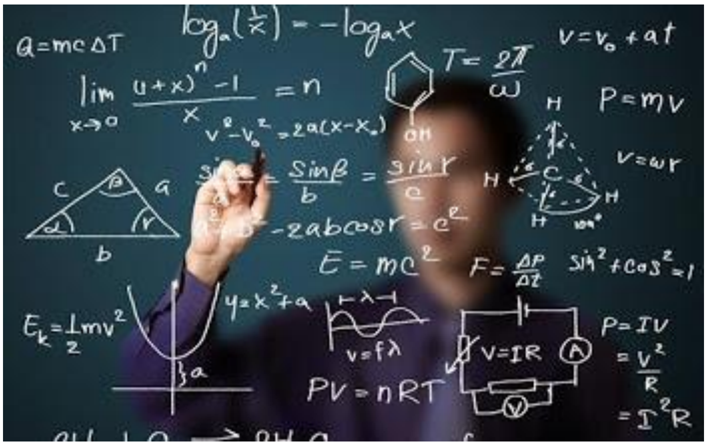
1. Εξισώσεις – Ανισώσεις



Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου

1.3 Επίλυση τύπων

σχ. βιβλίο (σσ. 24-25)

ΑΡΝΟΣ Online Education

Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Β΄ Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σ. 24–25)

1.3 Επίλυση τύπων

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

	Α	Β	Γ	Δ
1. Η σχέση 3α = βγ, αν λυθεί ως προς α, γίνεται:	$\alpha=\beta\gamma-3$	$\alpha=3\beta\gamma$	$\alpha=\dfrac{\beta\gamma}{3}$	$4x$
2. Η σχέση α = β+γδ, αν λυθεί ως προς β, γίνεται:	$\beta=\gamma\delta-\alpha$	$\beta=\alpha-\gamma\delta$	$\beta=\dfrac{\alpha}{\gamma\delta}$	$\beta=\dfrac{\gamma\delta}{\alpha}$
3. Η σχέση α = β + γδ, αν λυθεί ως προς γ, γίνεται:	$\gamma=\alpha-\beta-\delta$	$\gamma=\dfrac{\alpha}{\beta}-\delta$	$\gamma=\dfrac{\alpha-\beta}{\delta}$	$\gamma=\dfrac{\alpha\beta}{\delta}$
4. Η σχέση $\alpha=\beta\left(1+\dfrac{\gamma}{\delta}\right)$, αν λυθεί ως προς γ, γίνεται:	$\gamma=\dfrac{(\alpha-\beta)\delta}{\beta}$	$\gamma=(\alpha-\beta)\delta$	$\gamma=\dfrac{\alpha\delta}{\beta}$	$\gamma=(\alpha-\beta-1)\delta$

Απάντηση

	Α	Β	Γ	Δ
1. Η σχέση 3α = βγ, αν λυθεί ως προς α, γίνεται:	$\alpha=\beta\gamma-3$	$\alpha=3\beta\gamma$	$\alpha=\dfrac{\beta\gamma}{3}$	$4x$
2. Η σχέση α = β+γδ, αν λυθεί ως προς β, γίνεται:	$\beta=\gamma\delta-\alpha$	$\beta=\alpha-\gamma\delta$	$\beta=\dfrac{\alpha}{\gamma\delta}$	$\beta=\dfrac{\gamma\delta}{\alpha}$
3. Η σχέση α = β + γδ, αν λυθεί ως προς γ, γίνεται:	$\gamma=\alpha-\beta-\delta$	$\gamma=\dfrac{\alpha}{\beta}-\delta$	$\gamma=\dfrac{\alpha-\beta}{\delta}$	$\gamma=\dfrac{\alpha\beta}{\delta}$
4. Η σχέση $\alpha=\beta\left(1+\dfrac{\gamma}{\delta}\right)$, αν λυθεί ως προς γ, γίνεται:	$\gamma=\dfrac{(\alpha-\beta)\delta}{\beta}$	$\gamma=(\alpha-\beta)\delta$	$\gamma=\dfrac{\alpha\delta}{\beta}$	$\gamma=(\alpha-\beta-1)\delta$

Εξήγηση

Θεωρούμε σε κάθε περίπτωση την ισότητα που μας δίνεται ως εξίσωση με άγνωστο, αυτόν που μας προτείνει και λύνουμε με τη μεθοδολογία που αναπτύξαμε στην προηγούμενη παράγραφο θεωρώντας όλες τις άλλες ποσότητες γνωστές.

1. Εδώ ο άγνωστος είναι το α, άρα ο συντελεστής του αγνώστου το 3.

Διαιρούμε δια 3 και τα δύο μέλη $3α = βγ \Leftrightarrow \frac{3α}{3} = \frac{βγ}{3} \Leftrightarrow α = \frac{βγ}{3}$

2. Εδώ ο άγνωστος είναι το β. Χωρίζουμε γνωστούς από άγνωστους

$α = β + γδ \Leftrightarrow α - γδ = β$ ή $β = α - γδ$

3. Εδώ ο άγνωστος είναι το γ, χωρίζουμε γνωστούς από άγνωστους

$α = β + γδ \Leftrightarrow α - β = γδ$. Ο συντελεστής του αγνώστου το δ. Διαιρούμε δια δ και τα δύο μέλη $\frac{α-β}{δ} = γ$ ή $γ = \frac{α-β}{δ}$

4. $α = β\left(1+\frac{γ}{δ}\right) \Leftrightarrow α = β+\frac{βγ}{δ} \Leftrightarrow δα = δβ+δ\frac{βγ}{δ} \Leftrightarrow δα = δβ+βγ \Leftrightarrow$

$δα - δβ = βγ \Leftrightarrow δ(α - β) = βγ \Leftrightarrow \frac{(α-β)δ}{β} = γ$ ή $γ = \frac{(α-β)δ}{β}$

Ασκήσεις

Να επιλύσετε τους παρακάτω τύπους των μαθηματικών και της φυσικής ως προς την μεταβλητή που ζητείται.

Άσκηση 1

Μήκος κύκλου $L = 2πρ$ ως προς ρ.

Λύση

Εδώ ο άγνωστος είναι το ρ, άρα ο συντελεστής του αγνώστου το 2π.

$L = 2πρ \Leftrightarrow \frac{L}{2π} = \frac{2πρ}{2π} \Leftrightarrow ρ = \frac{L}{2π}$

Άσκηση 2

Περίμετρος ορθογωνίου $P = 2x + 2y$ ως προς y.

Λύση

$P = 2x + 2y \Leftrightarrow P - 2x = 2y \Leftrightarrow y = \frac{P-2x}{2}$

Άσκηση 3

Εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας κυλίνδρου $E = 2\pi\rho\upsilon$ ως προς ρ.

Λύση

Εδώ ο άγνωστος είναι το ρ, άρα ο συντελεστής του αγνώστου το 2πυ.

$E = 2\pi\rho\upsilon \Leftrightarrow \frac{E}{2\pi\upsilon} = \frac{2\pi\rho\upsilon}{2\pi\upsilon} = \rho \Leftrightarrow \frac{E}{2\pi\upsilon} = \rho$ ή $\rho = \frac{E}{2\pi\upsilon}$

Άσκηση 4

Εξίσωση ευθείας $\alpha x + \beta y + \gamma = 0$ ως προς y με $\beta \neq 0$.

Λύση

Εδώ ο άγνωστος είναι το y. Χωρίζουμε γνωστούς από άγνωστους

$\alpha x + \beta y + \gamma = 0 \Leftrightarrow \beta y = -\alpha x - \gamma$ ο συντελεστής του αγνώστου το β.

Άρα $y = \frac{-\alpha x - \gamma}{\beta}$

Άσκηση 5

Εμβαδόν παραλληλεπιπέδου $E = 2(xy + y\omega + x\omega)$ ως προς ω.

Λύση

Ε = 2(x y + y ω + xω) (κάνουμε επιμεριστικές) $\Leftrightarrow$ Ε = 2xy + 2yω + 2xω $\Leftrightarrow$ (χωρίζουμε γνωστούς από άγνωστους) Ε – 2xy = 2yω + 2xω $\Leftrightarrow$ (βγάζουμε κοινό παράγοντα το ω) Ε – 2xy = ω(2y + 2x) $\Leftrightarrow$ (διαιρούμε με τον συντελεστή του άγνωστου) $\frac{E-2xy}{2y+2x}$ = ω ή ω = $\frac{E-2xy}{2y+2x}$.

Άσκηση 6

Ταχύτητα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση υ = $\frac{S}{t}$ ως προς t.

Λύση

υ = $\frac{S}{t}$ $\Leftrightarrow$ υt = $\frac{S}{t}t$ $\Leftrightarrow$ υt = S $\Leftrightarrow$ t = $\frac{S}{\upsilon}$

Άσκηση 7

Εμβαδόν τραπεζίου Ε = $\left(\frac{\beta+B}{2}\right)\cdot\upsilon$ ως προς β.

Λύση

2Ε = 2$\left(\frac{\beta+B}{2}\right)\cdot\upsilon$ $\Leftrightarrow$ 2Ε = (β + Β) υ $\Leftrightarrow$ 2Ε = βυ + Β υ

$\Leftrightarrow$ 2Ε – Βυ = βυ $\Leftrightarrow$ β = $\frac{2E-\beta\upsilon}{\upsilon}$

Άσκηση 8

$S = \frac{\alpha}{1-\lambda}$ ως προς λ.

Λύση

$S = \frac{\alpha}{1-\lambda} \Leftrightarrow (1-\lambda)\, S = (1-\lambda)\frac{\alpha}{1-\lambda} \Leftrightarrow S - S\lambda = \alpha$

$\Leftrightarrow -S\lambda = \alpha - S \Leftrightarrow S\lambda = S - \alpha \Leftrightarrow \lambda = \frac{S-\alpha}{S}$

Άσκηση 9

$P = P_o + \varepsilon h$, ως προς h.

Λύση

$P - P_o = \varepsilon h \Leftrightarrow \varepsilon h = P - P_o \Leftrightarrow h = \frac{P - P_o}{\varepsilon}$

Άσκηση 10

$Q = mc\theta$, ως προς c

Λύση

$mc\theta = Q \Leftrightarrow \frac{mc\theta}{m\theta} = \frac{Q}{m\theta} \Leftrightarrow c = \frac{Q}{m\theta}$

Άσκηση 11

$F = K_c \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ ως προς q_1.

Λύση

$r^2 F = r^2 K_c \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \Leftrightarrow r^2 F = K_c\, q_1\, q_2 \Leftrightarrow \frac{r^2 F}{q_2 K_c} = \frac{K_c q_1 q_2}{q_2 K_c}$

$\frac{r^2 F}{q_2 K_c} = q_1$ ή $q_1 = \frac{r^2 F}{q_2 K_c}$

Άσκηση 12

$S = \upsilon_o t + \frac{1}{2} g t^2$ ως προς υ_o.

Λύση

$S = \upsilon_o t + \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow 2S = 2\upsilon_o t + 2\, \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow$

$2S = 2\upsilon_o t + g t^2 \Leftrightarrow 2S - g t^2 = 2\upsilon_o t \Leftrightarrow \upsilon_o = \frac{2S - g t^2}{2t} = \frac{2\upsilon_o t}{2t} \Leftrightarrow$

$\frac{2S - g t^2}{2t} = \upsilon_o$ ή $\upsilon_o = \frac{2S - g t^2}{2t}$

Άσκηση 13

Για ένα ιδεώδες αέριο σε κανονική πίεση ο όγκος του σε θερμοκρασία θ^o C δίνεται από τον τύπο

$V = V_o\left(1+\frac{\theta}{273{,}15}\right)$, όπου V_o ο όγκος σε θερμοκρασία 0^o C.

α) Να λύσετε τον τύπο ως προς θ

β) Στους 0^o C ένα ιδεώδες αέριο έχει όγκο $V_o = 25cm^3$. Σε ποια θερμοκρασία έχει όγκο $30\ cm^3$;

Λύση

α) $V = V_o\left(1+\frac{\theta}{273{,}15}\right)$ άρα $V = V_o + V_o\frac{\theta}{273{,}15} \Leftrightarrow$

$273{,}15\ V = 273{,}15V_o + 273{,}15\ V_o\frac{\theta}{273{,}15} \Leftrightarrow$

$273{,}15\ V = 273{,}15V_o + V_o\theta \Leftrightarrow 273{,}15\ V - 273{,}15V_o = V_o\theta \Leftrightarrow$

$$\frac{273{,}15V - 273{,}15V_o}{V_o} = \frac{V_o\theta}{V_o} \Leftrightarrow \frac{273{,}15V - 273{,}15V_o}{V_o} = \theta$$

β) Στον τύπο που βρήκαμε αντικαθιστούμε $V_o = 25cm^3$ και $V = 30\ cm^3$

Χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στο χειρισμό των μονάδων. Ο αριθμός 273,15 αφορά σε θερμοκρασία μετρημένη σε ^{o} C.

$$\theta = \frac{273{,}15^oC\cdot 30cm^3 - 273{,}15^oC\cdot 25cm^3}{25cm^3} = \frac{273{,}15^oC\cdot\left(30cm^3 - 25cm^3\right)}{25cm^3} =$$

$$\frac{273{,}15^oC\cdot 5cm^3}{25cm^3} = \frac{273{,}15^oC}{5} = 54{,}63^o\ C$$

Άσκηση 14

Εμπειρικές μελέτες για την χιονόπτωση στη Βρετανία κατέληξαν στο εξής συμπέρασμα : Ο αριθμός D των ημερών ενός έτους στη διάρκεια των οποίων πέφτει χιόνι δίνεται κατά προσέγγιση από τον τύπο $D = 0{,}155 \cdot h + 11$, όπου h είναι το υψόμετρο ενός τόπου σε μέτρα.

α) Σύμφωνα με τον τύπο αυτό, πόσες μέρες χιονίζει σε έναν τόπο που είναι παραθαλάσσιος (h = 0) ;

β) Σε ποιο υψόμετρο χιονίζει 6 μήνες το χρόνο (180 ημέρες;) και σε ποιο υψόμετρο χιονίζει κάθε μέρα.

Λύση

α) Για παραθαλάσσιο τόπο θέτουμε h = 0 έχουμε $D = 0{,}155 \cdot 0 + 11 = 11$, και βρίσκουμε ότι σε έναν παραθαλάσσιο τόπο χιονίζει 11 ημέρες το χρόνο

β) Για ένα τόπο με θέτουμε D = 180 και έχουμε

$$180 = 0{,}155h + 11 \Leftrightarrow 180 - 11 = 0{,}155h$$

$$\Leftrightarrow 169 = 0{,}155h \Leftrightarrow h = \frac{169}{0{,}155} = 1090{,}3.$$

Θεωρητικά (με βάση τον τύπο) θα χιονίζει 6 μήνες το χρόνο σε υψόμετρο 1090,3 μέτρα.

Θεωρούμε ότι ο χρόνος έχει 360 μέρες και θέτουμε D = 360

$$360 = 0{,}155h + 11 \Leftrightarrow 360 - 11 = 0{,}155h \Leftrightarrow$$

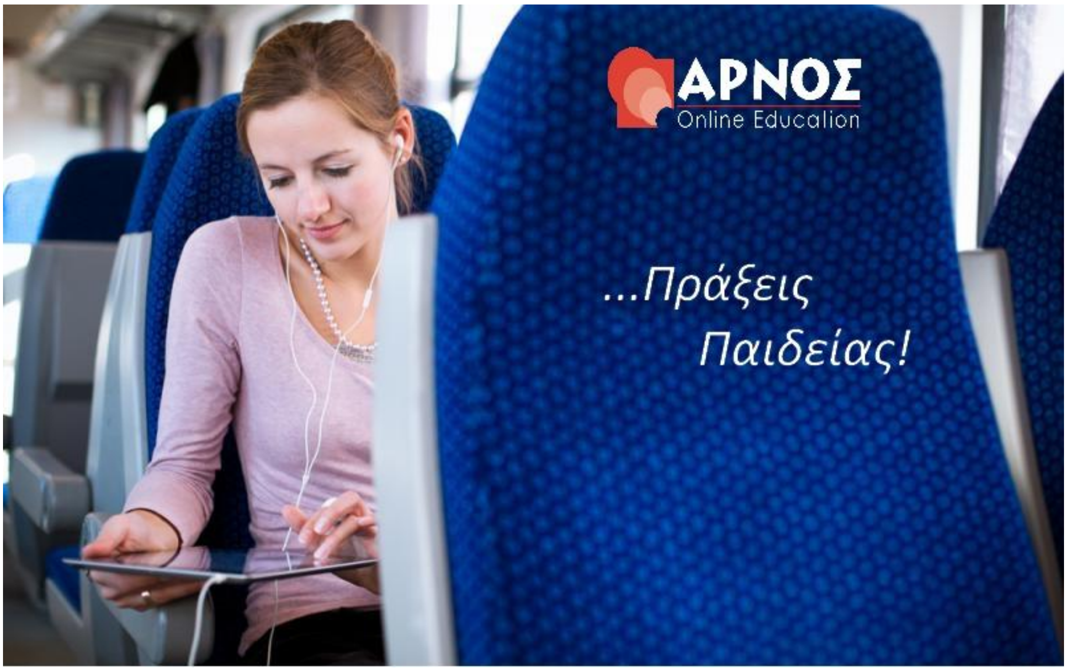
$$349 = 0{,}155h \Leftrightarrow h = \frac{349}{0{,}155} = 2251{,}6.$$

Θεωρητικά (με βάση τον τύπο) θα χιονίζει όλο το χρόνο σε υψόμετρο 2251,6 μέτρα

Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης – MED - Μαθηματικός

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία
για όλο το σχολικό έτος μόνο με 150 ευρώ!



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!

Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις

Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.

…Πράξεις Παιδείας!