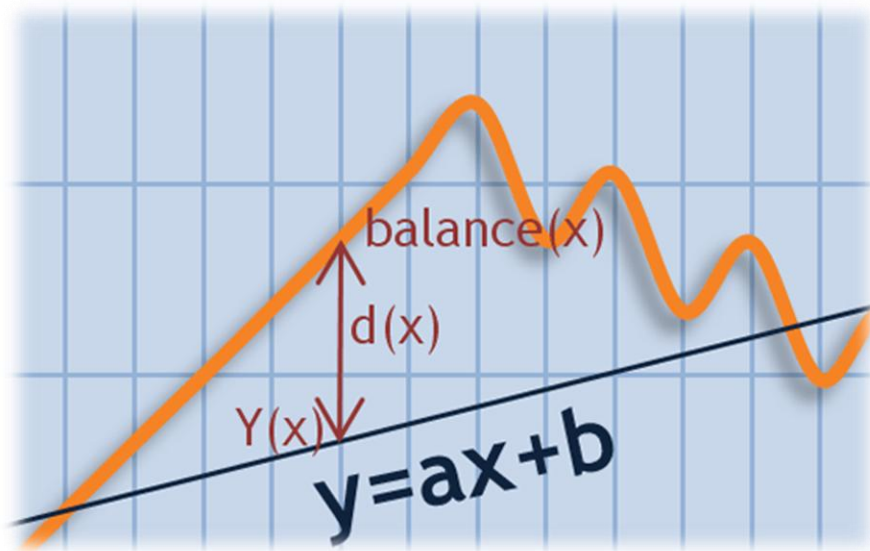


3. Συναρτήσεις



Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου

3.4 Η συνάρτηση $y = ax + b$

σχ. βιβλίο (σ.σ. 76-78)

Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Β΄ Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 76-78)

3.4 Η συνάρτηση $y = ax + \beta$

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Η ευθεία $y = 3x$ είναι παράλληλη προς την

A: $y = x + 3$ B: $y = x - 3$ Γ: $y = 3x - 7$ Δ: $y = -3x + 5$

Απάντηση

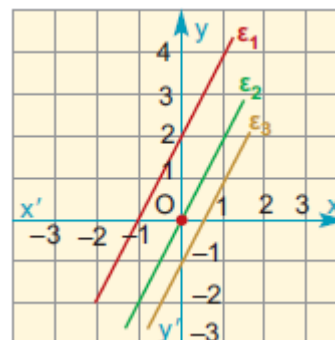
Ευθεία παράλληλη προς την $y = 3x$ είναι η $y = 3x - 7$ γιατί έχουν τον ίδιο συντελεστή. Σωστό το Γ.

Ερώτηση 2

Στο διπλανό σχήμα έχουμε σχεδιάσει τρεις παράλληλες ευθείες της στήλης Β.

Να αντιστοιχίσετε κάθε μία στην εξίσωση της

Στήλη Α	Στήλη Β
ϵ_1	$y = 2x$
ϵ_2	$y = 2x - 1$
ϵ_3	$y = 2x + 2$



Απάντηση

Η ϵ_2 έχει εξίσωση $y = 2x$ γιατί περνά από το $O(0,0)$

Η ϵ_1 είναι παράλληλη στην $y = 2x$, τέμνει τον άξονα των y στο σημείο $(0, 2)$, άρα εξίσωσή της είναι η $y = 2x + 2$

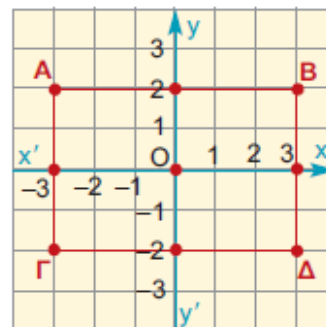
Η ϵ_3 είναι παράλληλη στην $y = 2x$, τέμνει τον άξονα των y στο σημείο $(0, -1)$, άρα εξίσωσή της είναι η $y = 2x - 1$

Στήλη Α	Στήλη Β
ϵ_1	$y = 2x$
ϵ_2	$y = 2x - 1$
ϵ_3	$y = 2x + 2$

Ερώτηση 3

Στο διπλανό σχήμα το ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχει κέντρο το Ο και οι πλευρές του είναι παράλληλες προς τους άξονες $x'x$ και $y'y$. Να αντιστοιχίσετε κάθε πλευρά με την εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει

Πλευρές	Ευθείες
ΑΒ	$y = 2$
ΑΓ	$x = 3$
ΓΔ	$y = -2$
ΒΔ	$x = -3$



Απάντηση

Ευθείες κάθετες στον άξονα $y'y$ έχουν τύπο της μορφής $y = \alpha$ όπου α το σημείο που τέμνουν τον άξονα
 Ευθείες κάθετες στον άξονα $x'x$ έχουν τύπο της μορφής $x = \alpha$ όπου α το σημείο που τέμνουν τον άξονα

Πλευρές	Ευθείες
ΑΒ	$y = 2$
ΑΓ	$x = 3$
ΓΔ	$y = -2$
ΒΔ	$x = -3$

Ερώτηση 4

Η ευθεία με εξίσωση $4x + y = 4$

	Α	Β	Γ	Δ	Ε
α) έχει κλίση:	4	-4	1	-1	$\frac{1}{4}$
β) τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο:	(4, 1)	(4, 0)	(-4, 0)	(1, 0)	(0, 4)
γ) τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο:	(0, 1)	(0, 4)	(4, 4)	(0, -4)	(0, -1)

Επιλέξτε την σωστή απάντηση

Απάντηση

- α) Η δοσμένη εξίσωση γράφεται $y = -4x + 4$, οπότε η κλίση της είναι -4
- β) Για $y = 0$ βρίσκουμε $x = 1$, επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο (1, 0).
- γ) Για $x = 0$ βρίσκουμε $y = 4$, επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο (0, 4)

	A	B	Γ	Δ	Ε
α) έχει κλίση:	4	-4	1	-1	$\frac{1}{4}$
β) τέμνει τον άξονα x'x στο σημείο:	(4, 1)	(4, 0)	(-4,0)	(1, 0)	(0, 4)
γ) τέμνει τον άξονα y'y στο σημείο:	(0, 1)	(0, 4)	(4, 4)	(0,-4)	(0,-1)

Ερώτηση 5

Μία ευθεία τέμνει τους άξονες στα σημεία (3, 0) και (0, 4). Η εξίσωσή της είναι

A : $3x + 4y = 9$

B : $3x + 4y = 16$

Γ : $4x + 3y = 12$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση


Απάντηση

Τα δύο δοσμένα σημεία επαληθεύουν μόνο την Γ : $4x + 3y = 12$

A: $3x + 4y = 9$ B: $3x + 4y = 16$ Γ: $4x + 3y = 12$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!

 ...Πράξεις Παιδείας!

Ασκήσεις

Άσκηση 1

Στο ίδιο σύστημα αξόνων να παραστήσετε γραφικά τις ευθείες με εξισώσεις

$$y = \frac{1}{2}x, \quad y = \frac{1}{2}x + 2, \quad y = \frac{1}{2}x - 3$$

Λύση

Η εξίσωση $y = \frac{1}{2}x$ για $x = 2$ δίνει $y = 1$ Επομένως η γραφική της παράσταση είναι

ευθεία που διέρχεται από το σημείο (2, 1) και την αρχή των αξόνων

Η ευθεία $y = \frac{1}{2}x + 2$ είναι παράλληλη

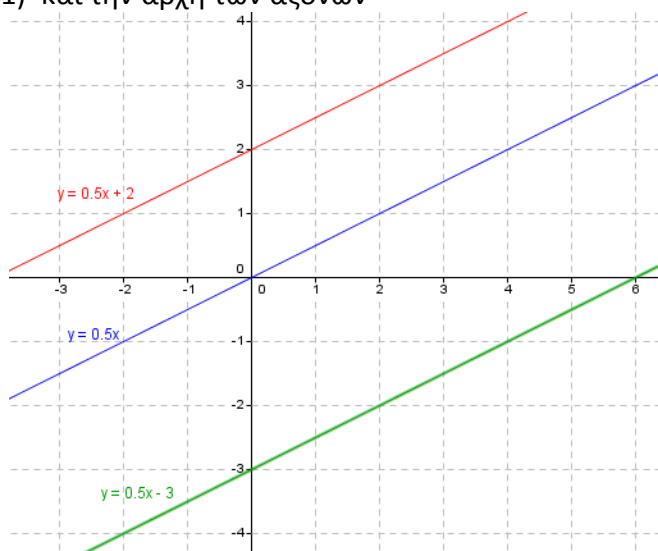
στην ευθεία $y = \frac{1}{2}x$ και τέμνει τον

άξονα των y στο σημείο (0, 2)

Η ευθεία $y = \frac{1}{2}x - 3$ είναι παράλληλη

στην ευθεία $y = \frac{1}{2}x$ και τέμνει τον

άξονα των y στο σημείο (0, -3)



Άσκηση 2

Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση $y = -3x + 2$ όταν :

α) Ο x είναι πραγματικός αριθμός

β) $x \geq 0$

γ) $-2 \leq x \leq 5$

Λύση

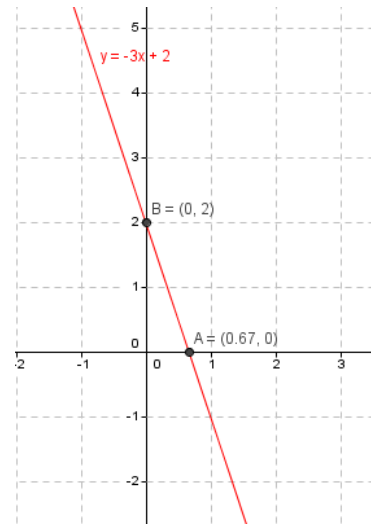
α) Για $x = 0$, είναι $y = 2$.

Άρα ένα σημείο της ευθείας είναι το $B(0, 2)$

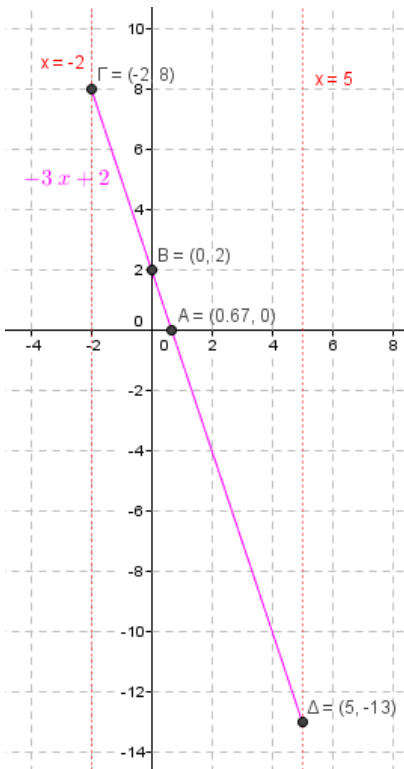
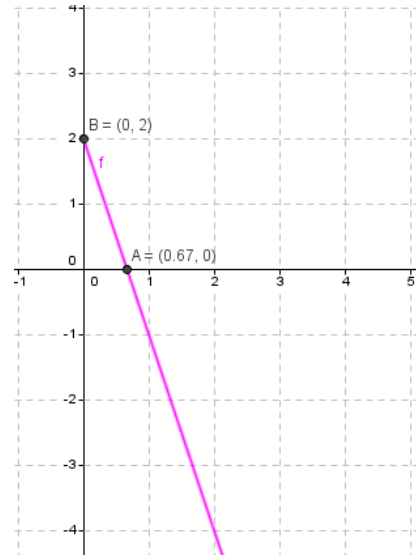
Για $y = 0$ είναι $x = \frac{2}{3}$. Άρα ένα άλλο σημείο της

ευθείας είναι το $A\left(\frac{2}{3}, 0\right)$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -3x + 2$ όταν x είναι πραγματικός αριθμός είναι η ευθεία AB



β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -3x + 2$ με $x \geq 0$ είναι η ημιευθεία BA



γ) Για $x = -2$

έχουμε $y = 8$, άρα

το σημείο

$\Gamma(-2, 8)$

και για $x = 5$ έχουμε $y = -13$, άρα το σημείο

$\Delta(5, -13)$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$y = -3x + 2$ με $-2 \leq x \leq 5$ είναι

το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ

Άσκηση 3

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση 2 και τέμνει τον άξονα των y' στο σημείο με τεταγμένη -3

Λύση

Η ζητούμενη εξίσωση είναι της μορφής $y = ax + \beta$. Έχει κλίση 2 άρα $a = 2$ και τέμνει τον άξονα των y' στο σημείο με τεταγμένη -3 άρα $\beta = -3$

Επομένως η εξίσωση της ευθείας είναι η $y = 2x - 3$

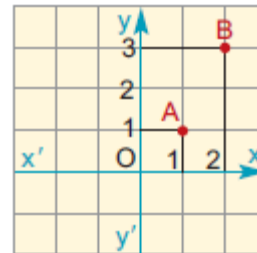
Άσκηση 4

Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα σημεία $A(1, 1)$ και $B(2, 3)$

α) Να αποδείξετε ότι η απόσταση AB είναι ίση με $\sqrt{5}$

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία με εξίσωση $y = 2x - 1$

διέρχεται από τα A και B .



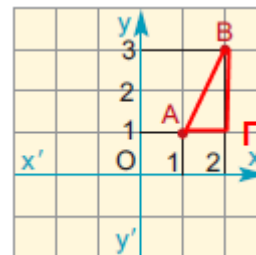
Λύση

Σχηματίζουμε το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$

Τότε $A\Gamma = 1$, $B\Gamma = 2$

$$AB^2 = A\Gamma^2 + B\Gamma^2 = 1^2 + 2^2 = 5$$

$$\text{άρα } AB = \sqrt{5}$$



β) Η εξίσωση $y = 2x - 1$, για $x = 1$ δίνει $y = 1$, άρα η ευθεία διέρχεται από το $A(1, 1)$

Η εξίσωση $y = 2x - 1$, για $x = 2$ δίνει $y = 3$, άρα η ευθεία διέρχεται και από το $B(2, 3)$

Άσκηση 5

Όταν χρησιμοποιούμε ταξί πληρώνουμε 0,5 € για τη σημαία και 0,2 € για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής . Να βρείτε τη συνάρτηση που μας δίνει το ποσό y που θα πληρώσουμε για μια διαδρομή x χιλιομέτρων.

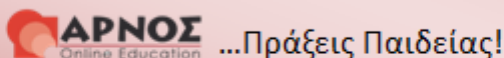
Λύση

Η αξία της διαδρομής των x χιλιομέτρων είναι $0,2x$.

Άρα η συνάρτηση που μας δίνει το ποσό y που θα πληρώσουμε για μια διαδρομή x χιλιομέτρων.
 $y = 0,2x + 0,5$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείστε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Άσκηση 6

Δίνεται η ευθεία $2x - 3y = 6$. Να βρείτε τα σημεία στα οποία τέμνει τους άξονες

Λύση

Για $x = 0$ έχουμε $2 \cdot 0 - 3y = 6 \Leftrightarrow y = -2$.

Επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, -2)$

Για $y = 0$ έχουμε $2 \cdot x - 3 \cdot 0 = 6 \Leftrightarrow x = 3$.

Επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $(3, 0)$

Άσκηση 7

Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση της ευθείας $x + y = 2$

Λύση

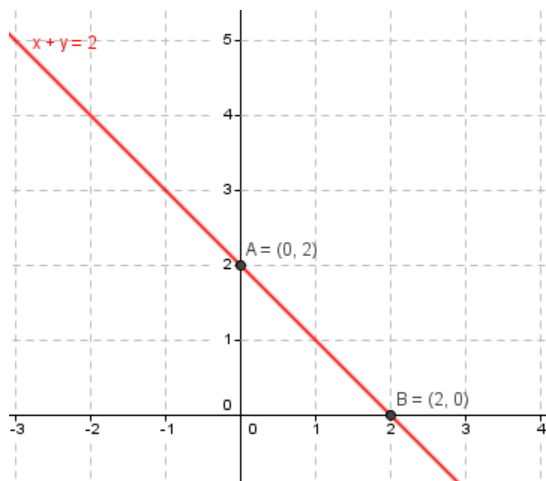
Βρίσκουμε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης με τους άξονες

Για $x = 0$ έχουμε $0 + y = 2 \Leftrightarrow y = 2$.

Επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $A(0, 2)$

Για $y = 0$ έχουμε $x + 0 = 2 \Leftrightarrow x = 2$

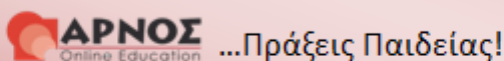
Επομένως η ευθεία τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο $B(2, 0)$



Η γραφική παράσταση της ευθείας με εξίσωση $x + y = 2$ είναι η ευθεία AB .

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείστε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Άσκηση 8

Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$, του οποίου οι πλευρές ανήκουν στις ευθείες $y = 2$, $y = 3$, $x = 1$ και $x = -2$.

Ποιες είναι οι συντεταγμένες των κορυφών A , B , Γ και Δ ;

Ποιο είναι το εμβαδόν του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$

Λύση

Σχεδιάζουμε τις ευθείες με εξισώσεις

$$y = 2, y = 3, x = 1 \text{ και } x = -2$$

Οι ευθείες τεμνόμενες ορίζουν το ορθογώνιο

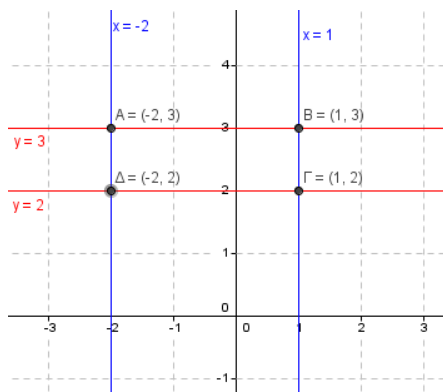
ΑΒΓΔ

Οι συντεταγμένες των κορυφών είναι

$$A(-2, 3), B(1, 3), \Gamma(1, 2), \Delta(-2, 2)$$

Επειδή $AB = 3$ και $AD = 1$ το εμβαδόν E του ΑΒΓΔ είναι ίσο με

$$E = AB \cdot AD = 3 \cdot 1 = 3 \text{ τετραγωνικές μονάδες}$$



Άσκηση 9

Ένα εργοστάσιο κατασκευάζει ηλεκτρονικούς υπολογιστές με κόστος 200 € το τεμάχιο. Επίσης πληρώνει 100 € την ημέρα για την ενοικίαση μιας αποθήκης, για να αποθηκεύσει τους υπολογιστές.

- Να εκφράσετε το συνολικό ημερήσιο κόστος γ του εργοστασίου ως συνάρτηση του αριθμού x των υπολογιστών που κατασκευάζει ημερησίως.
- Να σχεδιάσετε σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων την συνάρτηση αυτή

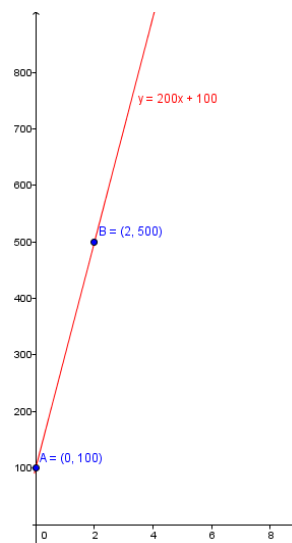
Λύση

α) Αν το εργοστάσιο κατασκευάζει x υπολογιστές, το κόστος γι' αυτούς είναι

$200x$ €. Λαμβάνοντας υπόψη και το ενοίκιο της αποθήκης βρίσκουμε ότι το συνολικό ημερήσιο κόστος γ είναι

$$\gamma = 200x + 100 \quad \text{με } x \geq 0$$

β) $\gamma = 200x + 100$.



Για $x = 0$ έχουμε $y = 200 \cdot 0 + 100 = 100$ (κόστος αποθήκης). Σημείο $(0, 100)$

Για $x = 2$ έχουμε $y = 200 \cdot 2 + 100 = 500$.

Σημείο $(2, 500)$

Η γραφική παράσταση της $y = 200x + 100$

με $x \geq 0$ είναι η ημιευθεία AB

Άσκηση 10

Σε ένα τηλεοπτικό παιχνίδι κάθε παίχτης ξεκινάει έχοντας από την εταιρεία παραγωγής ως δώρο 1000€. Στη συνέχεια πρέπει να απαντήσει σε 20 ερωτήσεις

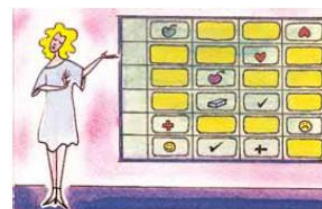
Σε κάθε σωστή απάντηση κερδίζει 100 € ενώ για κάθε λανθασμένη χάνει 50 € .

Συμβολίζουμε με x το πλήθος των σωστών απαντήσεων.

α) Να εκφράσετε ως συνάρτηση του x το πλήθος ω των λανθασμένων απαντήσεων

β) Να εκφράσετε ως συνάρτηση του x το συνολικό κέρδος y του παίχτη

γ) Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση y



Λύση

α) Επειδή είναι συνολικά 20 ερωτήσεις και x είναι το πλήθος των σωστών απαντήσεων, το πλήθος ω των λανθασμένων είναι $\omega = 20 - x$

β) Το κέρδος από τις σωστές απαντήσεις είναι $100x$

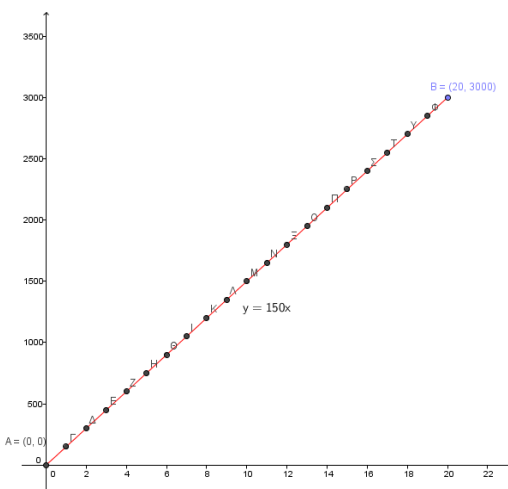
Το χάσιμο από τις λανθασμένες απαντήσεις είναι $50(20 - x)$

Το συνολικό κέρδος y είναι

$$y = 1000 + 100x - 50(20 - x) \Leftrightarrow$$

$$y = 1000 + 100x - 1000 + 50x \Leftrightarrow y = 150x \quad \text{με } 0 \leq x \leq 20$$

γ) Η γραφική παράσταση είναι τα σημεία του ευθύγραμμου τμήματος με άκρα τα $A(0, 0)$ και $B(20, 3000)$, που αντιστοιχούν σε ακέραιες τιμές του x .



Επιμέλεια: Βασίλης Γκμίσης MEd - Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!