτίνα, αυτό θα γίνει $E' = \pi(3\rho)^2 = 9\pi\rho^2 = 9E$

Δηλαδή το εμβαδό εννεαπλασιάζεται

Σωστή απάντηση Δ

Ερώτηση 4

Να συμπληρώσετε τον πίνακα

Ακτίνα ρ κύκλου	5 cm		2,5 cm	
Εμβαδόν κύκλου E		28,26 cm ²		942 cm ²

Απάντηση

Το εμβαδόν κύκλου ακτίνας ρ είναι $E = \pi\rho^2$

για $\rho = 2 \text{ cm}$ έχουμε $E = \pi \cdot 2^2 = 78,5 \text{ cm}^2$

για $E = 28,26 \text{ cm}^2$ έχουμε $\rho^2 = \frac{E}{\pi} = \frac{28,26}{3,14} = 9$ άρα $\rho = 3 \text{ cm}$

για $\rho = 2,5$ έχουμε $E = \pi \cdot 2,5^2 = 19,625 \text{ cm}^2$

για $E = 942 \text{ cm}^2$ έχουμε $\rho^2 = \frac{E}{\pi} = \frac{942}{3,14} = 300$ άρα $\rho = 17,32 \text{ cm}$ (περίπου)

Ακτίνα ρ κύκλου	5 cm	3 cm	2,5 cm	17,32 cm
Εμβαδόν κύκλου E	78,5cm ²	28,26 cm ²	19,625cm ²	942 cm ²

Ερώτηση 5

Να συμπληρώσετε τον πίνακα

Ακτίνα ρ	Μήκος L	Εμβαδόν E
1 cm		
2 cm		
3 cm		
4 cm		
ρ cm		
2ρ cm		
3ρ cm		
4ρ cm		

τι παρατηρείτε ;

Απάντηση

Αν L είναι το μήκος του κύκλου $L = 2\pi\rho$ και E το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου

$$E = \pi\rho^2$$

Ακτίνα ρ	Μήκος L	Εμβαδόν E
1 cm	6,28 cm	3,14 cm ²
2 cm	12,56 cm	12,56 cm ²
3 cm	18,84 cm	28,26 cm ²
4 cm	25,12 cm	50,24 cm ²
ρ cm	2πρ cm	πρ ² cm ²
2ρ cm	4πρ cm	4πρ ² cm ²
3ρ cm	6πρ cm	9πρ ² cm ²
4ρ cm	8πρ cm	16πρ ² cm ²

Παρατηρούμε ότι:

Όταν διπλασιάζεται – τριπλασιάζεται –τετραπλασιάζεται κλπ η ακτίνα, τότε

διπλασιάζεται – τριπλασιάζεται – τετραπλασιάζεται κλπ το μήκος του κύκλου.

Δηλαδή το μήκος του κύκλου είναι ανάλογο της ακτίνας.

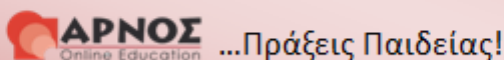
Όταν διπλασιάζεται – τριπλασιάζεται – τετραπλασιάζεται κλπ η ακτίνα, τότε το

εμβαδόν τετραπλασιάζεται – εννεαπλασιάζεται – δεκαεξαπλασιάζεται κ λ π

Δηλαδή εμβαδόν του κυκλικού δίσκου είναι ανάλογο με το τετράγωνο της ακτίνας.

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείστε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Ασκήσεις

Άσκηση 1

Ένας κύκλος (O, ρ) έχει διάμετρο 10cm. Να βρείτε την ακτίνα του κύκλου που έχει επιφάνεια τετραπλάσια από τον κύκλο (O, ρ)

Λύση

Ο κύκλος (O, ρ) έχει διάμετρο 10cm άρα ακτίνα $\rho = 5$ cm. Το εμβαδόν του κύκλου

$$E = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$$

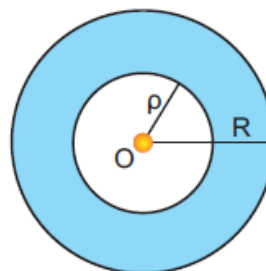
Το τετραπλάσιο εμβαδόν είναι $E = 100\pi$

Αν ρ_1 είναι η ακτίνα του κύκλου με τετραπλάσιο εμβαδόν, τότε

$$100\pi = \pi \rho_1^2 \Leftrightarrow \rho_1^2 = 100 \Leftrightarrow \rho_1 = 10 \text{ cm}$$

Άσκηση 2

Να βρείτε το εμβαδόν του μπλε κυκλικού δακτυλίου,
αν $\rho = 2 \text{ cm}$ και $R = 3 \text{ cm}$.



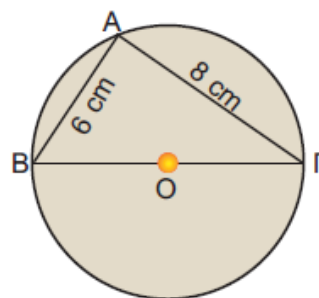
Λύση

Το ζητούμενο εμβαδόν $E_{\text{ζητούμενο}}$ δίνεται από τη διαφορά των εμβαδών των δύο κυκλικών δίσκων

$$E_{\text{ζητούμενο}} = \pi R^2 - \pi \rho^2 = \pi(3^2 - 2^2) = 5\pi \text{ cm}^2$$

Άσκηση 3

Στο διπλανό σχήμα, να υπολογίσετε το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.



Λύση

Επειδή η γωνία A είναι εγγεγραμμένη σε ημικόκλιο,
είναι ορθή

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ από το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \quad \text{άρα } B\Gamma = 10 \text{ cm}, \text{ οπότε η ακτίνα } OA = \rho = 5 \text{ cm}$$

Το μήκος του κύκλου είναι $L = 2\pi\rho = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 10\pi \text{ cm}$

$$\text{και το εμβαδόν } E = \pi\rho^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \text{ cm}^2$$

Άσκηση 4

Ένας κύκλος έχει ακτίνα 10 cm . Να κατασκευάσετε κυκλικό δίσκο με διπλάσιο εμβαδόν.

Λύση

Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου με ακτίνα 10cm είναι $E = \pi 10^2 = 100\pi \text{ cm}^2$

Ένας άλλος κυκλικός δίσκος με διπλάσιο εμβαδόν, δηλαδή με εμβαδόν $200\pi \text{ cm}^2$

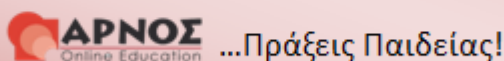
θα πρέπει να έχει ακτίνα R τέτοια, ώστε $\pi R^2 = 200\pi$

$$\pi R^2 = 200\pi \Leftrightarrow R^2 = 200 \Leftrightarrow R = \sqrt{200} = 14,14 \text{ cm}$$

Ο ζητούμενος λοιπόν κυκλικός δίσκος θα έχει ακτίνα 14,14 cm.

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Άσκηση 5

Ένα τετράγωνο έχει πλευρά 3cm . Να βρεθεί κατά προσέγγιση η ακτίνα ενός κυκλικού δίσκου που είναι ισοδύναμος (δηλαδή έχει το ίδιο εμβαδόν) με το τετράγωνο.

Λύση

Αν $E_{\text{τετρ}}$ το εμβαδόν του τετραγώνου και $E_{\text{κδ}}$ πρέπει να ισχύει $E_{\text{τετρ}} = E_{\text{κδ}}$

Αν ρ είναι η ακτίνα του κύκλου έχουμε διαδοχικά:

$$3^2 = \pi \rho^2 \Leftrightarrow 9 = \pi \rho^2 \Leftrightarrow \rho^2 = \frac{9}{\pi} \Leftrightarrow \rho = \frac{3}{\sqrt{\pi}} = \frac{3}{1,77} = 1,69 \text{ cm περίπου}$$

Άσκηση 6

Λυγίζουμε ένα σύρμα μήκους 1,256 m ώστε να σχηματισθεί κύκλος . Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου που αντιστοιχεί στον συρμάτινο κύκλο .

Λύση

Αν ρ είναι η ακτίνα του κύκλου, το μήκος του είναι $L = 2\pi\rho = 1,256$

$$2 \cdot 3,14 \rho = 1,256 \Leftrightarrow 6,28\rho = 1,256 \Leftrightarrow \rho = 0,2 \text{ m}$$

Επομένως το εμβαδόν του είναι:

$$E = \pi \rho^2 = \pi 0,2^2 = 3,14 \cdot 0,04 = 0,1256 \text{ m}^2 = 1256 \text{ cm}^2$$

Άσκηση 7

Να υπολογίσετε το εμβαδόν κυκλικού δίσκου που είναι περιγεγραμμένος σε τετράγωνο πλευράς $a = 6 \text{ cm}$

Λύση

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε ότι

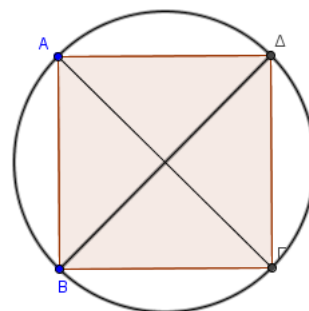
$$A\Gamma^2 = AB^2 + B\Gamma^2 = 6^2 + 6^2 = 72 \text{ άρα}$$

$$A\Gamma = \sqrt{72} \text{ cm}$$

Η ακτίνα επομένως του κυκλικού δίσκου είναι $\rho =$

$$\frac{A\Gamma}{2} = \frac{\sqrt{72}}{2}$$

$$\text{Οπότε το εμβαδόν του } E = 3,14 \cdot \left(\frac{\sqrt{72}}{2}\right)^2 = 56,52 \text{ cm}^2$$



Άσκηση 8

Ένας κυκλικός δίσκος έχει εμβαδόν $144\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε το μήκος του τόξου του κύκλου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 60° .

Λύση

Ο κυκλικός δίσκος έχει εμβαδόν που δίνεται από τον τύπο $E = \pi \rho^2$ όμως $E = 144\pi$
άρα $\pi \rho^2 = 144\pi \Leftrightarrow \rho^2 = 144 \Leftrightarrow \rho = 12 \text{ cm}$

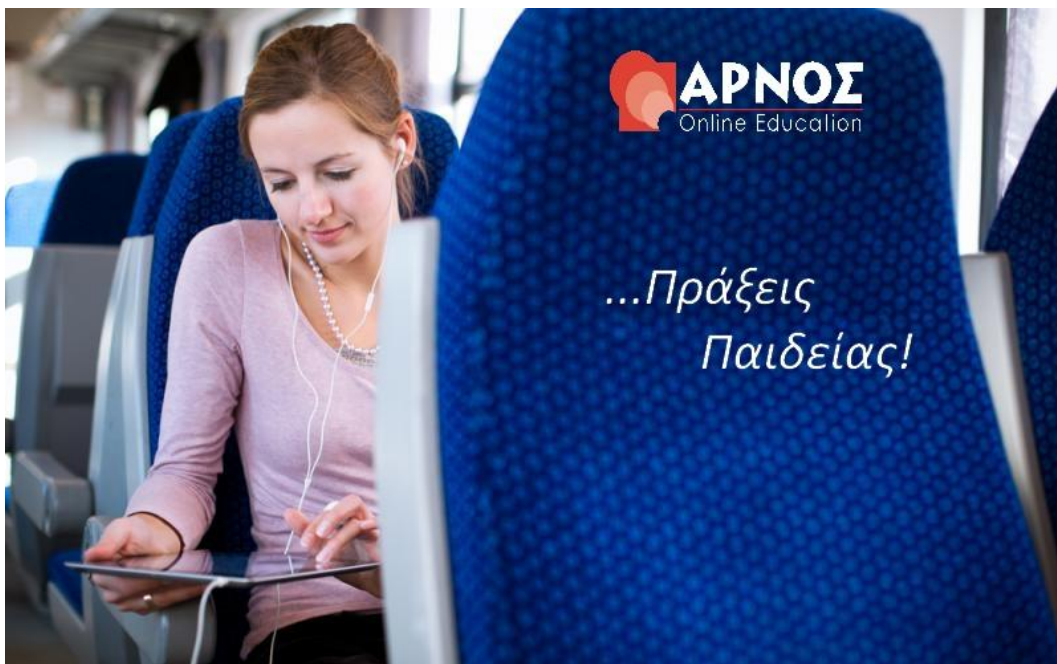
Το μήκος ℓ του ζητούμενου τόξου με βάση τον τύπο $\ell = 2\pi \frac{\mu}{360}$ είναι

$$\ell = 2 \cdot 3,14 \cdot 12 \cdot \frac{60}{360} = 12,56 \text{ cm}$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσσης MEd - Μαθηματικός

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.





...Πράξεις Παιδείας!