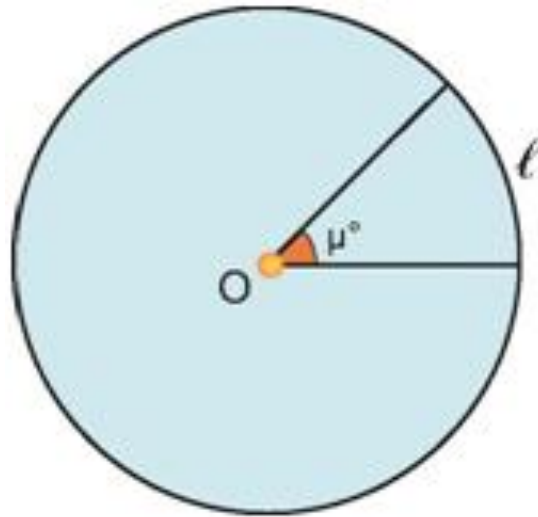


3. Μέτρηση Κύκλου



Λύσεις ασκήσεων Γεωμετρίας Β΄ Γυμνασίου

3.4 Μήκος Τόξου

σχ. βιβλίο (σελ. 192)

Λύσεις Ασκήσεων Γεωμετρίας Β' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 192)

Μέρος Β' - 3.4 Μήκος τόξου

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Να αντιστοιχίσετε τα μέτρα των τόξων της πρώτης γραμμής από μοίρες σε ακτίνια (rad) της δεύτερης γραμμής

Μοίρες	90°	60°	180°	270°	45°	360°
Ακτίνια	$\frac{\pi}{4}$	2π	$\frac{\pi}{3}$	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$

Απάντηση

Χρησιμοποιώντας τον τύπο $\frac{\mu}{180} = \frac{\alpha}{\pi}$ όπου

μ = μέτρο τόξου σε μοίρες και α = μέτρο τόξου σε ακτίνια (rad)

για μ = 90° έχουμε $\frac{90}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$ rad

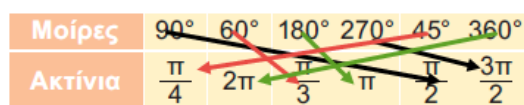
για μ = 60° έχουμε $\frac{60}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$ rad

για μ = 180° έχουμε $\frac{180}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \alpha = \pi$ rad

για μ = 270° έχουμε $\frac{270}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \alpha = \frac{3\pi}{2}$ rad

για μ = 45° έχουμε $\frac{45}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$ rad

για μ = 360° έχουμε $\frac{360}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \alpha = 2\pi$ rad



Μοίρες	90°	60°	180°	270°	45°	360°
Ακτίνια	$\frac{\pi}{4}$	2π	$\frac{\pi}{3}$	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$

Ερώτηση 2

Αν το μήκος ℓ ενός τόξου μ° είναι ίσο με το $\frac{1}{8}$ του μήκους του κύκλου στον οποίο

ανήκει, τότε

A: $\mu = 45^\circ$ B: $\mu = 90^\circ$ Γ: $\mu = 60^\circ$ Δ: $\mu = 180^\circ$

Να βάλετε σε κύκλο την σωστή απάντηση

Απάντηση

Αν L είναι το μήκος όλου του κύκλου επειδή το μήκος ℓ ενός τόξου μ° είναι ίσο με

$$\ell = 2\pi r \cdot \frac{\mu}{360} \text{ έχουμε}$$

$$\ell = \frac{1}{8} L \text{ άρα } 2\pi r \cdot \frac{\mu}{360} = \frac{1}{8} \cdot 2\pi r, \quad \frac{\mu}{360} = \frac{1}{8}, \quad \mu = 45^\circ$$

A: $\mu = 45^\circ$ B: $\mu = 90^\circ$ Γ: $\mu = 60^\circ$ Δ: $\mu = 180^\circ$

Ερώτηση 3

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Τόξο σε μοίρες	30°				100°	60°	270°
Τόξο σε ακτίνια		$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$		$\frac{7\pi}{6}$	

Απάντηση

Χρησιμοποιώντας τον τύπο $\frac{\mu}{180} = \frac{\alpha}{\pi}$ όπου

μ = μέτρο τόξου σε μοίρες και α = μέτρο τόξου σε ακτίνια (rad)

για $\mu = 30^\circ$ έχουμε $\frac{30}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

για $\alpha = \frac{\pi}{2}$ rad έχουμε $\frac{\mu}{180} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\pi} \Leftrightarrow \mu = 90^\circ$

για $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ rad έχουμε $\frac{\mu}{180} = \frac{\frac{3\pi}{4}}{\pi} \Leftrightarrow \mu = 135^\circ$

για $\alpha = \frac{5\pi}{4}$ rad έχουμε $\frac{\mu}{180} = \frac{\frac{5\pi}{4}}{\pi} \Leftrightarrow \mu = 225^\circ$

για $\mu = 100^\circ$ έχουμε $\frac{100}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \alpha = \frac{5\pi}{9}$ rad

για $\alpha = \frac{7\pi}{6}$ rad έχουμε $\frac{\mu}{180} = \frac{\frac{7\pi}{6}}{\pi} \Leftrightarrow \mu = 210^\circ$

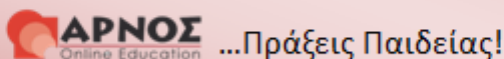
για $\mu = 60^\circ$ έχουμε $\frac{60}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$ rad

για $\mu = 270^\circ$ έχουμε $\frac{270}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \alpha = \frac{3\pi}{2}$ rad

Τόξο σε μοίρες	30°	90°	135°	225°	100°	210°	60°	270°
Τόξο σε ακτίνια	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{9}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Ασκήσεις

Άσκηση 1

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Τόξο σε μοίρες	Τόξο σε ακτίνια
	$\frac{\pi}{3}$
15°	
	$\frac{2\pi}{3}$
	$\frac{3\pi}{2}$
180°	

Λύση

Χρησιμοποιώντας τον τύπο $\frac{\mu}{180} = \frac{\alpha}{\pi}$ όπου

μ = μέτρο τόξου σε μοίρες και α = μέτρο τόξου σε ακτίνια (rad)

για $\alpha = \frac{\pi}{3}$ rad έχουμε $\frac{\mu}{180} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\pi} \Leftrightarrow \mu = 60^\circ$

για $\mu = 15^\circ$ έχουμε $\frac{15}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{12}$ rad

για $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ rad έχουμε $\frac{\mu}{180} = \frac{\frac{3\pi}{2}}{\pi} \Leftrightarrow \mu = 270^\circ$

για $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ rad έχουμε $\frac{\mu}{180} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{\pi} \Leftrightarrow \mu = 120^\circ$

για $\mu = 180^\circ$ έχουμε $\frac{180}{180} = \frac{\alpha}{\pi} \Leftrightarrow \alpha = \pi$ rad

Τόξο σε μοίρες	Τόξο σε ακτίνια
60°	$\frac{\pi}{3}$
15°	$\frac{\pi}{12}$
120°	$\frac{2\pi}{3}$
270°	$\frac{3\pi}{2}$
180°	π

Άσκηση 2

Να υπολογίσετε το μήκος ενός τεταρτοκυκλίου ακτίνας $\rho = 8\text{ cm}$

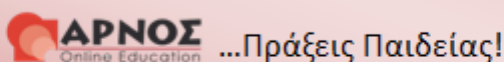
Λύση

Το τεταρτοκύκλιο είναι τόξο 90° οπότε ο τύπος

$$\ell = 2\pi\rho \cdot \frac{\mu}{360} \quad \text{δίνει} \quad \ell = 2\pi \cdot 8 \cdot \frac{90}{360} = 4\pi \text{ cm}$$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Άσκηση 3

Σ' έναν κύκλο που έχει μήκος $188,4\text{ cm}$ να βρείτε το μήκος τόξου 30°

Λύση

Αν L είναι το μήκος όλου του κύκλου $L = 2\pi\rho$ άρα $2\pi\rho = 188,4$

επειδή το μήκος ℓ ενός τόξου μ° είναι ίσο με $\ell = 2\pi\rho \cdot \frac{\mu}{360}$ έχουμε

$$\ell = 188,4 \cdot \frac{30}{360} = 15,7 \text{ cm}$$

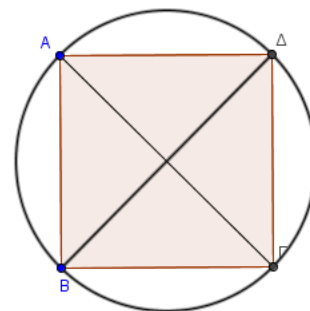
Άσκηση 4

Να βρείτε το μήκος του τόξου που αντιστοιχεί στην πλευρά τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας $\rho = 10 \text{ cm}$

Λύση

Αφού το ζητούμενο τόξο αντιστοιχεί στην πλευρά τετραγώνου π.χ. AB, εγγεγραμμένου στον κύκλο, είναι τόξο $AB = 90^\circ$. Οπότε το μήκος του είναι

$$\ell_{AB} = 2\pi \cdot 10 \cdot \frac{90}{360} = 5\pi \text{ cm}$$



Άσκηση 5

Ένα τόξο 45° έχει μήκος $15,7 \text{ cm}$. Να βρείτε την ακτίνα του κύκλου .

Λύση

Το μήκος ℓ ενός τόξου μ° είναι ίσο με $\ell = 2\pi \rho \cdot \frac{\mu}{360}$ άρα

$$15,7 = 2 \cdot 3,14 \cdot \rho \cdot \frac{45}{360} \quad \text{απ' όπου προκύπτει} \quad \rho = 20 \text{ cm}$$

Άσκηση 6

Δίνονται δύο τόξα π ακτινίων . Να εξετάσετε αν είναι πάντοτε ίσα

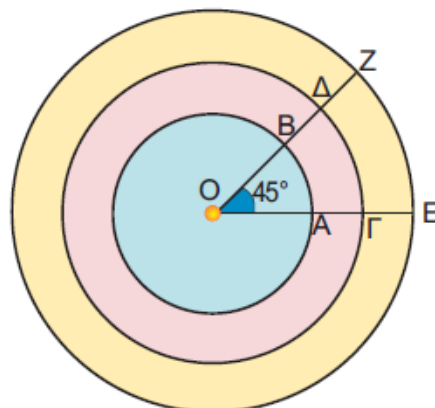
Λύση

Είναι ίσα μόνο αν ανήκουν στον ίδιο κύκλο ή σε ίσους κύκλους.

Ένα παράδειγμα δίνεται στην άσκηση που ακολουθεί.

Άσκηση 7

Δίνονται τρεις ομόκεντροι κύκλοι ακτινών 1 cm , 1,5 cm και 2 cm και μία επίκεντρη γωνία 45°. Να βρείτε τα μήκη των τόξων που αντιστοιχούν στην γωνία αυτή



Λύση

Το μήκος ℓ ενός τόξου μ° είναι ίσο με $\ell = 2\pi r \cdot \frac{\mu}{360}$

$\frac{\mu}{360}$ άρα σε κάθε περίπτωση έχουμε:

$$\ell_{AB} = 2\pi \cdot 1 \cdot \frac{45}{360} = \frac{\pi}{4} \text{ cm}$$

$$\ell_{\Gamma\Delta} = 2\pi \cdot 1,5 \cdot \frac{45}{360} = \frac{3\pi}{8} \text{ cm}$$

$$\ell_{ZE} = 2\pi \cdot 2 \cdot \frac{45}{360} = \frac{\pi}{2} \text{ cm}$$

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης MEd - Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!