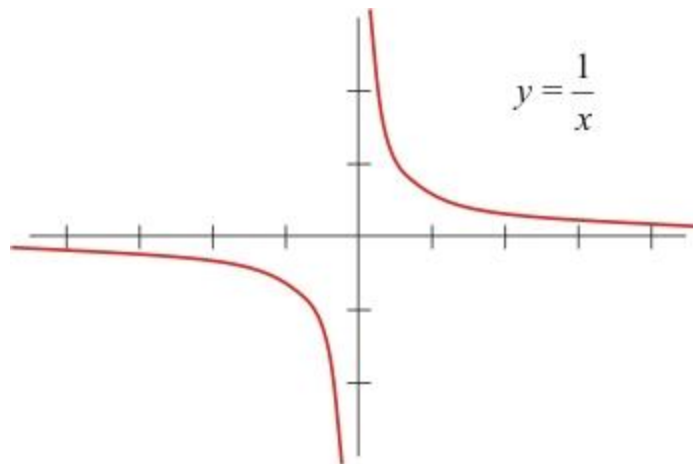


3. Συναρτήσεις



Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου

3.5 Η συνάρτηση $y = a/x$

σχ. βιβλίο (σ.σ. 81-82)

Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 81-82)

3.4 Η συνάρτηση $y = \frac{\alpha}{x}$ - Η υπερβολή

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις τα ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα;

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---------------|---------------|---|---|---|---------------|---------------|---------------|----|--|---|---|---|---|---|-----|-----|-----|----|--|---|---|---|---|---|---|---|-----|----|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| α) | <table border="1"><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{1}{5}$</td></tr></table> | x | 2 | 3 | 5 | y | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{5}$ | β) | <table border="1"><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>0,2</td><td>0,3</td><td>0,5</td></tr></table> | x | 2 | 3 | 5 | y | 0,2 | 0,3 | 0,5 | γ) | <table border="1"><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>6</td><td>4</td><td>2,4</td></tr></table> | x | 2 | 3 | 5 | y | 6 | 4 | 2,4 | δ) | <table border="1"><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>y</td><td>-2</td><td>-3</td><td>-5</td></tr></table> | x | 2 | 3 | 5 | y | -2 | -3 | -5 |
| x | 2 | 3 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{5}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 2 | 3 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | 0,2 | 0,3 | 0,5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 2 | 3 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | 6 | 4 | 2,4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | 2 | 3 | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | -2 | -3 | -5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Απάντηση

Δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα όταν το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών είναι σταθερό

- α) Τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα διότι το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών είναι ίσο με το 1
- β) Δεν είναι αφού το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών δεν είναι σταθερό
 $2 \cdot 0,2 = 0,4 \neq 0,9 = 3 \cdot 0,3$
- γ) Τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, διότι το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών είναι σταθερά ίσο με 12
- δ) Δεν είναι αφού το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών δεν είναι σταθερό
 $2 \cdot (-2) = -4 \neq -9 = 3 \cdot (-3)$

Ερώτηση 2

Να χαρακτηρίσετε σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{2}{x}$ έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 2$

β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{5}{x}$ διέρχεται από την αρχή Ο των αξόνων

γ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{10}{x}$ βρίσκεται στο 1^ο και στο 3^ο τεταρτημόριο

δ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -\frac{5}{x}$ έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή Ο των αξόνων

Απάντηση

α) Είναι **λάθος** (Λ) Ισχύει ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$, όπου $\alpha \neq 0$ και $x \neq 0$ έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή Ο των αξόνων και άξονες συμμετρίας τις διχοτόμους των γωνιών των αξόνων, δηλαδή τις ευθείες με εξισώσεις $y = x$ και $y = -x$.

β) Είναι **λάθος** (Λ) Ισχύει ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$, όπου $\alpha \neq 0$ και $x \neq 0$ δεν διέρχεται από την αρχή Ο των αξόνων αφού $x \neq 0$.

γ) Είναι **σωστό** (Σ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$, όπου $\alpha \neq 0$ και x

$\neq 0$ αποτελείται από δύο κλάδους που βρίσκονται:

- Στο 1ο και στο 3ο τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $\alpha > 0$.
- Στο 2ο και στο 4ο τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $\alpha < 0$.

δ) Είναι **σωστό** (Σ) Βλέπε α)

Άρα:

- α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{2}{x}$ έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 2$.
- β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{5}{x}$ διέρχεται από την αρχή O των αξόνων.
- γ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{10}{x}$ βρίσκεται στο 1ο και στο 3ο τεταρτημόριο των αξόνων.
- δ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -\frac{5}{x}$ έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή O των αξόνων.

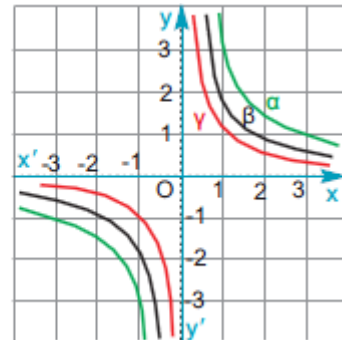
ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ

| | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Ερώτηση 3

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις (α), (β) και (γ) τριών υπερβολών .
Να αντιστοιχίσετε σε κάθε μία την εξίσωση της

- | | |
|----|-------------------|
| A. | $y = \frac{1}{x}$ |
| B. | $y = \frac{2}{x}$ |
| Γ. | $y = \frac{3}{x}$ |



Απάντηση

Θα προσπαθήσουμε να εντοπίσουμε ένα σημείο από το οποίο διέρχεται μια καμπύλη.

Ο τύπος $y = \frac{1}{x}$ για $x = 1$ δίνει $y = 1$. Άρα η γραφική παράσταση της συνάρτησης

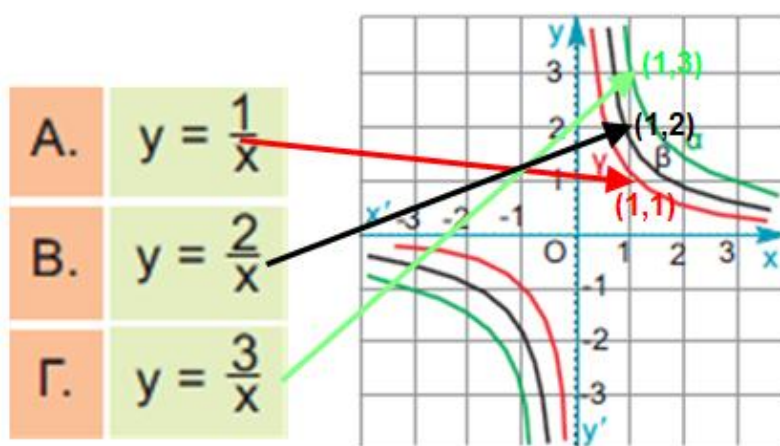
διέρχεται από το σημείο (1,1) και αυτή είναι η γ.

Ο τύπος $y = \frac{2}{x}$ για $x = 1$ δίνει $y = 2$. Άρα η γραφική παράσταση της συνάρτησης

διέρχεται από το σημείο $(1,2)$ και αυτή είναι η β.

Ο τύπος $y = \frac{3}{x}$ για $x = 1$ δίνει $y = 3$. Άρα η γραφική παράσταση της συνάρτησης

διέρχεται από το σημείο $(1,3)$ και αυτή είναι η α.



Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

APNOS Online Education ...Πράξεις Παιδείας!

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Τα ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα να συμπληρώσετε τον πίνακα

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 12 |
| y | | | 4 | | | |

Λύση

Αφού τα ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα, το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών θα είναι σταθερό. Δεδομένου ότι $3 \cdot 4 = 12$, το σταθερό γινόμενο θα είναι 12 και η

σχέση που συνδέει τα δύο ποσά είναι $y = \frac{12}{x}$

Η εξίσωση $y = \frac{12}{x}$: για $x = 1$ δίνει $y = 12$

για $x = 2$ δίνει $y = 6$

για $x = 4$ δίνει $y = 3$

για $x = 6$ δίνει $y = 2$

για $x = 12$ δίνει $y = 1$

οπότε ο πίνακας γίνεται :

| | | | | | | |
|---|----|---|---|---|---|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 12 |
| y | 12 | 6 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Άσκηση 2

Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

$$\alpha) y = \frac{3}{x} \quad \beta) y = \frac{5}{x} \quad \gamma) y = \frac{20}{x}$$

Λύση

Για κάθε μια από αυτές κάνουμε πίνακα τιμών

| | | | | | | | |
|-------------------|---|----|------|----|---|-----|---|
| $y = \frac{3}{x}$ | x | -3 | -2 | -1 | 1 | 2 | 3 |
| | y | -1 | -1,5 | -3 | 3 | 1,5 | 1 |

| | | | | | | | |
|-------------------|---|----|------|----|---|-----|---|
| $y = \frac{5}{x}$ | x | -5 | -2 | -1 | 1 | 2 | 5 |
| | y | -1 | -2,5 | -5 | 5 | 2,5 | 1 |

| | | | | | | | |
|--------------------|---|----|-----|-----|----|----|---|
| $y = \frac{20}{x}$ | x | -5 | -2 | -1 | 1 | 2 | 5 |
| | y | -4 | -10 | -20 | 20 | 10 | 4 |

Με βάση τους πίνακες τιμών κάνουμε τις γραφικές παραστάσεις



Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

APNOS
Online Education ...Πράξεις Παιδείας!

Άσκηση 2

Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

$$y = \frac{12}{x} \quad \text{και} \quad y = -\frac{12}{x}$$

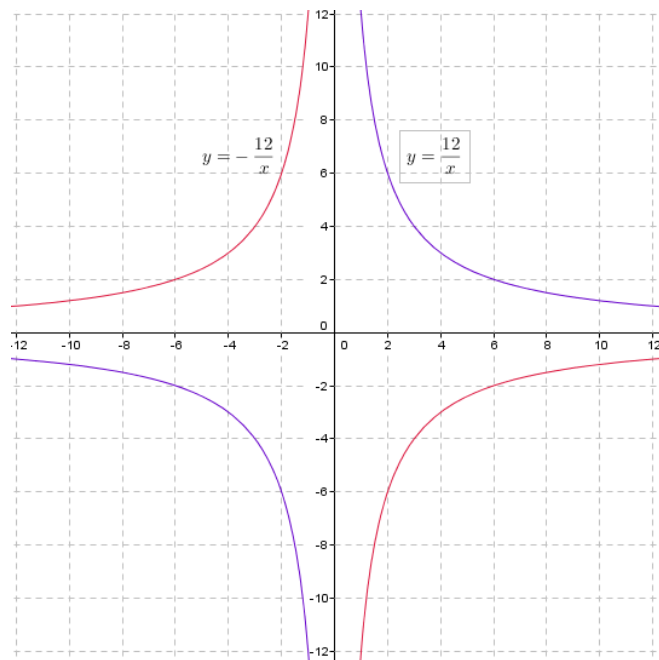
Λύση

Για κάθε μια από αυτές κάνουμε πίνακα τιμών

| | | | | | | | |
|--------------------|---|-----|----|-----|----|---|----|
| $y = \frac{12}{x}$ | x | -12 | -3 | -1 | 1 | 3 | 12 |
| | y | -1 | -4 | -12 | 12 | 4 | 1 |

| | | | | | | | |
|---------------------|---|-----|----|----|-----|----|----|
| $y = -\frac{12}{x}$ | x | -12 | -3 | -1 | 1 | 3 | 12 |
| | y | 1 | 4 | 12 | -12 | -4 | -1 |

Με βάση τους πίνακες τιμών κάνουμε τις γραφικές παραστάσεις



Άσκηση 4

Η απόσταση Γης Σελήνης είναι περίπου $\Gamma\Sigma = 380.000$ χιλιόμετρα

- α) Ποια είναι η ταχύτητα σε km / h ενός πυραύλου που διανύει την απόσταση σε 3 ημέρες;
- β) Να εκφράσετε την ταχύτητα u ενός πυραύλου ως συνάρτηση του χρόνου t που χρειάζεται να διανύσει την απόσταση $\Gamma\Sigma$. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής.

Λύση

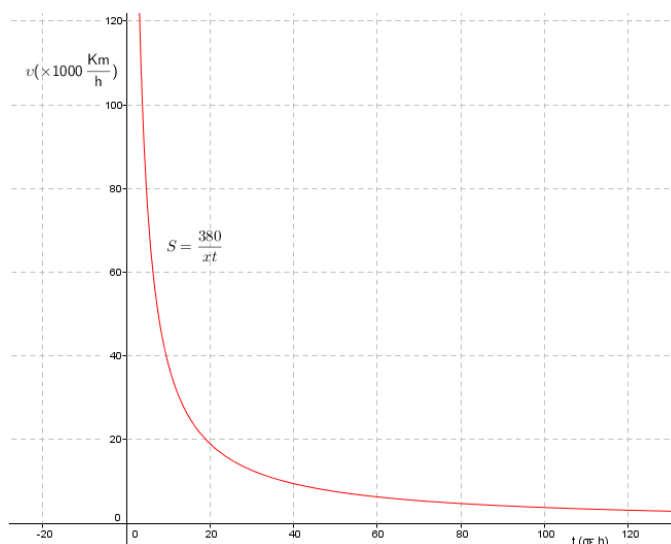
α) Η απόσταση S που διανύει ένα κινητό με σταθερή ταχύτητα u δίνεται από τον τύπο $S = u \cdot t$ (όπου t ο χρόνος).

Επειδή 3 ημέρες = 72 ώρες

$$380.000 = u \cdot 72 \quad \text{άρα} \quad u = \frac{380000}{72} = 5277,8 \text{ km} / \text{h}$$

β) Αν ο πύραυλος χρειάζεται χρόνο t ώρες για να διανύσει την απόσταση $\Gamma\Sigma = 380000 \text{ km}$, θα πρέπει η ταχύτητα

$$u \text{ να είναι ίση με } u = \frac{380000}{t}$$



Άσκηση 5

Θεωρούμε όλα τα ορθογώνια με εμβαδόν 36 cm^2 .

α) Ονομάζουμε x και y τις διαστάσεις ενός τέτοιου ορθογωνίου.

Να συμπληρώσετε τον πίνακα

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 12 | 18 | 36 |
| y | | | | | | | | |

Τι έχετε να παρατηρήσετε για τα μεγέθη x και y ;

β) Να εκφράσετε το πλάτος y ενός τέτοιου ορθογωνίου ως συνάρτηση του μήκους x .

γ) Να σχεδιάσετε σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής

Λύση

α) Αν x και y οι διαστάσεις ενός ορθογωνίου με εμβαδόν $E = 36$ τότε $x \cdot y = 36$

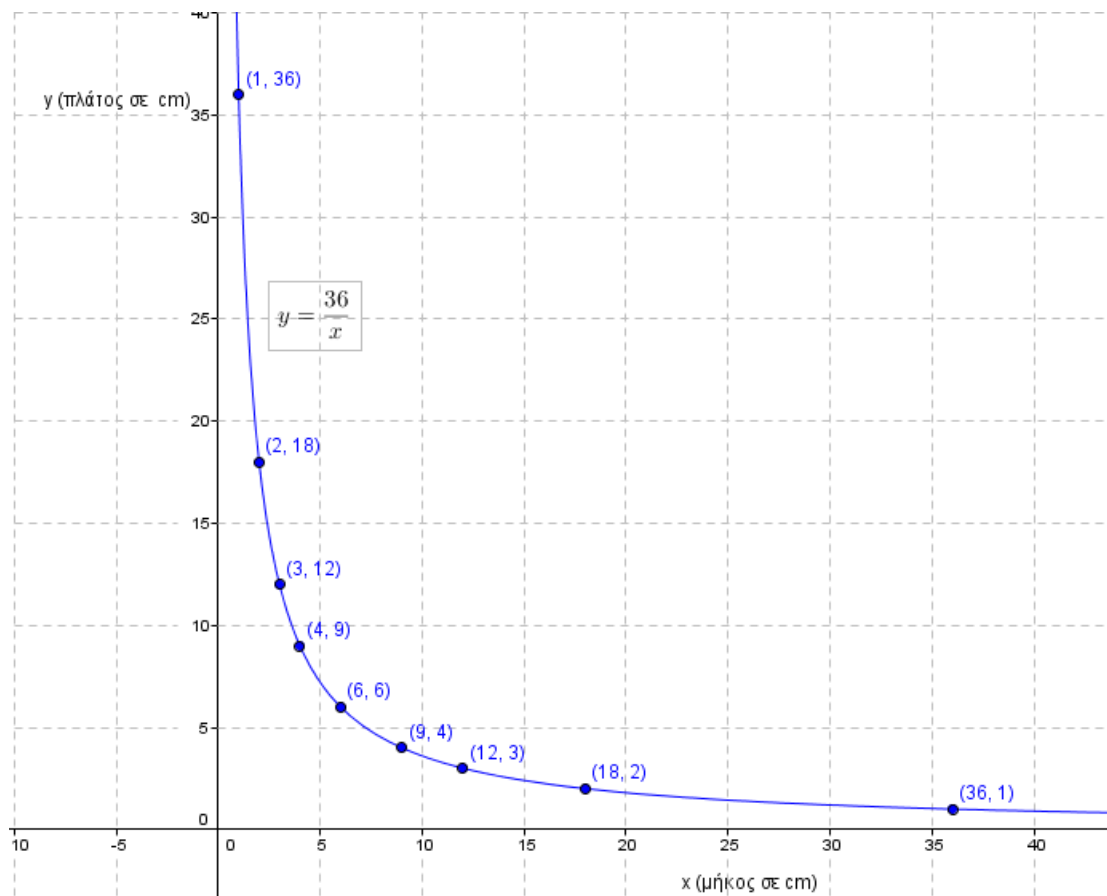
άρα $y = \frac{36}{x}$ Έτσι ο πίνακας γίνεται:

| | | | | | | | | |
|---|----|----|----|---|---|----|----|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 12 | 18 | 36 |
| y | 36 | 18 | 12 | 9 | 6 | 3 | 2 | 1 |

Παρατηρούμε ότι $x \cdot y = 36$ (σταθερό), άρα τα μεγέθη x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα

β) Το πλάτος y του ορθογωνίου ως συνάρτηση του μήκους x είναι: $y = \frac{36}{x}$

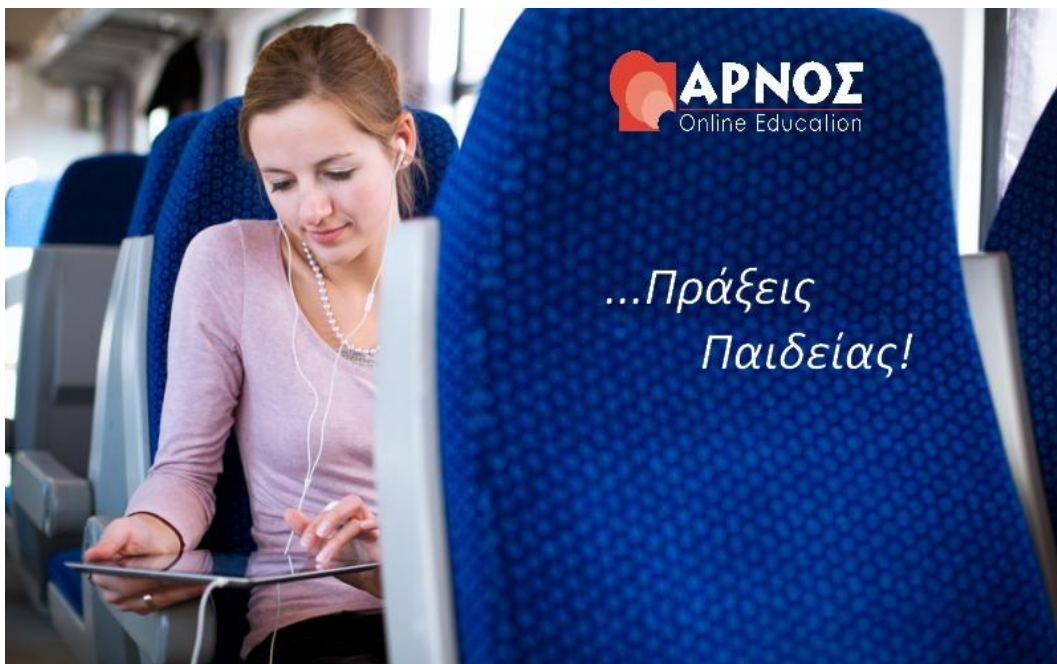
γ) Η γραφική παράσταση με βάση τον παραπάνω πίνακα τιμών είναι:



Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης MEd - Μαθηματικός

Φροντιστηριακό e-μάθημα

Γυμνάσιο: 9.000 μαθήματα με βίντεο-διδασκαλία για όλο το σχολικό έτος **μόνο με 150 ευρώ!**



Μελέτη όπου, όποτε και όσο εσύ θες!



Διδάσκουμε μεθοδικά σε βίντεο τη θεωρία του σχολικού βιβλίου και λύνουμε όλες τις ασκήσεις

Δημιουργούμε συνεχώς νέα βίντεο με διδασκαλία για τις εκπαιδευτικές σου απαιτήσεις



Παίζουμε και μαθαίνουμε με on line test αξιολόγησης & SOS διαγωνίσματα προσομοίωσης για τις εξετάσεις

Λύνουμε απορίες ζωντανά on line καθημερινά 3 μ.μ. - 8 μ.μ.





...Πράξεις Παιδείας!