

3. Μέτρηση Κύκλου



Λύσεις ασκήσεων Γεωμετρίας Β' Γυμνασίου

3.2 Κανονικά Πολύγωνα

σχ. βιβλίο (σ.σ. 184-185)

Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Β΄ Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 184-185)

Μέρος Β΄ - 3.2 Κανονικά Πολύγωνα

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Στον παρακάτω πίνακα να βάλετε σε κύκλο την σωστή απάντηση

	A	B	Γ
α) Η κεντρική γωνία κανονικού εξαγώνου είναι:	120°	30°	60°
β) Η κεντρική γωνία κανονικού δωδεκάγωνου είναι:	120°	30°	60°
γ) Η κεντρική γωνία κανονικού πεντάγωνου είναι:	52°	72°	132°
δ) Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία 36°. Το πλήθος των πλευρών του είναι:	6	10	12
ε) Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία 10°. Το πλήθος των πλευρών του είναι:	12	24	36

Απάντηση

α) $\omega = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

β) $\omega = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$

γ) $\omega = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

δ) $36^\circ = \frac{360^\circ}{v} \Leftrightarrow v = \frac{360^\circ}{36} = 10$

ε) $10^\circ = \frac{360^\circ}{v} \Leftrightarrow v = \frac{360^\circ}{10} = 36$

	A	B	Γ
α) Η κεντρική γωνία κανονικού εξαγώνου είναι:	120°	30°	60°
β) Η κεντρική γωνία κανονικού δωδεκάγωνου είναι:	120°	30°	60°
γ) Η κεντρική γωνία κανονικού πεντάγωνου είναι:	52°	72°	132°
δ) Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία 36°. Το πλήθος των πλευρών του είναι:	6	10	12
ε) Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία 10°. Το πλήθος των πλευρών του είναι:	12	24	36

Ερώτηση 2

Στον παρακάτω πίνακα να βάλετε σε κύκλο την σωστή απάντηση

	A	B	Γ
α) Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία 40° . Η γωνία του πολυγώνου είναι:	50°	90°	140°
β) Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία 72° . Η γωνία του πολυγώνου είναι:	108°	18°	172°
γ) Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία 30° . Η γωνία του πολυγώνου είναι:	150°	30°	60°

Απάντηση

Αν ω είναι η κεντρική γωνία και φ η γωνία του πολυγώνου τότε ισχύει

$$\omega + \varphi = 180^\circ$$

α) Αφού $\omega = 40^\circ$, είναι $\varphi = 140^\circ$.


β) Αφού $\omega = 72^\circ$, είναι $\varphi = 108^\circ$.

γ) Αφού $\omega = 30^\circ$, είναι $\varphi = 150^\circ$.

	A	B	Γ
α) Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία 40° . Η γωνία του πολυγώνου είναι:	50°	90°	140°
β) Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία 72° . Η γωνία του πολυγώνου είναι:	108°	18°	172°
γ) Ένα κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία 30° . Η γωνία του πολυγώνου είναι:	150°	30°	60°

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

 ...Πράξεις Παιδείας!

Ερώτηση 3

Στον παρακάτω πίνακα να βάλετε σε κύκλο την σωστή απάντηση

		A	B	Γ
Ενα κανονικό πολύγωνο έχει 15 πλευρές.	α) Η κεντρική του γωνία είναι:	15°	24°	30°
	β) Η γωνία του πολυγώνου είναι:	24°	156°	72°
Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι 150°	γ) Η κεντρική του γωνία είναι:	15°	24°	30°
	δ) Το πλήθος των πλευρών του είναι:	15	12	8
Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι 135°	ε) Η κεντρική του γωνία είναι:	35°	45°	65°
	στ) Το πλήθος των πλευρών του είναι:	8	12	18

Απάντηση

		A	B	Γ	
α) $\omega = \frac{360^\circ}{15} = 24^\circ$	Ενα κανονικό πολύγωνο έχει 15 πλευρές.	15°	24°	30°	
β) $\varphi = 180^\circ - 24^\circ = 156^\circ$	Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι 150°	24°	156°	72°	
γ) $\omega = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$	Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι 135°	15°	24°	30°	
		δ) Το πλήθος των πλευρών του είναι:	15	12	8
		ε) Η κεντρική του γωνία είναι:	35°	45°	65°
		στ) Το πλήθος των πλευρών του είναι:	8	12	18
δ) $30^\circ = \frac{360^\circ}{v} \Leftrightarrow v = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$					
ε) $\omega = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$					
ζ) $45^\circ = \frac{360^\circ}{v} \Leftrightarrow v = \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8$					

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες

πλήθος πλευρών	γωνία κανονικού πολυγώνου	κεντρική γωνία
3		
5		
6		
10		

κεντρική γωνία	γωνία κανονικού πολυγώνου
15°	
	150°
72°	
	160°

Λύση

Αν n είναι το πλήθος των πλευρών του πολυγώνου ω είναι η κεντρική γωνία και ϕ

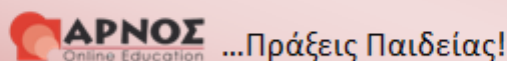
η γωνία του πολυγώνου, τότε ισχύουν οι τύποι $\omega = \frac{360^\circ}{n}$ και $\omega + \phi = 180^\circ$

πλήθος πλευρών	γωνία κανονικού πολυγώνου	κεντρική γωνία
3	60	120
5	108	72
6	120	60
10	144	36

κεντρική γωνία	γωνία κανονικού πολυγώνου
15°	165
30	150°
72°	108
20	160°

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Άσκηση 2

Σε κανονικό πολύγωνο η γωνία του είναι τετραπλάσια της κεντρικής του γωνίας .
Να βρείτε τον αριθμό των πλευρών του πολυγώνου.

Λύση

Αν ω είναι η κεντρική γωνία και ϕ η γωνία του πολυγώνου, τότε από την υπόθεση έχουμε $\phi = 4\omega$ οπότε ο γνωστός τύπος $\omega + \phi = 180^\circ$

$$\omega + \phi = 180^\circ \Leftrightarrow \omega + 4\omega = 180^\circ \Leftrightarrow 5\omega = 180^\circ \Leftrightarrow \omega = 36^\circ$$

Αν v είναι ο αριθμός των πλευρών του πολυγώνου, έχουμε

$$36^\circ = \frac{360^\circ}{v} \Leftrightarrow v = \frac{360^\circ}{36^\circ} = 10$$

Άσκηση 3

Να υπολογίσετε την κεντρική γωνία ω και την γωνία ϕ ενός κανονικού εξαγώνου και να επαληθεύσετε ότι $\omega + \phi = 180^\circ$

Λύση

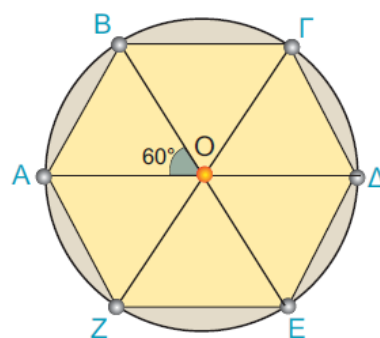
$$\text{Είναι } \omega = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

Αφού $OA = OB$ ως ακτίνες του πολυγώνου, το τρίγωνο OAB είναι ισοσκελές .

Και επειδή $\omega = 60^\circ$ και οι υπόλοιπες γωνίες του τριγώνου OAB θα είναι 60° η κάθε μία.

$$\text{Άρα } \angle BAO = \frac{\angle BAZ}{2} = \frac{\phi}{2} = 60^\circ \text{ οπότε } \phi = 120^\circ$$

Τελικά έχουμε $\omega + \phi = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$



Άσκηση 4

Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι ίση με τα $\frac{5}{3}$ της ορθής . Να βρείτε τον αριθμό των πλευρών του πολυγώνου.

Λύση

$$\varphi = \frac{5}{3} \text{ ορθής} = \frac{5}{3} \cdot 90^\circ = 150^\circ, \text{ άρα } \omega = 30^\circ$$

$$\text{Αν } n \text{ είναι το πλήθος των πλευρών : } 30^\circ = \frac{360^\circ}{n} \Leftrightarrow n = \frac{360^\circ}{30^\circ} = 12$$

Άσκηση 5

Να εξετάσετε αν υπάρχει κανονικό πολύγωνο με

α) Κεντρική γωνία $\omega = 16^\circ$

β) Γωνία $\varphi = 130^\circ$

Λύση

α) Αν n είναι το πλήθος των πλευρών, τότε $16^\circ = \frac{360^\circ}{n} \Leftrightarrow n = \frac{360^\circ}{16^\circ} = 22,5$

Όμως ο n είναι πρέπει να είναι θετικός ακέραιος, επομένως δεν υπάρχει κανονικό πολύγωνο με κεντρική γωνία $\omega = 16^\circ$

β) Αν ω είναι η κεντρική γωνία $\omega + \varphi = 180^\circ$ άρα $\omega + 130^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow \omega = 50^\circ$

Αν n είναι το πλήθος των πλευρών, τότε

$$50^\circ = \frac{360^\circ}{n} \Leftrightarrow n = \frac{360^\circ}{50^\circ} = 7,2$$

Όμως ο n είναι πρέπει να είναι θετικός ακέραιος, επομένως δεν υπάρχει κανονικό πολύγωνο με γωνία $\varphi = 130^\circ$

Άσκηση 6

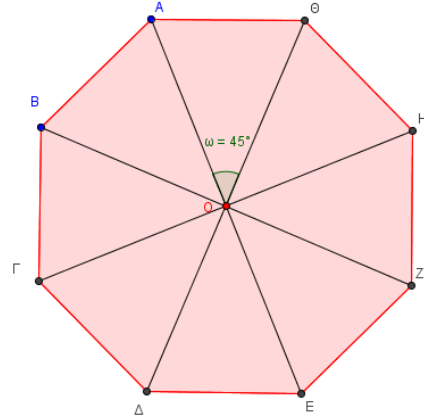
Να κατασκευάσετε κανονικό οκτάγωνο

Λύση

Αν ω είναι η κεντρική γωνία του κανονικού

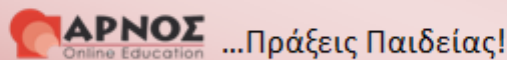
οκταγώνου τότε $\omega = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$

Σε έναν κύκλο κατασκευάζουμε οκτώ διαδοχικές επίκεντρες γωνίες 45° η κάθε μία όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Στη συνέχεια ενώνουμε τα άκρα των διαδοχικών τόξων.



Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Άσκηση 7

Ποιο κανονικό πολύγωνο έχει γωνία ίση με την κεντρική του γωνία ;

Λύση

Αν ω είναι η κεντρική γωνία του κανονικού πολυγώνου και φ η γωνία του κανονικού πολυγώνου

$\omega + \varphi = 180^\circ$ επειδή $\omega = \varphi$ έχουμε $2\varphi = 180^\circ \Leftrightarrow \varphi = 90^\circ$

$$\text{Οπότε } 90^\circ = \frac{360^\circ}{v} \Leftrightarrow v = \frac{360^\circ}{90^\circ} = 4$$

Το ζητούμενο κανονικό πολύγωνο είναι το τετράγωνο

Άσκηση 8

Με πλευρές τις πλευρές ενός κανονικού εξαγώνου κατασκευάζουμε εξωτερικά του εξαγώνου τετράγωνα . Να αποδείξετε ότι οι κορυφές των τετραγώνων , που δεν είναι κορυφές του εξαγώνου σχηματίζουν κανονικό δωδεκάγωνο.

Λύση

Το τρίγωνο ΚΑΛ είναι ισοσκελές , διότι κάθε ένα από τα τμήματα ΚΑ και ΑΛ ισούται με την πλευρά ΑΒ του κανονικού εξαγώνου.

Ακόμα η γωνία Ζ Α Β = φ του εξαγώνου είναι ίση με

$$\angle Z A B = 180^\circ - \omega = 180^\circ - \frac{360^\circ}{6} = 120^\circ$$

$$\text{Τότε } \angle Κ Α Λ = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

Άρα και οι υπόλοιπες γωνίες του τριγώνου ΚΑΛ

είναι 60° η κάθε μία, πράγμα που σημαίνει ότι το

τρίγωνο ΚΑΛ είναι ισόπλευρο και η πλευρά του είναι ίση με την πλευρά του

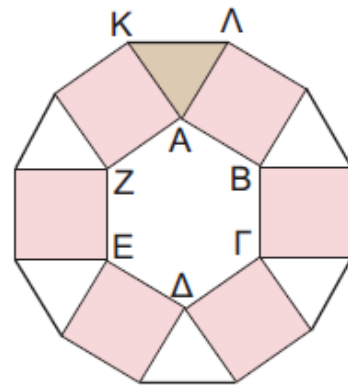
κανονικού εξαγώνου . Το ίδιο συμβαίνει με τα υπόλοιπα τρίγωνα που σχηματίζονται

από τις πλευρές των εξωτερικών τετραγώνων. Έτσι λοιπόν οι πλευρές του

δωδεκαγώνου είναι όλες ίσες .

Οι γωνίες του είναι επίσης ίσες δεδομένου ότι κάθε μία είναι $90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$

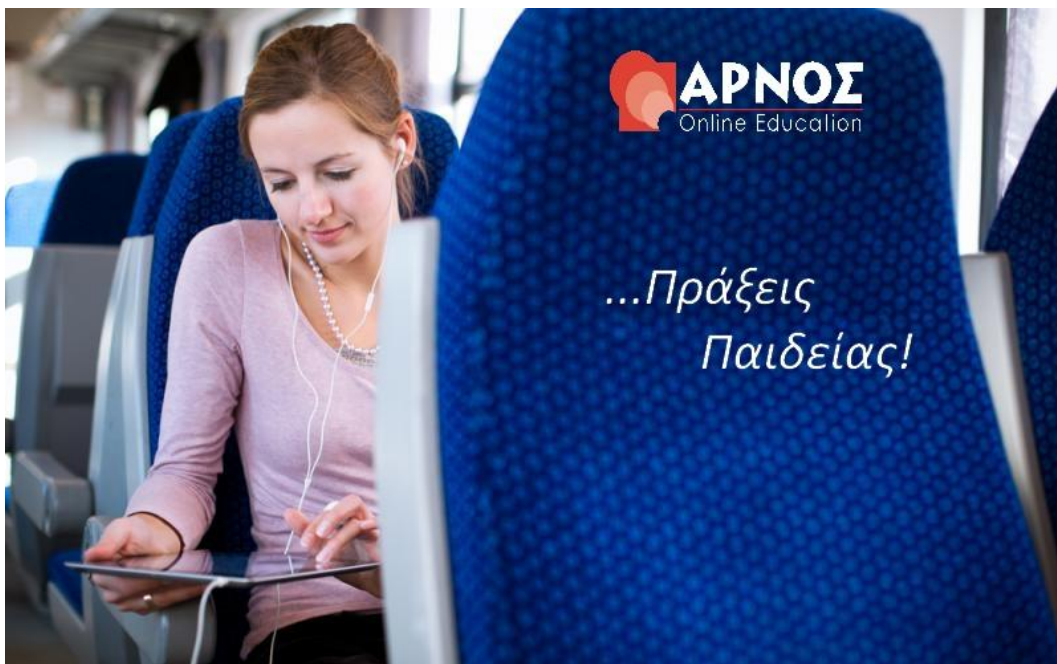
Άρα το δωδεκάγωνο είναι κανονικό.



Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης MEd - Μαθηματικός

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.





...Πράξεις Παιδείας!