

1. Εξισώσεις – Ανισώσεις



Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου

1.4 Επίλυση προβλημάτων με την χρήση εξισώσεων

σχ. βιβλίο (σ. 30)

Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 30)

1.4 Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Το διπλάσιο ενός αριθμού αυξημένου κατά 4 είναι ίσο με 32.

Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις επιλύει το πρόβλημα αυτό;

A	$2x - 4 = 32$	B	$2x + 32 = 4$
Γ	$4x - 2 = 32$	Δ	$2x + 4 = 32$

Απάντηση

A	$2x - 4 = 32$	B	$2x + 32 = 4$
Γ	$4x - 2 = 32$	Δ	$2x + 4 = 32$

Εξήγηση

Θέτουμε x το ζητούμενο αριθμό, τότε το διπλάσιο του αριθμού είναι $2x$, αυξημένου κατά 4 σημαίνει $+ 4$. Άρα η εξίσωση που περιγράφει το πρόβλημα είναι $2x + 4 = 32$. Οπότε σωστή απάντηση είναι το Δ.

Ερώτηση 2

Ο Κώστας έχει 38 € και ο Γιάννης 14 €. Αγόρασαν από ένα σουβλάκι ο καθένας οπότε τα χρήματα που έχει τώρα ο Κώστας είναι τριπλάσια από τα χρήματα που έχει ο Γιάννης. Πόσο κοστίζει το κάθε σουβλάκι ; Ποια από τις παρακάτω εξισώσεις επιλύει το πρόβλημα αυτό ;

A	$38 + x = 3x + 14$	B	$38 - x = 3(14 - x)$
Γ	$14 - x = 3(38 - x)$	Δ	$38 = 3 \cdot 14 + x$

Απάντηση

A	$38 + x = 3x + 14$	B	$38 - x = 3(14 - x)$
Γ	$14 - x = 3(38 - x)$	Δ	$38 = 3 \cdot 14 + x$

Εξήγηση

Αν υποθέσουμε ότι το σουβλάκι κοστίζει x €, τότε στον Κώστα έμειναν $38 - x$ € και στον Γιάννη $14 - x$ €. Όμως ο Κώστας έχει τώρα τριπλάσια από τα χρήματα που έχει ο Γιάννης δηλαδή $3(14 - x)$. Άρα $38 - x = 3(14 - x)$.

Σωστή απάντηση η Β.

$$38 - x = 3(14 - x) \Leftrightarrow 38 - x = 42 - 3x \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2.$$

Το σουβλάκι κοστίζει 2 €.

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Να βρεθούν οι οξείες γωνίες ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ αν η μία είναι διπλάσια της άλλης.

Λύση

Το άθροισμα των γωνιών σε κάθε τρίγωνο είναι 90° . Αν x είναι η μικρότερη γωνία τότε η μεγαλύτερη είναι $2x$, θα έχουμε έχουμε την εξίσωση $x + 2x = 90$

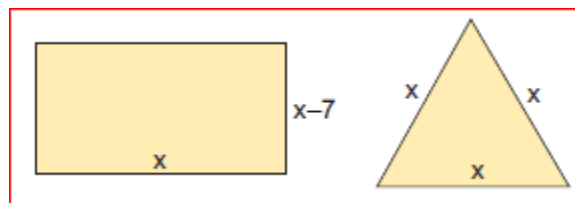
$$x + 2x = 90 \Leftrightarrow 3x = 90 \Leftrightarrow x = 30$$

Άρα η μικρότερη γωνία είναι 30° και η μεγαλύτερη είναι 60°

Άσκηση 2

Στα παρακάτω σχήματα, το ορθογώνιο και το τρίγωνο έχουν ίσες περιμέτρους.

Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογωνίου .



Λύση

Η περίμετρος του ορθογωνίου είναι ίση με τριγώνου $3x$ και η περίμετρος του ορθογωνίου είναι ίση με $2x + 2(x-7)$. Επειδή οι περιμέτροι είναι ίσες, έχουμε την εξίσωση $2x + 2(x-7) = 3x$

$$2x + 2(x-7) = 3x \Leftrightarrow 2x + 2x - 14 = 3x \Leftrightarrow 2x + 2x - 3x = 14 \Leftrightarrow x = 14$$

Άρα το μήκος του ορθογωνίου είναι 14 και το πλάτος $14 - 7 = 7$

Άσκηση 3

Ένας πατέρας είναι 44 ετών και ο γιος του είναι 8 ετών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια από την ηλικία του γιού ;

Λύση

Αν η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια από την ηλικία του γιού μετά από x χρόνια ο πατέρας θα είναι $44 + x$ ετών και ο γιος $8 + x$ ετών.

Η τριπλάσια ηλικία του γιού εκφράζεται με: $3(8 + x)$

Άρα δημιουργείται η εξίσωση: $44 + x = 3(8 + x)$

$$44 + x = 3(8 + x) \Leftrightarrow 44 + x = 24 + 3x \Leftrightarrow x - 3x = 24 - 44$$

$$\Leftrightarrow x - 3x = 24 - 44 \Leftrightarrow -2x = -20 \quad \text{άρα} \quad x = 10$$

Η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια από την ηλικία του γιού μετά από 10 χρόνια.

Τότε ο πατέρας θα είναι 54 ετών και ο γιος του 18 ετών.

Άσκηση 4

Τρεις φίλοι μοιράστηκαν ένα χρηματικό ποσό. Ο πρώτος πήρε το $\frac{1}{4}$ του ποσού,

ο δεύτερος πήρε το $\frac{1}{3}$ του ποσού και ο τρίτος πήρε το $\frac{1}{3}$ του ποσού και 100 €

ακόμη. Να βρείτε το αρχικό χρηματικό ποσό που μοιράστηκαν και το μερίδιο του καθενός.

Λύση

Αν x είναι το αρχικό χρηματικό ποσό που μοιράστηκαν, τότε ο πρώτος θα πήρε $\frac{1}{4}x$

ο δεύτερος $\frac{1}{3}x$ και ο τρίτος $\frac{1}{3}x + 100$. Αν προσθέσουμε τα τρία ποσά θα πάρουμε

το αρχικό. Έτσι δημιουργείται η εξίσωση: $\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x + 100 = x$

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}x + 100 = x \Leftrightarrow 12 \cdot \frac{1}{4}x + 12 \cdot \frac{1}{3}x + 12 \cdot \frac{1}{3}x + 12 \cdot 100 = 12 \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4x + 4x + 1200 = 12x \Leftrightarrow -12x + 3x + 4x + 4x = -1200$$

$$\Leftrightarrow -x = -1200 \Leftrightarrow x = 1200$$

Άρα το αρχικό ποσό είναι 1200, πρώτος πήρε $\frac{1}{4} \cdot 1200 = 300$ €, δεύτερος

πήρε $\frac{1}{3} \cdot 1200 = 400$ € και ο τρίτος πήρε τα υπόλοιπα 500 €.

Άσκηση 5

Το ρεζερβουάρ ενός αυτοκινήτου περιέχει διπλάσια ποσότητα βενζίνης από το ρεζερβουάρ ενός άλλου αυτοκινήτου. Αν το πρώτο αυτοκίνητο καταναλώσει 34 λίτρα και το δεύτερο 7 λίτρα, θα μείνει ίδια ποσότητα στα δύο αυτοκίνητα. Πόσα λίτρα βενζίνης περιέχει κάθε αυτοκίνητο ;

Λύση

Αν υποθέσουμε ότι αρχικά στο ρεζερβουάρ του δεύτερου αυτοκινήτου υπήρχαν x λίτρα βενζίνης, τότε στο ρεζερβουάρ του πρώτου που περιείχε διπλάσια ποσότητα θα υπήρχαν $2x$ λίτρα βενζίνης.

Μετά στο ρεζερβουάρ του πρώτου θα υπάρχουν $2x - 34$ λίτρα βενζίνης ενώ στο ρεζερβουάρ του δεύτερου αυτοκινήτου θα υπάρχουν $x - 7$ λίτρα βενζίνης. Τότε όμως τα ρεζερβουάρ θα έχουν την ίδια ποσότητα βενζίνης. Έτσι δημιουργείται η εξίσωση:

$$2x - 34 = x - 7$$

$$2x - 34 = x - 7 \Leftrightarrow 2x - x = 34 - 7 \Leftrightarrow x = 27$$

Άρα αρχικά στο ρεζερβουάρ του πρώτου αυτοκινήτου υπήρχαν 54 λίτρα βενζίνης και στο δεύτερου 27 λίτρα.

Άσκηση 6

Δώδεκα μικρά λεωφορεία των 8 και των 14 ατόμων μεταφέρουν συνολικά 126 επιβάτες. Πόσα λεωφορεία είναι των 8 και πόσα των 14 θέσεων;

Λύση

Έστω x είναι ο αριθμός των λεωφορείων των 8 ατόμων. Τότε ο αριθμός των λεωφορείων των 14 ατόμων θα είναι $12-x$.

Τα λεωφορεία των 8 ατόμων μεταφέρουν $8x$ επιβάτες και τα λεωφορεία των 14 ατόμων $14(12-x)$ επιβάτες, αν υποθέσουμε ότι κάνουν τα δρομολόγια γεμάτα.

Επειδή μεταφέρουν συνολικά 126 επιβάτες, δημιουργείται η εξίσωση: $8x + 14(12-x) = 126$

$$8x + 14(12-x) = 126 \Leftrightarrow 8x + 168 - 14x = 126 \Leftrightarrow -6x = -42 \Leftrightarrow x = 7$$

Άρα τα λεωφορεία των 8 ατόμων είναι 7 και τα λεωφορεία των 14 ατόμων είναι 5.

Άσκηση 7

Οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου είναι 8 m και 12m. Για να διπλασιάσουμε το εμβαδόν του, αυξάνουμε την μεγαλύτερη διάσταση κατά 4 m. Πόσο πρέπει να αυξήσουμε την μικρότερη διάσταση;

Λύση

Αν αυξήσουμε την μικρότερη διάσταση κατά x τότε αυτή θα γίνει $8+x$. Ενώ η μεγαλύτερη διάσταση θα γίνει $12+4 = 16$ μέτρα.

Το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι $E = 8 \cdot 12 = 96\text{m}^2$. Αν διπλασιαστεί θα γίνει $2 \cdot 96 = 192\text{m}^2$

Με τις νέες διαστάσεις το εμβαδόν του ορθογωνίου θα δίνεται από τη σχέση:

$16(x + 8)$. Δεδομένου ότι αυτό θα είναι ίσο με 192 m^2 δημιουργείται η εξίσωση:

$16(x + 8) = 192$. Τότε έχουμε διαδοχικά:

$$16(x + 8) = 192 \Leftrightarrow 16x + 128 = 192 \Leftrightarrow 16x = 192 - 128 \Leftrightarrow$$

$$16x = 64 \Leftrightarrow x = 4$$

Άρα πρέπει να αυξήσουμε την μικρότερη διάσταση κατά 4 m.

Άσκηση 8

Ο Πέτρος και ο Σάκης αμείβονται για την εργασία τους με την ώρα. Ο Πέτρος κερδίζει 2€ την ώρα περισσότερα από το Σάκη. Όταν ο Πέτρος εργάζεται 7 ώρες και ο Σάκης 5 ώρες, ο Σάκης κερδίζει 26€ λιγότερα από τον Πέτρο. Να βρεθεί το ωρομίσθιο καθενός.

Λύση

Εάν υποθέσουμε ότι ο Σάκης παίρνει x € την ώρα τότε ο Πέτρος θα παίρνει $2+x$ € την ώρα. Σε 7 ώρες ο Πέτρος παίρνει $7(2+x)$ € και ο Σάκης σε 5 ώρες παίρνει $5x$ €.

Όσα παίρνει ο Πέτρος είναι όσα παίρνει ο Σάκης συν 26 €.

Οπότε δημιουργείται η εξίσωση: $7 \cdot (2+x) = 5x + 26$.

Τότε έχουμε διαδοχικά:

$$7(x + 2) = 5x + 26 \Leftrightarrow 7x + 14 = 5x + 26 \Leftrightarrow$$

$$7x - 5x = 26 - 14 \Leftrightarrow 2x = 12 \Leftrightarrow x = 6$$

Άρα το ωρομίσθιο του Σάκη είναι 6 € και του Πέτρος είναι 8 €.

Άσκηση 9

Όλα μου τα στυλό εκτός από 3 είναι μπλε, όλα μου τα στυλό εκτός από 4 είναι κόκκινα, όλα μου τα στυλό εκτός από 5 είναι μαύρα. Πόσα στυλό έχω ;

Λύση

Εάν υποθέσουμε ότι έχει x στυλό τότε θα είναι τα $x - 3$ μπλε, τα $x - 4$ κόκκινα και τα $x - 5$ μαύρα.

Το άθροισμα των μπλε, κόκκινων, μαύρων στυλό θα είναι x . Οπότε δημιουργείται η εξίσωση: $x - 3 + x - 4 + x - 5 = x$

Τότε έχουμε διαδοχικά:

$$x - 3 + x - 4 + x - 5 = x \Leftrightarrow 3x - 12 = x \Leftrightarrow 3x - x = 12$$

$$\Leftrightarrow 2x = 12 \Leftrightarrow x = 6$$

Άρα έχει 6 στυλό

Άσκηση 10

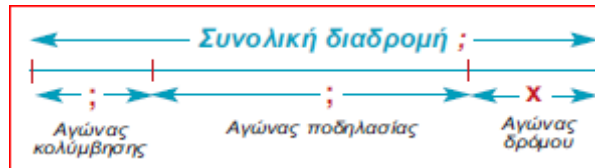
Το τρίαθλο είναι ένα αγώνισμα που περιλαμβάνει έναν αγώνα κολύμβησης έναν

αγώνα ποδηλασίας και έναν αγώνα δρόμου. Η συνολική απόσταση που διανύει ένας αθλητής και στα τρία αγωνίσματα είναι 51,5 km. Ο αγώνας δρόμου γίνεται σε μία απόσταση που είναι κατά 8,5 km μεγαλύτερη από την



απόσταση στην οποία γίνεται ο αγώνας κολύμβησης. Ο αγώνας ποδηλασίας γίνεται σε μία απόσταση τετραπλάσια από αυτήν του αγώνα δρόμου.

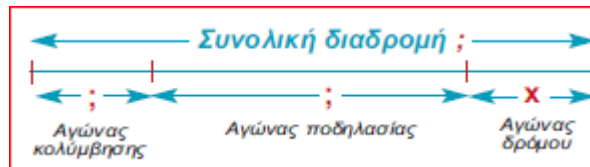
- α) Υποθέτοντας ότι στο παρακάτω σχήμα το ευθύγραμμο τμήμα x παριστάνει την απόσταση στην οποία γίνεται ο αγώνας δρόμου, να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε το σχήμα με τις πληροφορίες της υπόθεσης.



- β) Ποια απόσταση διανύει ένας αθλητής σε κάθε αγώνισμα ;

Λύση

- α) Εάν υποθέσουμε ότι x χιλιόμετρα είναι ο αγώνας δρόμου τότε σύμφωνα με τις πληροφορίες της εκφώνησης ο αγώνας κολύμβησης είναι $x - 8,5$ χιλιόμετρα και ο αγώνας της ποδηλασίας είναι $4x$ χιλιόμετρα.



$$x - 8,5 \text{ km} \quad 4x \text{ km}$$

- β) Το άθροισμα των χιλιομέτρων κάθε αγώνα θα είναι 51,5. Οπότε δημιουργείται η εξίσωση: $x + x - 8,5 + 4x = 51,5$

Τότε έχουμε διαδοχικά:

$$x + x - 8,5 + 4x = 51,5 \Leftrightarrow 6x - 8,5 = 51,5 \Leftrightarrow 6x = 51,5 + 8,5 \Leftrightarrow 6x = 60 \Leftrightarrow x = 10$$

Άρα ο αγώνας δρόμου είναι 10 km, ο αγώνας κολύμβησης είναι 1,5 km και ο αγώνας ποδηλασίας 40 km.

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MED - Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!