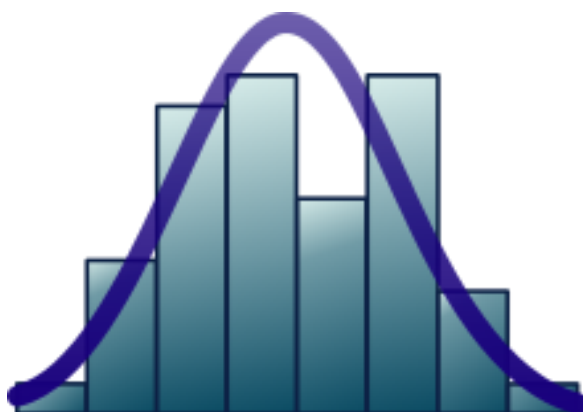


## 4. Περιγραφική Στατιστική



---

*Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου*

---

### 4.3 Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

*σχ. βιβλίο (σ.σ. 97-99)*

**Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 97-99)**
**4.3 Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων**
**Ερωτήσεις κατανόησης**
**Ερώτηση 1.**

Στον διπλανό πίνακα έχουμε συγκεντρώσει τα αποτελέσματα μιας έρευνας που έγινε σε μία κωμόπολη σχετικά με τον αριθμό των παιδιών που έχει κάθε οικογένεια.

| Παιδιά             | 0  | 1  | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------|----|----|---|---|---|---|
| Πλήθος ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΩΝ | 11 | 12 | 7 | 5 | 3 | 2 |

Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση

|   |  | A                               | B                               | Γ                               | Δ                              |
|---|--|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 1 | Το συνολικό πλήθος οικογενειών που ρωτήθηκαν είναι:  | 5                               | 6                               | 40                              | 12                             |
| 2 | Η συχνότητα της τιμής 4 είναι:   | 3                               | 6                               | 40                              | 2                              |
| 3 | Η σχετική συχνότητα των οικογενειών που δεν έχουν παιδιά είναι:  | $\frac{11}{100}$                | $\frac{11}{40}$                 | $\frac{40}{11}$                 | $\frac{100}{11}$               |
| 4 | Η σχετική συχνότητα των οικογενειών που έχουν 3 παιδιά ως ποσοστό επί τοις εκατό είναι:                          | $\frac{5}{100} \cdot 40$        | $\frac{100}{5} \cdot 40$        | $\frac{5}{100}$                 | $\frac{5}{40} \cdot 100$       |
| 5 | Αν κατασκευάσουμε κυκλικό διάγραμμα, η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στις οικογένειες που έχουν 1 παιδί είναι: | $\frac{12}{40} \cdot 360^\circ$ | $\frac{40}{12} \cdot 360^\circ$ | $\frac{40}{360^\circ} \cdot 12$ | $\frac{1}{12} \cdot 360^\circ$ |

**Απάντηση**

Σύμφωνα με τα δεδομένα του πίνακα έχουμε

1. Πλήθος οικογενειών =  $11 + 12 + 7 + 5 + 3 + 2 = 40$

|   |   |   |   |    |    |
|---|---|---|---|----|----|
| 1 | Το συνολικό πλήθος οικογενειών που ρωτήθηκαν είναι: | 5 | 6 | 40 | 12 |
|---|---|---|---|----|----|

2. 4 παιδιά έχουν 3 οικογένειες, οπότε η συχνότητα της τιμής 4 είναι το 3.

|   |                                |   |   |    |   |
|---|--------------------------------|---|---|----|---|
| 2 | Η συχνότητα της τιμής 4 είναι: | 3 | 6 | 40 | 2 |
|---|--------------------------------|---|---|----|---|

3. Η σχετική συχνότητα της τιμής 0 είναι  $\frac{11}{40}$ .

|   |   |                  |                 |                 |                  |
|---|---|------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| 3 | Η σχετική συχνότητα των οικογενειών που δεν έχουν παιδιά είναι: | $\frac{11}{100}$ | $\frac{11}{40}$ | $\frac{40}{11}$ | $\frac{100}{11}$ |
|---|---|------------------|-----------------|-----------------|------------------|

4. Η σχετική συχνότητα της τιμής 3 σε ποσοστό επί τοις εκατό είναι  $\frac{5}{40} \cdot 100$ .

|   |   |                          |                          |                 |                          |
|---|---|--------------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------|
| 4 | Η σχετική συχνότητα των οικογενειών που έχουν 3 παιδιά ως ποσοστό επί τοις εκατό είναι: | $\frac{5}{100} \cdot 40$ | $\frac{100}{5} \cdot 40$ | $\frac{5}{100}$ | $\frac{5}{40} \cdot 100$ |
|---|---|--------------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------|

5. Η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στην τιμή 1 στο κυκλικό διάγραμμα είναι

$$\frac{12}{40} \cdot 360^\circ.$$

|   |  |                                 |                                 |                                 |                                |
|---|--|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 5 | Αν κατασκευάσουμε κυκλικό διάγραμμα, η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στις οικογένειες που έχουν 1 παιδί είναι: | $\frac{12}{40} \cdot 360^\circ$ | $\frac{40}{12} \cdot 360^\circ$ | $\frac{40}{360^\circ} \cdot 12$ | $\frac{1}{12} \cdot 360^\circ$ |
|---|--|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr)

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

## Ερώτηση 2.

Μία έρευνα που έγινε μεταξύ μαθητών ενός Γυμνασίου της Κρήτης, σχετικά με τις ποδοσφαιρικές προτιμήσεις τους, κατέληξε σε έντονη διαφωνία με αποτέλεσμα να χαθούν μερικά στοιχεία. Μπορείτε να βρείτε τα στοιχεία που λείπουν;

| Ομάδες       | Συχνότητες | Σχετικές συχνότητες (επί τοις %) |
|--------------|------------|----------------------------------|
| ΑΕΚ          |            |                                  |
| ΠΑΟΚ         |            | 5                                |
| ΟΛΥΜΠΙΑΚΟΣ   | 30         |                                  |
| ΠΑΝΑΘΗΝΑΪΚΟΣ |            | 10                               |
| ΟΦΗ          | 70         | 35                               |
| ΕΡΓΟΤΕΛΗΣ    | 30         |                                  |
| Σύνολο       |            |                                  |

### Απάντηση

Από τα στοιχεία που αναφέρονται στον ΟΦΗ, βρίσκουμε ότι

η σχετική συχνότητα της τιμής ΟΦΗ είναι  $\frac{35}{100} = 0,35$

Αν  $v$  είναι το μέγεθος του δείγματος τότε  $0,35 = \frac{70}{v}$  άρα  $v = \frac{70}{0,35} = 200$

Άρα το μέγεθος του δείγματος είναι 200 μαθητές

Τότε η σχετική συχνότητα της τιμής ΟΛΥΜΠΙΑΚΟΣ είναι ίση με  $\frac{30}{200} \cdot 100 = 15\%$

Η σχετική συχνότητα της τιμής ΕΡΓΟΤΕΛΗΣ είναι ίση επίσης με  $\frac{30}{200} \cdot 100 = 15\%$

Αν  $x$  είναι η συχνότητα της τιμής ΠΑΟΚ τότε  $\frac{x}{200} = \frac{5}{100}$  άρα  $x = 10$

Αν  $y$  είναι η συχνότητα της τιμής ΠΑΝΑΘΗΝΑΪΚΟΣ τότε  $\frac{y}{200} = \frac{10}{100}$  άρα  $y = 20$

Οι οπαδοί όλων των ομάδων πλην της ΑΕΚ είναι  $10 + 30 + 20 + 70 + 30 = 160$  Οπότε

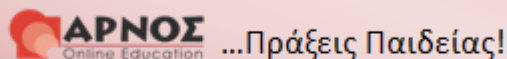
οι οπαδοί της ΑΕΚ είναι  $200 - 160 = 40$

Η σχετική συχνότητα της τιμής ΑΕΚ είναι  $\frac{40}{200} \cdot 100 = 20\%$

| Ομάδες        | Συχνότητες | Σχετικές συχνότητες (επί τοις %) |
|---------------|------------|----------------------------------|
| ΑΕΚ           | 40         | 20                               |
| ΠΑΟΚ          | 10         | 5                                |
| ΟΛΥΜΠΙΑΚΟΣ    | 30         | 15                               |
| ΠΑΝΑΘΗΝΑΪΚΟΣ  | 20         | 10                               |
| ΟΦΗ           | 70         | 35                               |
| ΕΡΓΟΤΕΛΗΣ     | 30         | 15                               |
| <b>Σύνολο</b> | <b>200</b> | <b>100</b>                       |

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr)

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



## Ασκήσεις

### Άσκηση 1.

Να συμπληρώσετε τους παρακάτω πίνακες

Αριθμός παιδιών των οικογενειών  
ενός χωριού

| Αριθμός παιδιών | Συχνότητα | Σχετική συχνότητα % |
|-----------------|-----------|---------------------|
| 0               | 4         |                     |
| 1               | 10        |                     |
| 2               | 14        |                     |
| 3               | 8         |                     |
| 4               | 4         |                     |
| <b>Σύνολο</b>   |           |                     |

Αριθμός απουσιών των μαθητών  
μιας τάξης κατά το Νοέμβριο

| Αριθμός απουσιών | Συχνότητα | Σχετική συχνότητα % |
|------------------|-----------|---------------------|
| 0                | 3         |                     |
| 1                | 8         |                     |
| 2                | 12        |                     |
| 3                | 6         |                     |
| 4                | 6         |                     |
| 5                |           |                     |
| 6                | 1         |                     |
| <b>Σύνολο</b>    | <b>40</b> |                     |

**Λύση**

Στον πρώτο πίνακα το μέγεθος του δείγματος είναι  $4 + 10 + 14 + 8 + 4 = 40$  .

Για να βρούμε τις σχετικές συχνότητες

χρησιμοποιούμε τον τύπο :

Σχετική συχνότητα % =

$$\frac{\text{συχνότητα}}{\text{σύνολο παρατηρήσεων}} \cdot 100$$

| Αριθμός παιδιών | Συχνότητα | Σχετική συχνότητα % |
|-----------------|-----------|---------------------|
| 0               | 4         | 10                  |
| 1               | 10        | 25                  |
| 2               | 14        | 35                  |
| 3               | 8         | 20                  |
| 4               | 4         | 10                  |
| <b>Σύνολο</b>   | <b>40</b> | <b>100</b>          |

Στον δεύτερο πίνακα η συχνότητα της τιμής 5 προκύπτει αν από το σύνολο 40 των παρατηρήσεων αφαιρέσουμε όλες τις άλλες συχνότητες . Έτσι βρίσκουμε :  $40 - 36 = 4$  Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τον τύπο :

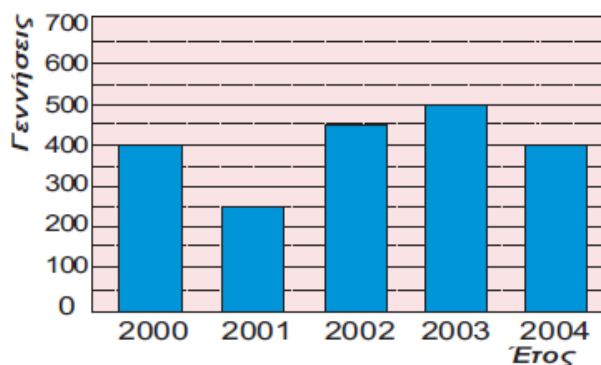
$$\text{Σχετική συχ. \%} = \frac{\text{συχνότητα}}{\text{σύνολο παρατηρήσεων}} \cdot 100$$

| Αριθμός απουσιών | Συχνότητα | Σχετική συχνότητα % |
|------------------|-----------|---------------------|
| 0                | 3         | 7,5                 |
| 1                | 8         | 20                  |
| 2                | 12        | 30                  |
| 3                | 6         | 15                  |
| 4                | 6         | 15                  |
| 5                | 4         | 10                  |
| 6                | 1         | 2,5                 |
| <b>Σύνολο</b>    | <b>40</b> | <b>100</b>          |

**Άσκηση 2.**



Ο αριθμός των γεννήσεων σε ένα μαιευτήριο τα έτη 2000 έως 2004 φαίνεται στο παρακάτω ραβδόγραμμα



- α) Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων
- β) Να μετατρέψετε το ραβδόγραμμα σε χρονόγραμμα

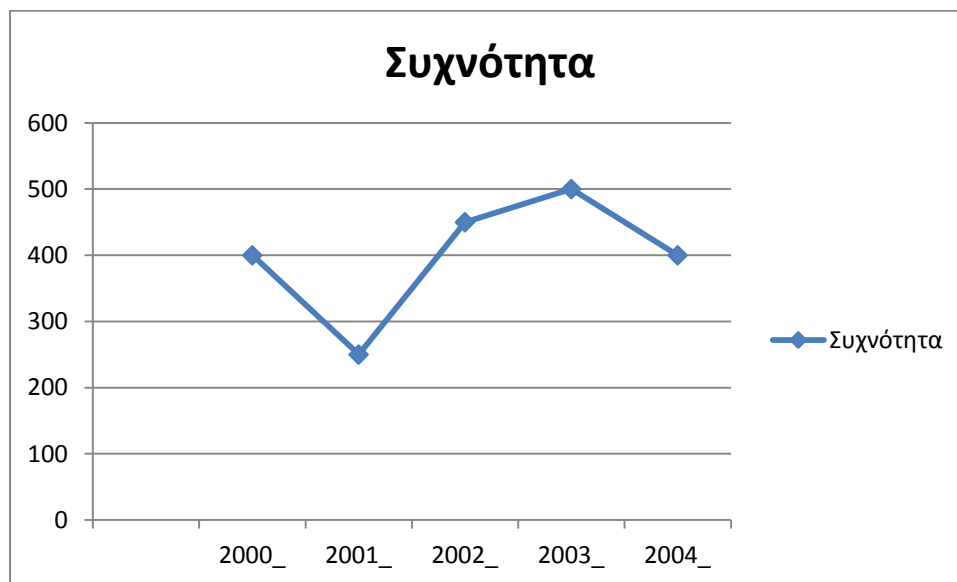
γ) Ποια έτη οι γεννήσεις παρουσιάζουν αύξηση και ποια μείωση;

**Λύση**

α) Από το ραβδόγραμμα , προκύπτει ο πίνακας

| Έτος   | Συχνότητα | Σχετική συχνότητα % |
|--------|-----------|---------------------|
| 2000   | 400       | 20                  |
| 2001   | 250       | 12,5                |
| 2002   | 450       | 22,5                |
| 2003   | 500       | 25                  |
| 2004   | 400       | 20                  |
| Σύνολο | 2000      | 100                 |

β) Το χρονόγραμμα



γ) Οι γεννήσεις παρουσίασαν αύξηση τα έτη 2002 και 2003 και πτώση τα 2001 και 2004

### Άσκηση 3.

Ο αριθμός των ελαττωματικών προϊόντων μιας βιοτεχνίας το πρώτο δεκαήμερο του Μαρτίου είναι : 0, 0, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 0, 1

- α) Να γίνει πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων
- β) Να παρασταθούν τα δεδομένα με κυκλικό διάγραμμα
- γ) Να παρασταθεί η κατανομή σχετικών συχνοτήτων με ραβδόγραμμα

### Λύση

- α) Ο πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

| Αριθμός προϊόντων | Συχνότητες | Σχετικές συχνότ. (επί τοις %) |
|-------------------|------------|-------------------------------|
| 0                 | 3          | 30                            |
| 1                 | 4          | 40                            |
| 2                 | 3          | 30                            |
| <b>Σύνολο</b>     | <b>10</b>  | <b>100</b>                    |

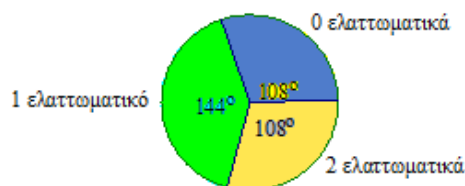
- β) Βρίσκουμε τις γωνίες των τομέων που αντιστοιχούν στις τιμές 0, 1 και 2.

Στην τιμή 0, η γωνία που αντιστοιχεί είναι ίση με :  $\theta = \frac{3}{10} \cdot 360^\circ = 108^\circ$

Στην τιμή 1, η γωνία που αντιστοιχεί είναι ίση με :  $\theta = \frac{4}{10} \cdot 360^\circ = 144^\circ$

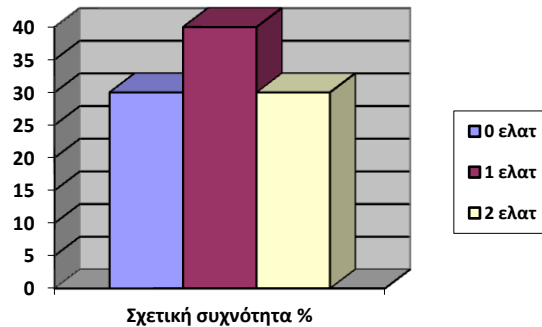
Και στην τιμή 2:  $\theta = \frac{3}{10} \cdot 360^\circ = 108^\circ$

Το κυκλικό διάγραμμα



- γ) Η κατανομή σχετικών συχνοτήτων με ραβδόγραμμα





### Άσκηση 4.

Τα αποτελέσματα που πέτυχε μία ομάδα ποδοσφαίρου σε 34 αγώνες ήταν :

H, H, I, N, I, I, I, I, N, H, I, H, H, I, N, I, H

N, I, I, I, N, H, H, I, I, I, I, I, I, N, I, N, N.

( N = νίκη , H = ήττα , I = ισοπαλία )

α) Να γίνει πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.

β) Να παρασταθεί η κατανομή σχετικών συχνοτήτων με ραβδόγραμμα και κυκλικό διάγραμμα .

### Λύση

α) Με βάση τα δεδομένα και την σχετική διαλογή, προκύπτει ο διπλάνος πίνακας συχνοτήτων. Για να βρούμε τις σχετικές συχνοτήτες χρησιμοποιούμε τον τύπο :

| Αποτελέσματα  | Συχνότητες | Σχετικές συχνοτ. (επί τοις %) |
|---------------|------------|-------------------------------|
| H             | 8          | 23,53                         |
| I             | 18         | 52,94                         |
| N             | 8          | 23,53                         |
| <b>Σύνολο</b> | <b>34</b>  | <b>100</b>                    |

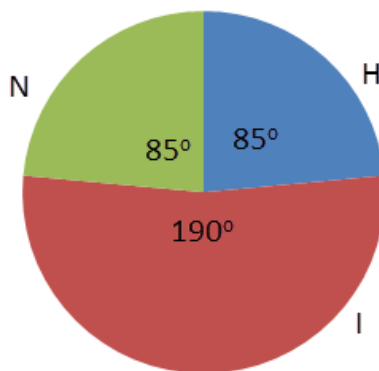
$$\text{Σχετική συχνότητα \%} = \frac{\text{συχνότητα}}{\text{συνολο παρατηρήσεων}} \cdot 100$$

β) Η κατανομή σχετικών συχνοτήτων με ραβδόγραμμα



Η κατανομή σχετικών συχνοτήτων με κυκλικό διάγραμμα

**Σχετική συχνότητα %**



### Άσκηση 5.

Ο αριθμός των μηνυμάτων που έστειλε ανά ημέρα τον μήνα Ιούλιο ο Τάκης είναι ;

4, 5, 2, 1, 5, 4, 0, 4, 7, 3,

5, 2, 2, 6, 5, 3, 2, 3, 1, 7,

6, 4, 5, 3, 3, 2, 2, 4, 2, 5, 2

**α)** Να γίνει πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

**β)** Να βρείτε πόσες ημέρες τα μηνύματα ήταν περισσότερα από 3

**γ)** Να βρείτε το ποσοστό των ημερών στις οποίες τα μηνύματα ήταν το πολύ 3

**δ)** Να παραστήσετε την κατανομή των σχετικών συχνοτήτων με ραβδόγραμμα .

**Λύση**

α) Με βάση τα δεδομένα ο διπλανός πίνακας συχνοτήτων, ο οποίος συμπληρώνεται με την στήλη των σχετικών συχνοτήτων.

| Αριθμός μηνυμάτων | Συχνότητες | Σχετικές συχνότ. (επί τοις %) |
|-------------------|------------|-------------------------------|
| 0                 | 1          | 3,23                          |
| 1                 | 2          | 6,45                          |
| 2                 | 8          | 25,81                         |
| 3                 | 5          | 16,13                         |
| 4                 | 5          | 16,13                         |
| 5                 | 6          | 19,35                         |
| 6                 | 2          | 6,45                          |
| 7                 | 2          | 6,45                          |
| <b>Σύνολο</b>     | <b>31</b>  | <b>100</b>                    |

β) Περισσότερα από 3 μηνύματα, ήταν  $5 + 6 + 2 + 2 = 15$  ημέρες

γ) Το πολύ 3 μηνύματα, σε ποσοστό ημερών ήταν  $3,23 + 6,45 + 25,81 + 16,13 = 51,62\%$

δ) Η κατανομή των σχετικών συχνοτήτων με ραβδόγραμμα .



**Άσκηση 6.**

Σε μία έρευνα που έγινε σε 25 μαθητές ως προς την ομάδα αίματος, έγινα οι παρατηρήσεις ;

O, A, A, A, O, AB, A, B, A, AB, B, O, A, O, B, B, B, A, A, AB, B, O, A, A, A .

- α) Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό
- β) Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που έχουν ομάδα αίματος A ή B ;
- γ) Ποια ομάδα αίματος εμφανίζεται λιγότερο στο δείγμα;

**Λύση**

α) Ο πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό

| Ομάδα αίματος | Συχνότητες | Σχετικές συχνότ. (επί τοις %) |
|---------------|------------|-------------------------------|
| O             | 5          | 20                            |
| A             | 11         | 44                            |
| B             | 6          | 24                            |
| AB            | 3          | 12                            |
| <b>Σύνολο</b> | <b>25</b>  | <b>100</b>                    |

β) Το ποσοστό των μαθητών που έχουν ομάδα αίματος A ή B είναι ίσο με :

$$44 + 24 = 68\%$$

γ) Στο δείγμα εμφανίζεται λιγότερο η ομάδα AB με συχνότητα 3.

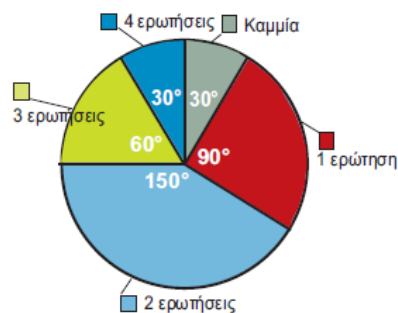
### Άσκηση 7.

Σε ένα διαγώνισμα με τέσσερις ερωτήσεις ο αριθμός των σωστών απαντήσεων φαίνεται στο κυκλικό διάγραμμα .

α) Να γίνει ο πίνακας σχετικών συχνοτήτων

β) Αν κάθε σωστή ερώτηση βαθμολογείται με

5 μονάδες , να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμολογία μικρότερη ή ίση του 10.



### Λύση

α) Οι σχετικές % συχνότητες βρίσκονται με βάση τον τύπο :

$$\text{σχετική συχνότητα} = \frac{\theta}{360} \cdot 100, \text{ όπου } \theta$$

η γωνία του κάθε τομέα έτσι λοιπόν

έχουμε :

| Σωστές απαντήσεις | Σχετικές συχνότ. (επί τοις %) |
|-------------------|-------------------------------|
| 0                 | 8,3                           |
| 1                 | 25                            |
| 2                 | 41,7                          |
| 3                 | 16,7                          |
| 4                 | 8,3                           |
| <b>Σύνολο</b>     | <b>100</b>                    |

$$\text{Σχετική συχνότητα καμίας σωστής απάντησης} = \frac{30}{360} \cdot 100 = 8,3 \%$$

$$\text{Σχετική συχνότητα μίας σωστής απάντησης} = \frac{90}{360} \cdot 100 = 25\%$$

$$\text{Σχετική συχνότητα δύο σωστών απαντήσεων} = \frac{150}{360} \cdot 100 = 41,7\%$$

$$\text{Σχετική συχνότητα τριών σωστών απαντήσεων} = \frac{60}{360} \cdot 100 = 16,7\%$$

$$\text{Σχετική συχνότητα τεσσάρων σωστών απαντήσεων} = 8,3\%$$

β) Ένας μαθητής για να έχει βαθμολογία μικρότερη ή ίση του 10, αφού κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 5 μονάδες, θα πρέπει να έχει απαντήσει σε δύο το πολύ ερωτήσεις. Επομένως το ζητούμενο ποσοστό είναι :  $8,3 + 25 + 41,7 = 75\%$

### Άσκηση 8.

Στο εικονόγραμμα δίνεται ο αριθμός των υπολογιστών που πούλησε μία εταιρεία το έτος 2003 για τέσσερις μάρκες Α, Β, Γ και Δ.

α) Πόσους υπολογιστές πούλησε συνολικά η εταιρεία ;

β) Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων

γ) Ποιο είναι το ποσοστό των υπολογιστών που δεν είναι μάρκας Α ή Β ;



 = 1000 υπολογιστές

### Λύση

α) Μάρκα Α :  $4 \cdot 1000 = 4000$

Μάρκα Β :  $7 \cdot 1000 = 7000$

Μάρκα Γ :  $4 \cdot 1000 = 4000$

Μάρκα Δ :  $5 \cdot 1000 = 5000$

Το σύνολο των πωλήσεων είναι ίσο με :  $4000 + 7000 + 4000 + 5000 = 20000$

β) Ο πίνακας συχνοτήτων

| Μάρκα Η/Υ | Συχνότητες |
|-----------|------------|
| A         | 4000       |
| B         | 7000       |
| Γ         | 4000       |
| Δ         | 5000       |
| Σύνολο    | 20000      |

γ) Το πλήθος των υπολογιστών που δεν


είναι μάρκας A ή B είναι:

$$4000 + 5000 = 9000$$

Το ποσοστό αυτών είναι :  $\frac{9000}{20000} \cdot 100 = 45\%$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr)

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

 ...Πράξεις Παιδείας!

Επιμέλεια: Βασίλης Γκκίμης – MEd - Μαθηματικός



**...Πράξεις Παιδείας!**