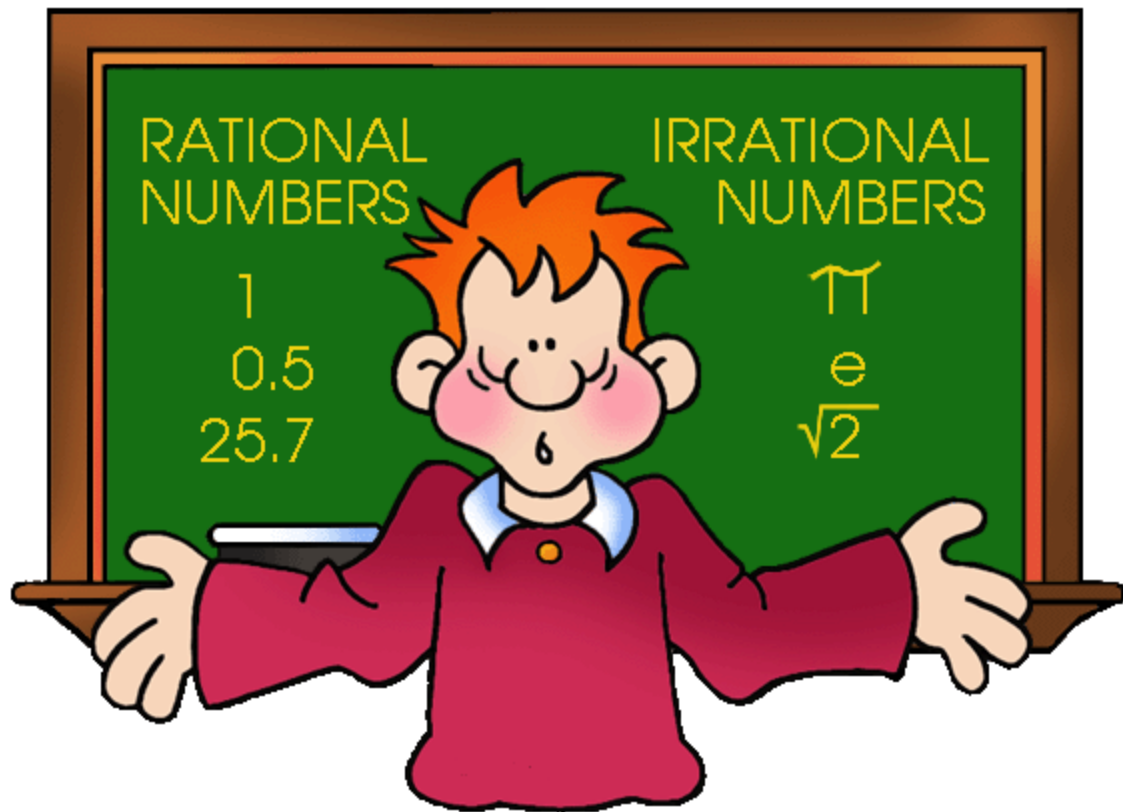


2. Πραγματικοί Αριθμοί



Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου

2.2 Άρρητοι αριθμοί – Ρητοί αριθμοί

σχ. βιβλίο (σ. 48)

Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 48)

2.2 Άρρητοι αριθμοί - Πραγματικοί αριθμοί

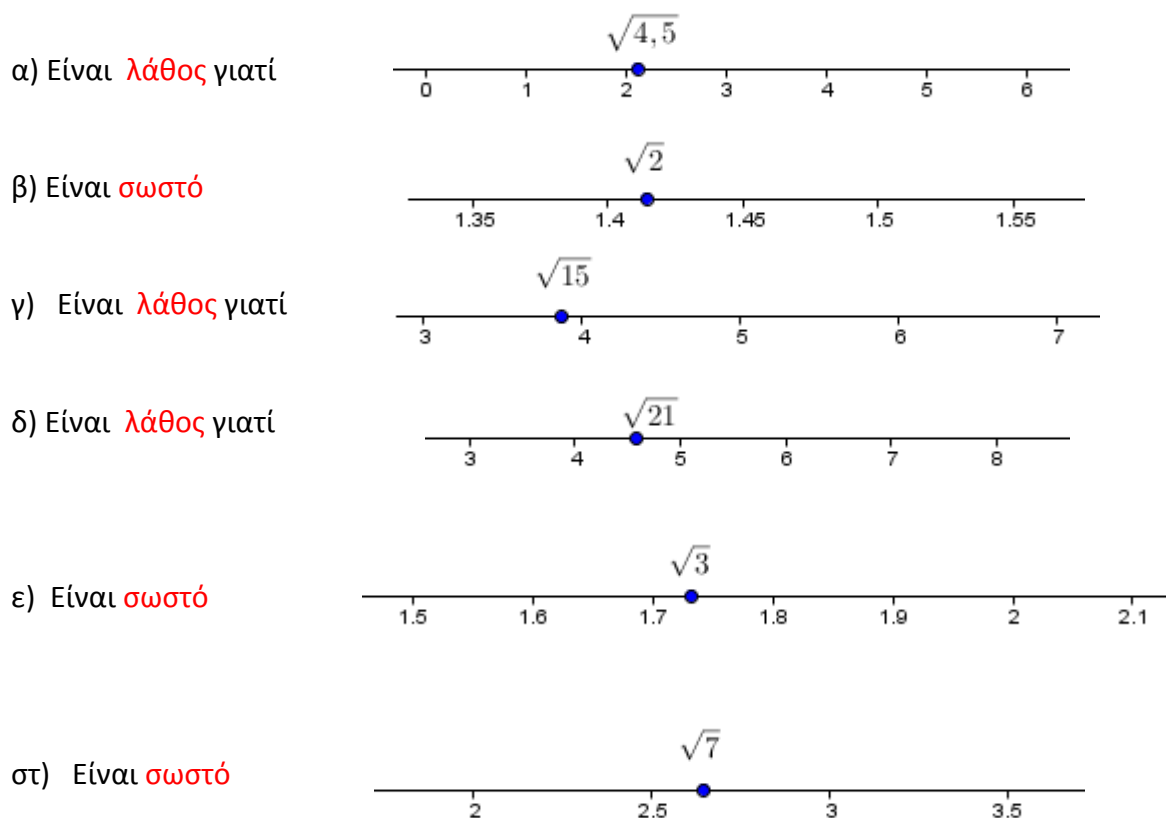
Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Αν τοποθετήσουμε τους αριθμούς στην ευθεία των πραγματικών αριθμών, να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω ανισότητες είναι σωστές και ποιες είναι λανθασμένες

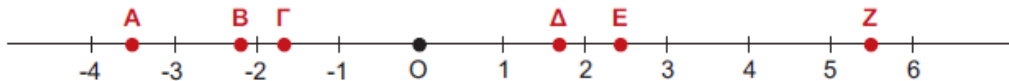
	ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ		ΣΩΣΤΟ	ΛΑΘΟΣ
α) $4 < \sqrt{4,5} < 5$	☐	☐	δ) $10 < \sqrt{21} < 11$	☐	☐
β) $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$	☐	☐	ε) $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$	☐	☐
γ) $7 < \sqrt{15} < 8$	☐	☐	στ) $2 < \sqrt{7} < 3$	☐	☐

Απάντηση



Ερώτηση 2

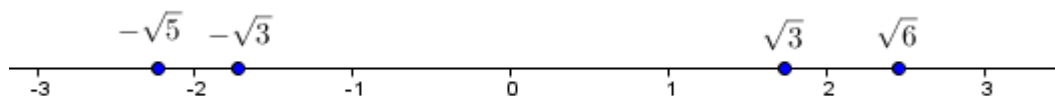
Στον άξονα των πραγματικών αριθμών έχουμε τοποθετήσει τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, Ε και Ζ. Στις παρακάτω προτάσεις να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση



α)	Ο αριθμός $\sqrt{3}$ πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο σημείο	Α	Ε	Γ	Δ
β)	Ο αριθμός $\sqrt{6}$ πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο σημείο	Γ	Δ	Ε	Ζ
γ)	Ο αριθμός $-\sqrt{3}$ πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο σημείο	Γ	Β	Δ	Α
δ)	Ο αριθμός $-\sqrt{5}$ πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο σημείο	Γ	Δ	Β	Α

Απάντηση

Επειδή στην πραγματικότητα ισχύει:



τότε

α)	Ο αριθμός $\sqrt{3}$ πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο σημείο	Α	Ε	Γ	Δ
β)	Ο αριθμός $\sqrt{6}$ πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο σημείο	Γ	Δ	Ε	Ζ
γ)	Ο αριθμός $-\sqrt{3}$ πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο σημείο	Γ	Β	Δ	Α
δ)	Ο αριθμός $-\sqrt{5}$ πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο σημείο	Γ	Δ	Β	Α

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Ποιοι από τους επόμενους αριθμούς είναι ρητοί και ποιοι άρρητοι;

α) $\sqrt{2}$, $(\sqrt{2})^2$ β) $-\sqrt{\frac{4}{9}}$, $\sqrt{\frac{4}{5}}$ γ) $\sqrt{18}$, $\sqrt{\frac{18}{2}}$, $\sqrt{18^2}$

Απάντηση

α) Ο αριθμός $\sqrt{2}$ είναι άρρητος ενώ ο αριθμός $(\sqrt{2})^2 = 2$ είναι ρητός

β) Ο αριθμός $-\sqrt{\frac{4}{9}} = -\frac{2}{3}$ είναι ρητός, ενώ ο αριθμός $\sqrt{\frac{4}{5}}$ είναι άρρητος

γ) Ο αριθμός $\sqrt{18}$ είναι άρρητος, ο αριθμός $\sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3$ είναι ρητός, και ο αριθμός $\sqrt{18^2} = 18$ είναι ρητός

Για κάθε θετικό αριθμό α ισχύουν $(\sqrt{\alpha})^2 = \alpha$ και $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$

Άσκηση 2

Τοποθέτησε σε μία σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς

α) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{3}$, 1 , $\sqrt{2}$ β) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, 2 , $\sqrt{2}$

γ) $1 + \sqrt{3}$, $\sqrt{3}$ δ) $\sqrt{2}$, $\sqrt{1 + \sqrt{2}}$

Απάντηση

α) Μπορούμε να υπολογίσουμε τους αριθμούς με δύο δεκαδικά ψηφία χρησιμοποιώντας υπολογιστή και να τους συγκρίνουμε εύκολα.

$$\sqrt{2} \approx 1,41, \quad \sqrt{3} \approx 1,73, \quad \sqrt{5} \approx 2,23, \quad \sqrt{7} \approx 2,64$$

$$\text{άρα } 1 < \sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{5} < \sqrt{7}$$

$$\text{και } \beta) \quad \sqrt{2} < 2 < \sqrt{5} < \sqrt{7}$$

$$\gamma) \quad \text{Προφανώς } \sqrt{3} < 1 + \sqrt{3}$$

$$\delta) \quad 1 + \sqrt{2} \approx 1,41 + 1 = 2,41 \text{ τότε } \sqrt{1 + \sqrt{2}} \approx \sqrt{2,41} \approx 1,55 \quad \sqrt{2} < 1 + \sqrt{2}$$

$$\text{άρα } \sqrt{2} < \sqrt{1 + \sqrt{2}}$$

Άσκηση 3

Να βρείτε τις ρητές προσεγγίσεις έως και δύο δεκαδικά ψηφία των αριθμών

$$\alpha) \sqrt{3}, \quad \beta) \sqrt{5}, \quad \gamma) \sqrt{7}, \quad \delta) \sqrt{8}$$

Απάντηση

Είναι προφανές ότι μπορούμε να τα βρούμε χρησιμοποιώντας υπολογιστή

$$\alpha) \sqrt{3} \approx 1,73, \quad \beta) \sqrt{5} \approx 2,23, \quad \gamma) \sqrt{7} \approx 2,64 \text{ και } \delta) \sqrt{8} \approx 2,82$$

Αλλιώς προσεγγίζουμε με διαδοχικές δοκιμές

$$\text{Επειδή } 1^2 = 1 \text{ και } 2^2 = 4 \text{ είναι } 1 < \sqrt{3} < 2$$

$$\text{Επειδή } 1,7^2 = 2,89 \text{ και } 1,8^2 = 3,24 \text{ είναι } 1,7 < \sqrt{3} < 1,8$$

$$\text{Επειδή } 1,73^2 = 2,9929 \text{ και } 1,74^2 = 3,0276 \text{ είναι } 1,73 < \sqrt{3} < 1,74$$

Επομένως η ρητή προσέγγιση του $\sqrt{3}$ με δύο δεκαδικά ψηφία είναι 1,73

β) Επειδή $2^2 = 4$ και $3^2 = 9$ είναι $2 < \sqrt{5} < 3$

Επειδή $2,2^2 = 4,84$ και $2,3^2 = 5,29$ είναι $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$

Επειδή $2,23^2 = 4,9729$ και $2,24^2 = 5,0176$ είναι $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$

Επομένως η ρητή προσέγγιση του $\sqrt{5}$ με δύο δεκαδικά ψηφία είναι 2,23

γ) Επειδή $2^2 = 4$ και $3^2 = 9$ είναι $2 < \sqrt{7} < 3$

Επειδή $2,6^2 = 6,76$ και $2,7^2 = 7,29$ είναι $2,6 < \sqrt{7} < 2,7$

Επειδή $2,64^2 = 6,9696$ και $2,65^2 = 7,0225$ είναι $2,64 < \sqrt{7} < 2,65$

Επομένως η ρητή προσέγγιση του $\sqrt{7}$ με δύο δεκαδικά ψηφία είναι 2,64

δ) Επειδή $2^2 = 4$ και $3^2 = 9$ είναι $2 < \sqrt{8} < 3$

Επειδή $2,8^2 = 7,84$ και $2,9^2 = 8,41$ είναι $2,8 < \sqrt{8} < 2,9$

Επειδή $2,82^2 = 6,9696$ και $2,83^2 = 8,0089$ είναι $2,82 < \sqrt{8} < 2,83$

Επομένως η ρητή προσέγγιση του $\sqrt{8}$ με δύο δεκαδικά ψηφία είναι 2,82

Άσκηση 4

Να λυθούν οι εξισώσεις

α) $x^2 = 0$ β) $x^2 = 5$, γ) $x^2 = -3$, δ) $x^2 = 17$

Απάντηση

α) $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{0} = 0$

β) $x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \sqrt{5}$ ή $x = -\sqrt{5}$

γ) $x^2 = -3$ εξίσωση αδύνατη γιατί $x^2 \geq 0$

δ) $x^2 = 17 \Leftrightarrow x = \sqrt{17}$ ή $x = -\sqrt{17}$

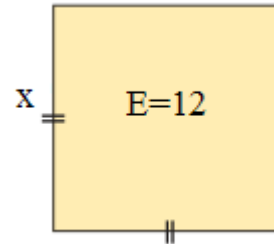
Άσκηση 5

Ένα τετράγωνο έχει εμβαδόν 12 cm^2 . Να βρείτε με προσέγγιση εκατοστού το μήκος της πλευράς του.

Απάντηση

Έστω x το μήκος της πλευράς του τετραγώνου τότε το εμβαδόν του είναι $E = x^2$ οπότε $x^2 = 12$

$$x^2 = 12 \text{ με } x \geq 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{12} = 3,46 \text{ cm}$$



Άσκηση 6

Ένα τετράγωνο έχει διαγώνιο 12 cm . Να βρείτε

- Το μήκος της πλευράς του με προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων
- Την ακριβή τιμή του εμβαδού του

Απάντηση

Θέτουμε x το μήκος της πλευράς του τετραγώνου.

Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την

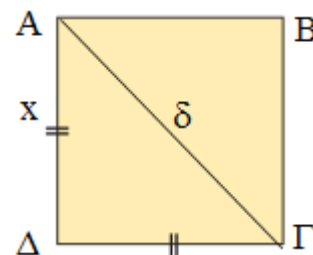
$$A\Gamma = \delta. \text{ Οπότε } A\Gamma^2 = AB^2 + B\Gamma^2 \text{ ή } \delta^2 = x^2 + x^2.$$

$$\delta^2 = x^2 + x^2 \Leftrightarrow 12^2 = 2x^2 \Leftrightarrow 144 = 2x^2$$

$$\Leftrightarrow 72 = x^2 \text{ άρα } x = \sqrt{72} \approx 8,48 \text{ cm}$$

β)

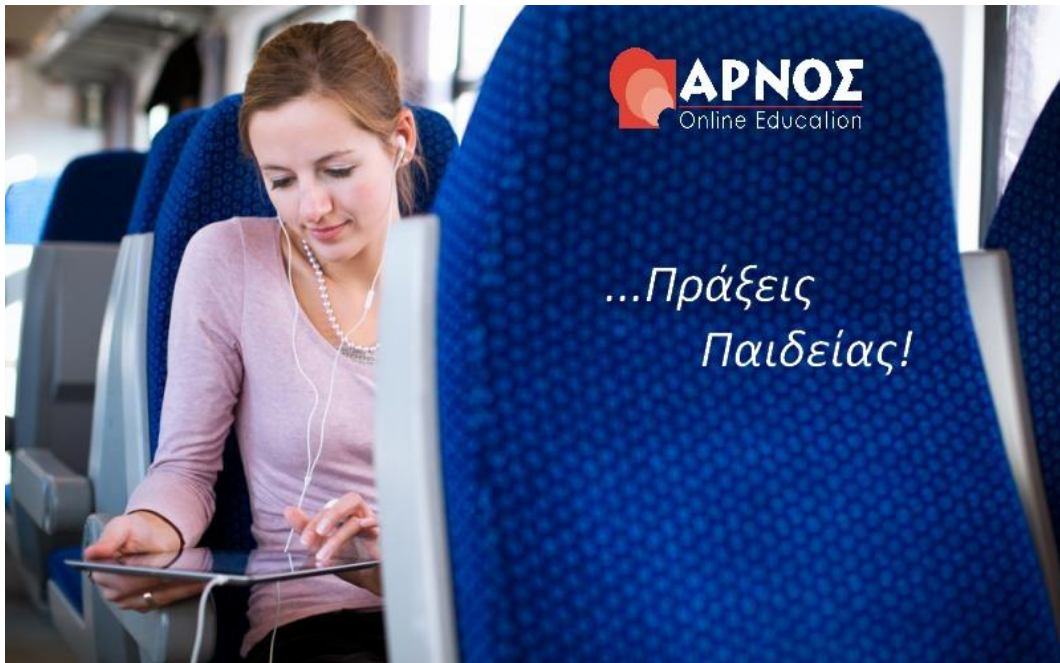
Το εμβαδόν E είναι ίσο με : $E = x^2$ άρα $E = 72 \text{ cm}^2$



Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης MED - Μαθηματικός

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία
για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης
& SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.





...Πράξεις Παιδείας!