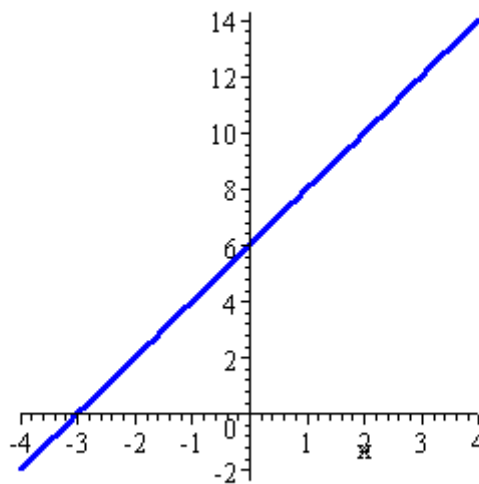


3. Συναρτήσεις



Λύσεις ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου

3.3 Η συνάρτηση $y=ax$

σχ. βιβλίο (σ.σ. 70-71)

Λύσεις Ασκήσεων Μαθηματικών Β' Γυμνασίου σχ. βιβλίου (σσ. 70-71)

3.3 Η συνάρτηση $y = ax$

Ερωτήσεις κατανόησης

Ερώτηση 1

Τα ποσά x και y είναι ανάλογα

α) Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα τιμών

β) Ποιος από τους παρακάτω τύπους εκφράζει

το y ως συνάρτηση του x ;

A: $y = 5x$ B: $y = \frac{2}{5}x$ Γ: $y = \frac{5}{2}x$ Δ: $y = 0,4x$

Επιλέξτε την σωστή απάντηση

x	2	4	
y	5		15

Απάντηση

α) Επειδή τα ποσά είναι ανάλογα, όταν πολλαπλασιάζεται το ένα με κάποιον αριθμό πολλαπλασιάζεται και το άλλο με τον ίδιο αριθμό

Ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής

x	2	4	6
y	5	10	15

Β τρόπος:

Επειδή τα ποσά είναι ανάλογα, έχουν σταθερό λόγο $\frac{y}{x} = a$ και από την πρώτη

στήλη έχουμε $a = \frac{5}{2}$

για $x = 4$ είναι $y = \frac{5}{2} \cdot 4 = 10$

για $y = 15$ είναι $15 = \frac{5}{2}x \Leftrightarrow x = 6$

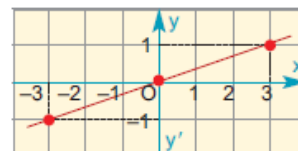
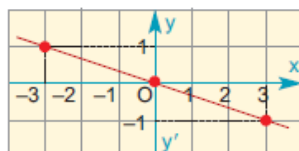
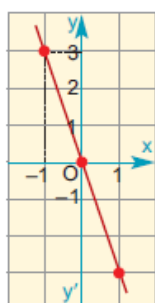
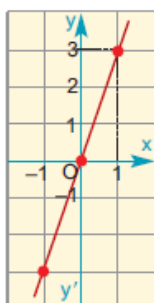
β) Επειδή τα ποσά είναι ανάλογα, έχουν σταθερό λόγο $\frac{y}{x} = \alpha$ και από την πρώτη

στήλη έχουμε $\alpha = \frac{5}{2}$

Άρα ο τύπος εκφράζει το y ως συνάρτηση του x είναι $y = \frac{5}{2}x$

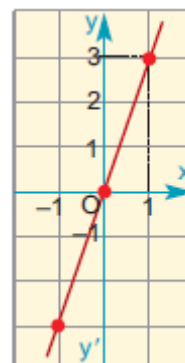
Ερώτηση 2

Ποια από τις παρακάτω ευθείες είναι η $y = 3x$;



Απάντηση

Η εξίσωση $y = 3x$, για $x = 1$ δίνει $y = 3$. Άρα η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο $(1, 3)$, επομένως πρόκειται για την ευθεία του πρώτου σχήματος.



Ερώτηση 3

Ποια από τις παρακάτω ευθείες έχει κλίση $-\frac{1}{3}$

α) $y = 3x$ β) $y = -3x$ γ) $y = \frac{1}{3}x$ δ) $y = -\frac{1}{3}x$ ε) $y = x - \frac{1}{3}$

Να επιλέξετε την σωστή απάντηση

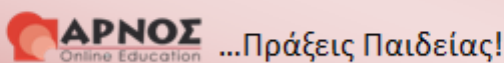
Απάντηση

Από τη θεωρία, η ευθεία $y = ax$ έχει κλίση a , άρα η ζητούμενη ευθεία είναι η

$$y = -\frac{1}{3}x$$

Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείστε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Ασκήσεις

Άσκηση 1

Γνωρίζοντας ότι τα ποσά x και y είναι ανάλογα

α) να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών

x	1	2	5	
y		6		21 30

β) να εκφράσετε το y ως συνάρτηση του x ;

γ) Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση αυτή

Λύση

α) Επειδή τα ποσά είναι ανάλογα, όταν πολλαπλασιάζεται το ένα με κάποιον αριθμό πολλαπλασιάζεται και το άλλο με τον ίδιο αριθμό και όταν διαιρείται το ένα με κάποιον αριθμό διαιρείται και το άλλο με τον ίδιο αριθμό

Ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής

x	1	2	5	7	10
y	3	6	15	21	30

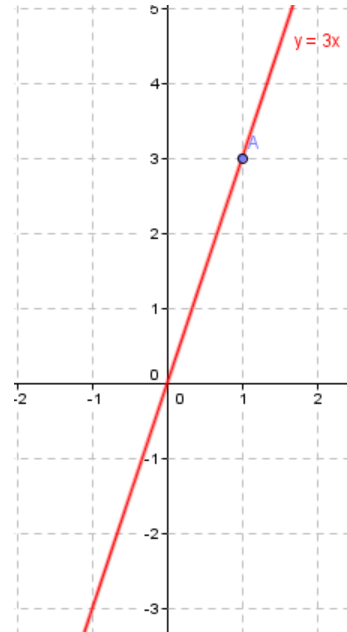
β) Επειδή τα ποσά είναι ανάλογα, έχουν σταθερό λόγο

$$\frac{y}{x} = \alpha \text{ και από την δεύτερη στήλη έχουμε } \alpha = 3 \text{ Άρα}$$

το y ως συνάρτηση του x δίνεται από $y = 3x$.

γ) Για $x = 1$ είναι $y = 3$

Η ευθεία διέρχεται από τα σημεία $A(1, 3)$ και $O(0, 0)$, άρα είναι η ευθεία AO .



Άσκηση 2

Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων αξόνων τις ευθείες $y = 2x$, $y = 3x$, $y = 5x$

Λύση

Όλες οι ευθείες με τύπο $y = ax$ διέρχονται από την αρχή των αξόνων άρα θα πρέπει να βρούμε ένα ακόμη σημείο για κάθε μια από αυτές.

Για $x = 1$ η $y = 2x$ δίνει $y = 2$

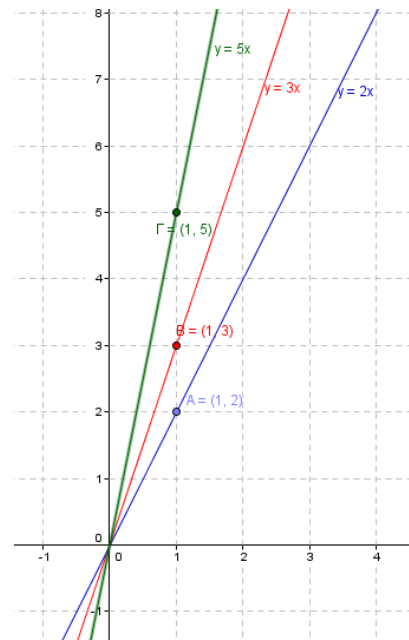
άρα η πρώτη ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(1, 2)$.

Για $x = 1$ η $y = 3x$ δίνει $y = 3$

άρα η δεύτερη ευθεία διέρχεται από το σημείο $B(1, 3)$.

Για $x = 1$ η $y = 5x$ δίνει $y = 5$

άρα η τρίτη ευθεία διέρχεται από το σημείο $\Gamma(1,5)$.



Άσκηση 3

Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα ορθογωνίων

αξόνων τις ευθείες $y = \frac{1}{2}x$, $y = -\frac{1}{2}x$

Λύση

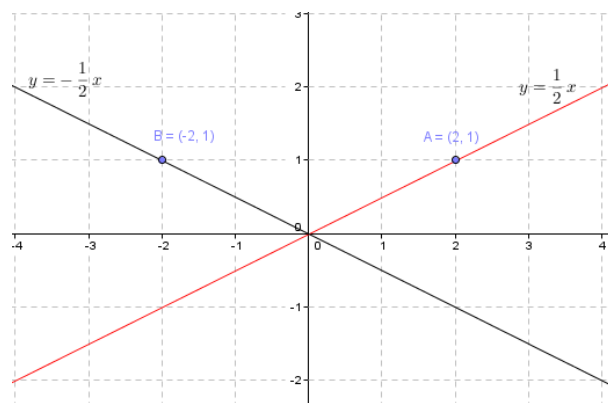
Όλες οι ευθείες με τύπο $y = ax$ διέρχονται από την αρχή των αξόνων άρα θα πρέπει να βρούμε ένα ακόμη σημείο για κάθε μια από αυτές.

Για $x = 2$, η $y = \frac{1}{2}x$ δίνει $y = 1$

άρα η πρώτη ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(2, 1)$.

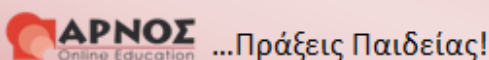
Για $x = 2$ η $y = -\frac{1}{2}x$ δίνει $y = -1$

άρα η δεύτερη ευθεία διέρχεται από το σημείο $B(2, -1)$.



Απολαύστε τη διδασκαλία στα βίντεο του www.arnos.gr

Κατανοείτε σε βάθος τη μεθοδολογία επίλυσης!



Άσκηση 4

Ένα κινητό κινείται με σταθερή ταχύτητα $u = 5 \text{ m/s}$. Να εκφράσετε το διάστημα S που διανύει ως συνάρτηση του χρόνου t . Να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση αυτή.

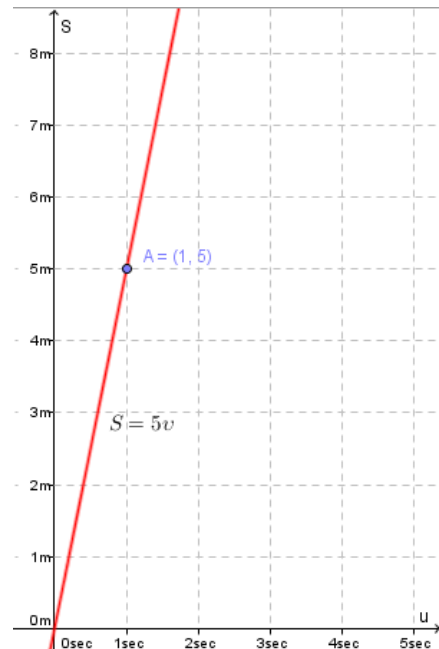
Λύση

Από την Φυσική είναι γνωστό ότι η απόσταση S που διανύει ένα κινητό με σταθερή ταχύτητα u δίνεται από τον τύπο $S = u \cdot t$

Επομένως η ζητούμενη συνάρτηση είναι η $S = 5t$
(S σε m και t σε sec)

Για $t = 1$ έχουμε $S = 5$

Οπότε γραφική παράσταση είναι η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(1, 5)$ και από την αρχή των αξόνων.



Άσκηση 5

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο $A(2, 6)$.

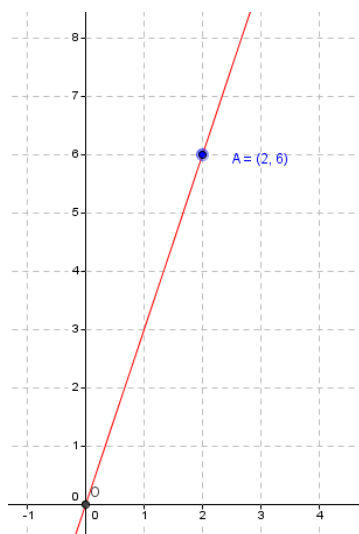
Λύση

Όλες οι ευθείες που διέρχονται από την αρχή των αξόνων έχουν τύπο $y = ax$.

Αφού η ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(2, 6)$,

$$\text{θα έχει κλίση } a = \frac{y}{x} = \frac{6}{2} = 3$$

και επομένως εξίσωση την $y = 3x$.



Άσκηση 6

Να σχεδιάσετε σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων μία ευθεία η οποία να διέρχεται από την αρχή των αξόνων και να έχει κλίση $\frac{3}{2}$

Λύση

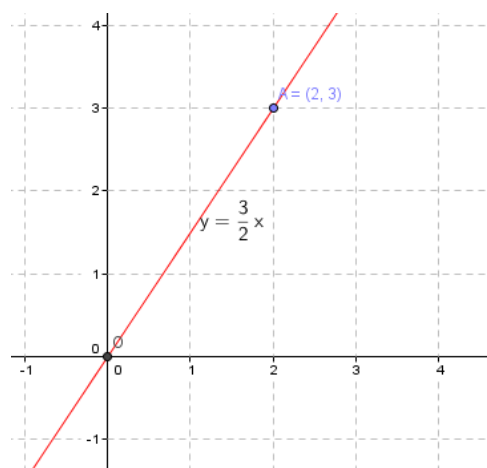
Όλες οι ευθείες που διέρχονται από την αρχή των αξόνων έχουν τύπο $y = ax$.

Επειδή η ζητούμενη ευθεία έχει κλίση $a = \frac{3}{2}$

θα έχει εξίσωση την $y = \frac{3}{2}x$.

Για $x = 2$ η δίνει $y = \frac{3}{2}x = 3$.

Άρα η ζητούμενη ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(2, 3)$ και την αρχή των αξόνων.



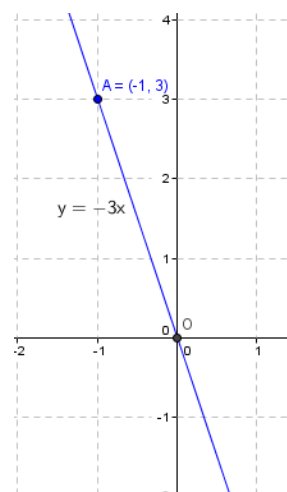
Άσκηση 7

Να βρείτε την κλίση μιας ευθείας η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων O και από το σημείο $A(-1, 3)$.

Λύση

Επειδή η ευθεία διέρχεται από το σημείο $A(-1, 3)$, θα έχει κλίση

$$a = \frac{y}{x} = \frac{3}{-1} = -3$$



Άσκηση 8

Οι τιμές των αγροτικών προϊόντων σε μία χώρα αυξήθηκαν κατά 20% σε ένα χρόνο.

- α) Να βρείτε τη σχέση που εκφράζει τις νέες τιμές y των προϊόντων ως συνάρτηση των παλαιών τους τιμών x .
- β) Να σχεδιάσετε την συνάρτηση
- γ) Με την βοήθεια της παραπάνω συνάρτησης να βρείτε
 - i) Τη σημερινή τιμή ενός προϊόντος που είχε πέρυσι 7 €
 - ii) Την περσινή τιμή ενός προϊόντος που έχει σήμερα 7 €

Λύση

α) Αν x είναι η οποιαδήποτε τιμή πριν την αύξηση, τότε η αύξηση σε αυτή είναι

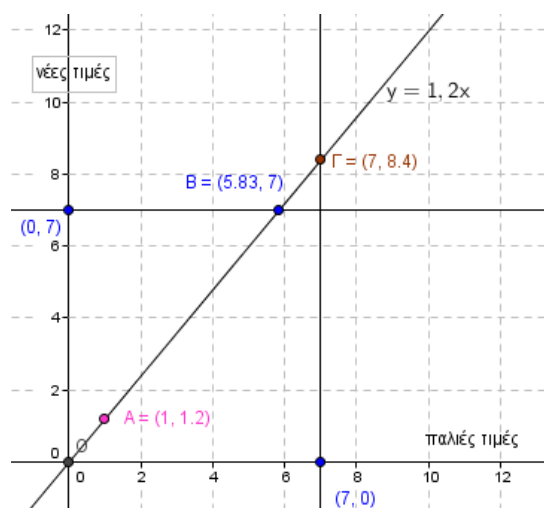
$$\frac{20}{100}x = 0,2x . \text{ Μετά την αύξηση η νέα αντίστοιχη τιμή } y \text{ θα είναι } y = x + 0,2x$$

$$\text{άρα } y = 1,2x$$

β) Για $x = 1$ η $y = 1,2x$ δίνει $y = 1,2$, άρα η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1, 1,2)$ και την αρχή των αξόνων.

γ) i) Για $x = 7$ έχουμε $y = 1,2 \cdot 7 = 8,4$
Επομένως ένα προϊόν που κόστιζε πέρυσι 7 € φέτος κοστίζει 8,4 €

ii) Για $y = 7$ έχουμε $7 = 1,2x$ άρα $x = \frac{7}{1,2}$
 $= 5,83$ €. Δηλαδή ένα προϊόν που κοστίζει φέτος 7 € πέρυσι κόστιζε 5,83 €



Άσκηση 9

Η ισοτιμία του Ευρώ έναντι του δολαρίου την 21/7/03 ήταν 112 \$ για 100 €

- α) Να βρείτε τη σχέση που εκφράζει την τιμή y σε δολάρια ενός προϊόντος ως συνάρτηση της τιμής x του προϊόντος σε ευρώ.
- β) Από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης να βρείτε κατά προσέγγιση την τιμή σε δολάρια ενός αεροπορικού εισιτηρίου που κοστίζει 250 €.
- γ) Από την γραφική παράσταση της συνάρτησης να βρείτε κατά προσέγγιση την τιμή σε Ευρώ ενός αεροπορικού εισιτηρίου που κοστίζει 250 \$.

Λύση

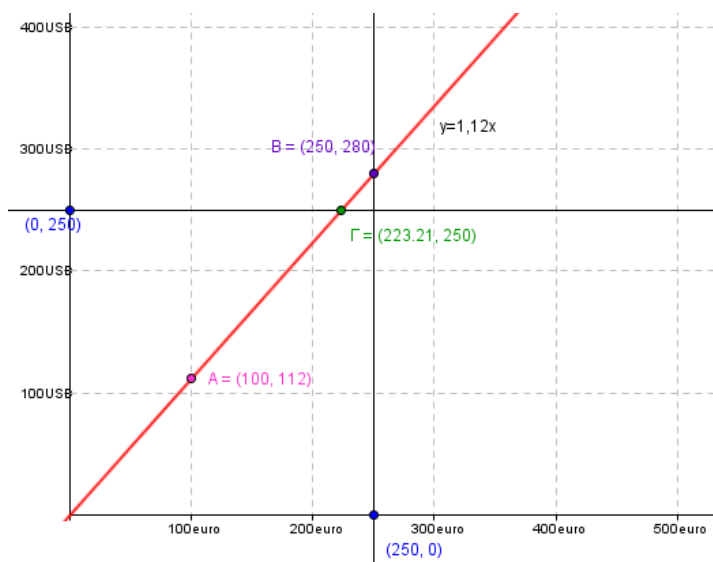
α) Είναι $\frac{y}{x} = \frac{112}{100} = 1,12$ άρα $y = 1,12x$ Για $x = 100$ η $y = 1,12x$ δίνει $y = 112$

Η γραφική παράσταση θα είναι η ευθεία που διέρχεται από το σημείο $A(100, 112)$ και την αρχή των αξόνων.

β) Η κάθετος στον άξονα των x (ευρώ) από το σημείο $(250, 0)$ τέμνει τη γραφική παράσταση στο Β.

Η τεταγμένη του Β είναι περίπου 280 (δολάρια), και δίνει το κόστος του εισιτηρίου των 250 ευρώ σε δολάρια.

γ) Η κάθετος στον άξονα των y (δολάρια - USD) στο σημείο $(0, 250)$ τέμνει τη γραφική παράσταση στο Γ. Η τεταγμένη του Γ, είναι περίπου 223 (ευρώ) και δίνει κατά προσέγγιση το κόστος του εισιτηρίου των 250 δολαρίων σε ευρώ.



Επιμέλεια: Βασίλης Γκιμίσης MEd - Μαθηματικός



...Πράξεις Παιδείας!