

3. Μέτρηση Κύκλου



Λύσεις ασκήσεων Γεωμετρίας Β΄ Γυμνασίου

3.3 Μήκος Κύκλου

σχ. βιβλίο (σελ. 188)

Λύσεις Ασκήσεων Γεωμετρίας Β' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 188)

Μέρος Β' - 3.3 Μήκος κύκλου

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Ακτίνα ρ	5 cm		4 cm	3 cm		9 cm
Μήκος κύκλου L		37,68 cm			12,56 cm	

Απάντηση

Με την βοήθεια του τύπου $L = 2\pi r$, όπου $\pi = 3,14$ και r η ακτίνα

έχουμε ότι $r = \frac{L}{2\pi}$

για $r = 5$ το μήκος του κύκλου είναι $L = 2\pi r = 2 \cdot 5 \cdot 3,14 = 31,4$

για $L = 37,68$ η ακτίνα του κύκλου είναι $r = \frac{L}{2\pi} = \frac{37,68}{2 \cdot 3,14} = 6$

για $r = 4$ το μήκος του κύκλου είναι $L = 2\pi r = 2 \cdot 4 \cdot 3,14 = 25,12$

για $r = 3$ το μήκος του κύκλου είναι $L = 2\pi r = 2 \cdot 3 \cdot 3,14 = 18,84$

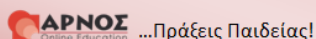
για $L = 12,56$ η ακτίνα του κύκλου είναι $r = \frac{L}{2\pi} = \frac{12,56}{2 \cdot 3,14} = 2$

για $r = 9$ το μήκος του κύκλου είναι $L = 2\pi r = 2 \cdot 9 \cdot 3,14 = 56,52$

Ακτίνα ρ	5 cm	6 cm	4 cm	3 cm	2 cm	9 cm
Μήκος κύκλου L	31,4 cm	37,68 cm	25,12cm	18,84cm	12,56 cm	56,52 cm

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Ερώτηση 2

Αν τριπλασιάσουμε την ακτίνα ενός κύκλου (O, ρ) , τότε το μήκος του κύκλου

A: διπλασιάζεται B: τριπλασιάζεται Γ: τετραπλασιάζεται Δ: μένει ίδιο.

Κυκλώστε την σωστή απάντηση.

Απάντηση

Ο κύκλος ακτίνας ρ έχει μήκος $L = 2\pi\rho$

Αν τριπλασιάσουμε την ακτίνα ρ τότε το μήκος L' θα γίνει $L' = 2\pi(3\rho) = 3(2\pi\rho) = 3L$

A: διπλασιάζεται B: τριπλασιάζεται Γ: τετραπλασιάζεται Δ: παραμένει το ίδιο.

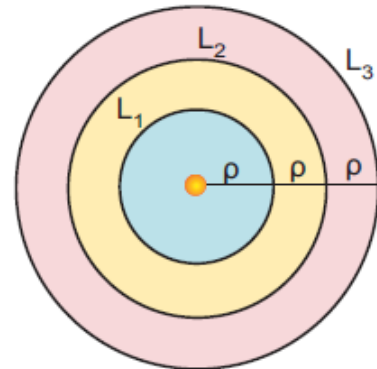
Ερώτηση 3

Τρεις ομόκεντροι κύκλοι έχουν ακτίνες $\rho, 2\rho, 3\rho$

αντίστοιχα

Να συμπληρώσετε τον πίνακα

L_1	L_2	L_3	L_1	L_2	L_3
L_2	L_3	L_1	2ρ	4ρ	6ρ



Απάντηση

Τα μήκη των κύκλων είναι: $L_1 = 2\pi\rho$, $L_2 = 2\pi \cdot 2\rho = 4\pi\rho$ και $L_3 = 2\pi \cdot 3\rho = 6\pi\rho$

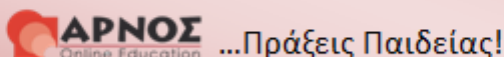
απ' όπου προκύπτει ότι $\frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{2}$, $\frac{L_2}{L_3} = \frac{2}{3}$, $\frac{L_3}{L_1} = 3$,

επίσης $\frac{L_1}{2\rho} = \pi$, $\frac{L_2}{4\rho} = \pi$, $\frac{L_3}{6\rho} = \pi$

$\frac{L_1}{L_2}$	$\frac{L_2}{L_3}$	$\frac{L_3}{L_1}$	$\frac{L_1}{2\rho}$	$\frac{L_2}{4\rho}$	$\frac{L_3}{6\rho}$
1/2	1/3	3	π	π	π

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Ασκήσεις

Άσκηση 1

Ένας κύκλος έχει μήκος 20 cm περισσότερο από έναν άλλο . Πόσο μεγαλύτερη είναι η ακτίνα του ;

$$L_1 = 2\pi r , \quad L_2 = 2\pi \cdot 2r = 4\pi r$$

Λύση

Έστω ένας κύκλος ακτίνας r και μήκους $L_1 = 2\pi r$ και ένας άλλος κύκλος ακτίνας R και μήκους $L_2 = 2\pi R$ όπου $L_2 = 20 + L_1$ τότε

$$2\pi R = 20 + 2\pi r \quad \Leftrightarrow \quad 2\pi R - 2\pi r = 20 \quad \Leftrightarrow \quad 2\pi(R - r) = 20 \quad \Leftrightarrow$$

$$R - r = \frac{20}{2\pi} = \frac{10}{\pi}$$

πράγμα που σημαίνει ότι η ακτίνα R είναι κατά $\frac{10}{\pi}$ cm μεγαλύτερη από την ακτίνα r

Άσκηση 2

Γύρω από τον κορμό ενός αιωνόβιου δέντρου τυλίγουμε ένα σκοινί . Μετράμε το σκοινί και βρίσκουμε ότι έχει μήκος 3,5 m. Να υπολογίσετε την ακτίνα του κορμού.



Λύση

Το μήκος της περιφέρειας του δένδρου είναι $L = 2\pi\rho$ όπου ρ είναι η ακτίνα του κορμού

$$\text{άρα } 3,5 = 2 \cdot 3,14\rho \Leftrightarrow 3,5 = 6,28\rho \Leftrightarrow \rho = \frac{3,5}{6,28} = 0,56 \text{ m}$$

Άσκηση 3

Οι διάμετροι δύο κύκλων διαφέρουν κατά 5 cm . Να βρείτε πόσο διαφέρουν

- α) οι ακτίνες τους
- β) οι περιμέτροι τους

Λύση

Έστω d_1 και d_2 οι δύο διάμετροι, ρ_1 και ρ_2 οι ακτίνες και L_1 και L_2 οι περιμέτροι των δύο κύκλων. Τότε:

$$\text{α) } d_1 - d_2 = 5 \quad \text{άρα } 2\rho_1 - 2\rho_2 = 5 \quad \Leftrightarrow \quad 2(\rho_1 - \rho_2) = 5 \quad \Leftrightarrow \quad \rho_1 - \rho_2 = 2,5 \text{ cm}$$

$$\text{β) } L_1 - L_2 = 2\pi\rho_1 - 2\pi\rho_2 = 2\pi(\rho_1 - \rho_2) = 2\pi \cdot 2,5 = 5\pi \text{ cm}$$

Άσκηση 4

Οι περιμέτροι δύο κύκλων έχουν λόγο 2 προς 1. Να βρείτε το λόγο

- α) των διαμέτρων τους

β) των ακτινών τους

Λύση


Έστω δ_1 και δ_2 οι δύο διάμετροι, ρ_1 και ρ_2 οι ακτίνες και L_1 και L_2 οι περιμέτροι των δύο κύκλων. Τότε:

$$\beta) \frac{L_1}{L_2} = \frac{2}{1} \quad \text{άρα} \quad \frac{2\pi\rho_1}{2\pi\rho_2} = \frac{2}{1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\rho_1}{2\rho_2} = \frac{2}{1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{2}{1}$$

$$\alpha) \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{2}{1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\rho_1}{2\rho_2} = \frac{2}{1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{2}{1}$$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

 ...Πράξεις Παιδείας!

Άσκηση 5

Ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού έχει μήκος 2,5 cm. Να βρείτε πόσο διάστημα θα διαγράψει το άκρο του λεπτοδείκτη σε 12 ώρες .

Λύση

Σε μία ώρα το άκρο του λεπτοδείκτη γράφει κύκλο ακτίνας $\rho = 2,5\text{cm}$.

Το μήκος αυτού του κύκλου είναι $L = 2\pi \cdot 2,5 = 2 \cdot 3,14 \cdot 2,5 = 15,7\text{ cm}$.

Οπότε σε 12 ώρες θα γράψει μήκος $12 \cdot 15,7 = 188,4\text{cm}$

Άσκηση 6

Στη μηχανή ενός αυτοκινήτου δύο τροχαλίες Α και Β συνδέονται με ελαστικό ιμάντα. Αν $\rho_A = 2\text{cm}$ και $\rho_B = 8\text{cm}$, να βρείτε πόσες στροφές θα κάνει η Α αν η Β κάνει μία στροφή.

Λύση

Σε μία στροφή η τροχαλία Β γράφει μήκος $L_B = 2\pi 8 = 16\pi \text{ cm}$.

Είναι φανερό ότι το ίδιο μήκος θα γράψει και η τροχαλία Α.

Όμως η τροχαλία Α κάνοντας μία στροφή γράφει μήκος $L_A = 2\pi 2 = 4\pi$

Συνεπώς το μήκος 16π για να το γράψει θα πρέπει να κάνει $16\pi : 4\pi = 4$ στροφές

Άσκηση 7

Ένας ποδηλάτης που προετοιμάζεται για τους αγώνες, προπονείται σε στίβο σχήματος κύκλου με ακτίνα $\rho = 30\text{m}$. Πόσες στροφές θα κάνει σε 3 ώρες προπόνησης, αν κινείται με ταχύτητα 20 km / h



Λύση

Σε κάθε γύρο του στίβου δηλαδή 1 στροφή ο ποδηλάτης διανύει διάστημα

$$L = 2\pi 30 = 60\pi \text{ m} = 0,060\pi \text{ km} = 0,1884 \text{ km}$$

Σε 3 ώρες ο αθλητής κινούμενος με ταχύτητα 20 km / h θα διανύσει διάστημα

$$S = 60 \text{ km}$$

Οπότε αυτό το διάστημα θα το διανύσει σε $60 : 0,1884 = 318,47$ γύρους

Άσκηση 8

Γνωρίζουμε ότι ο ισημερινός της Γης έχει μήκος 40.000 km περίπου . Θεωρώντας ότι η Γη είναι σφαιρική να βρείτε την ακτίνα της

Λύση

$L = 2\pi r$ άρα $40000 = 2 \cdot 3,14r$, $40000 = 6,28 r$, $r = 6369,63$ km περίπου

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης MEd - Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!