Λύσεις: Πανελληνίων Φυσική 2023 - Θετική

Επιμέλεια Λύσης : Β. Καράβολας

Θέμα Πρώτο

Α1. Ένα σύστημα ελατηρίου – σώματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος θα μεταβληθεί, εάν μεταβάλλουμε

α) τη σταθερά απόσβεσης b.
β) τη συχνότητα της εξωτερικής περιοδικής δύναμης.
γ) τη σταθερά του ελατηρίου.
δ) τη μάζα του σώματος.

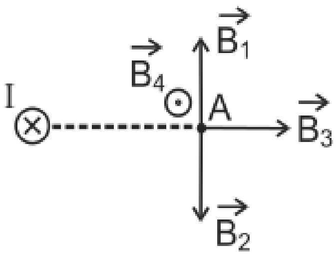
Μονάδες 5

Α2. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα δημιουργούνται από

α) ένα σταθερό ηλεκτρικό πεδίο ή σταθερό μαγνητικό πεδίο.
β) ακίνητα φορτία.
γ) φορτία που κινούνται με σταθερή ταχύτητα.
δ) φορτία που επιταχύνονται.

Μονάδες 5

Α3. Ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός μεγάλου μήκους είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας και διαρρέεται από συνεχές ηλεκτρικό ρεύμα έντασης Ι με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

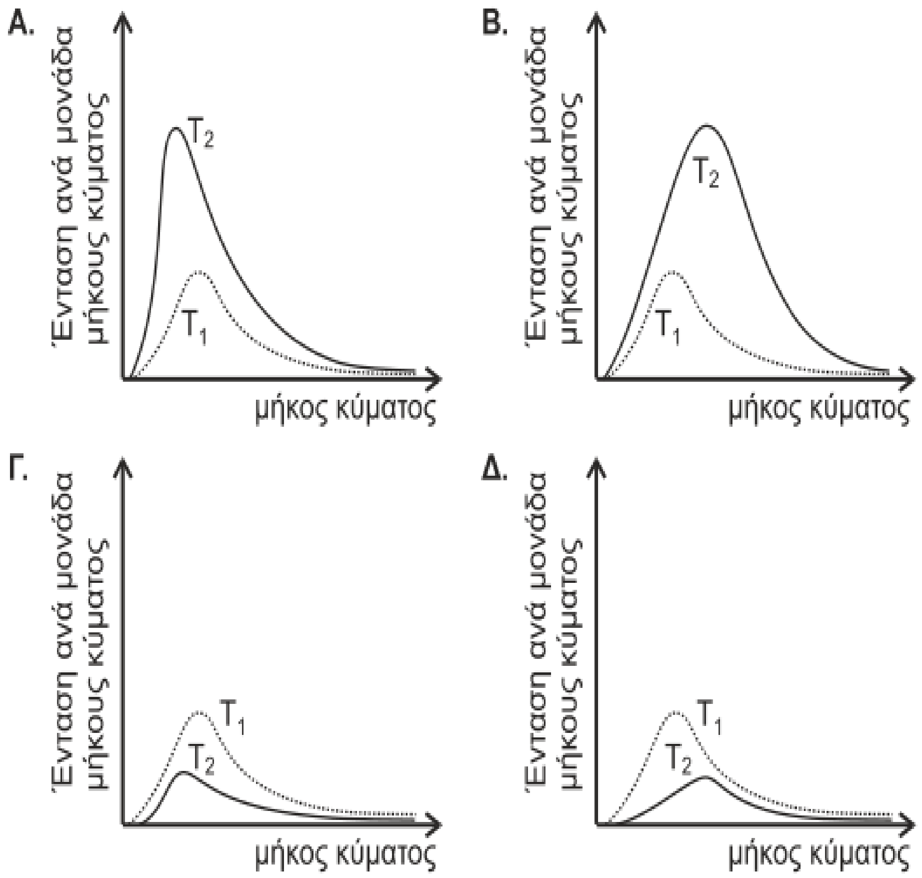


Στο σημείο Α του σχήματος, η ένταση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από τον αγωγό αυτό παριστάνεται με το διάνυσμα:

α) $\vec{B}_1$ **β)** $\vec{B}_2$ **γ)** $\vec{B}_3$ **δ)** $\vec{B}_4$

Μονάδες 5

Α4. Ποιο από τα παρακάτω γραφήματα απεικονίζει τα φάσματα εκπομπής δύο μελανών σωμάτων, με απόλυτες θερμοκρασίες T_1 και T_2 με $T_2 > T_1$;



α) Α **β)** Β **γ)** Γ **δ)** Δ

Μονάδες 5

Απαντήσεις

Α1 β

Η συχνότητα της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι ίση με την συχνότητα του διεγέρτη, δηλαδή τη συχνότητα της εξωτερικής περιοδικής δύναμης.

Α2 δ

Κάθε επιταχυνόμενο φορτίο ακτινοβολεί ηλεκτρομαγνητικά, επομένως εκπέμπει ΗΜ κύματα.

Α3 β

Από τον κανόνα του δεξιού χεριού βρίσκουμε τη φορά του μαγνητικού πεδίου.

A4 α

Επειδή το γινόμενο $T \cdot \lambda_{max}$ είναι σταθερό, όσο αυξάνει η θερμοκρασία τόσο μειώνεται το μήκος κύματος. Μεγαλύτερη θερμοκρασία σημαίνει μεγαλύτερη εκπεμπόμενη ισχύς επομένως μεγαλύτερο εμβαδόν κάτω από την καμπύλη.

Στο σχολικό βιβλίο δεν αναφέρται πουθενά ότι το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη αυξάνει. Μόνο δίνεται μια γραφική παράσταση που το δείχνει το σχήμα 7.1 του οποίου όμως οι τιμές είναι λανθασμένες!!!!!

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Στην πλαστική κρούση διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων που συγκρούονται.

β) Καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται, η σταθερά απόσβεσης b ελαττώνεται και όταν το αυτοκίνητο περνά από ένα εξόγκωμα του δρόμου, η ταλάντωση του αυτοκινήτου διαρκεί περισσότερο.

γ) Κατά τη συμβολή δύο κυμάτων, από σύγχρονες πηγές, που διαδίδονται στην επιφάνεια υγρού, τα σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος, έχουν αποστάσεις r_1 και r_2 από τις δύο πηγές, που διαφέρουν μεταξύ τους κατά ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ.

δ) Ο νόμος του Ampere ισχύει και για ρεύματα μεταβλητής έντασης.

ε) Ένα αμπερόμετρο, συνδεδεμένο σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος, δείχνει το πλάτος I του εναλλασσόμενου ρεύματος.

Μονάδες 5

A5 α) **Λάθος**

Ένα μέρος της κινητικής ενέργειας των σωμάτων στην πλαστική κρούση (και επομένως και ένα μέρος της μηχανικής ενέργειας) μετατρέπεται σε ενέργεια παραμόφωσης και θερμότητα.

β) **Σωστό**

Σελ. 20 Σχολικού Βιβλιου

Από το σχολικό : " Τα αμορτισέρ εξασφαλίζουν δύναμη απόσβεσης -που εξαρτάται από την ταχύτητα-τέτοια, ώστε όταν το αυτοκίνητο περνά από ένα εξόγκωμα του δρόμου, να μη συνεχίζει να ταλαντώνεται για πολύ χρόνο. Καθώς τα αμορτισέρ παλιώνουν και φθείρονται, η τιμή του b ελαττώνεται και η ταλάντωση διαρκεί περισσότερο."

γ) **Σωστό**

Τα σημεία αυτά παρουσιάζουν ενισχυτική συμβολή η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$r_1 = r_2 = N\lambda\ ,\ N = 0, 1, 2, 3... \quad (1)$$

δ) **Λάθος**

Από το σχολικό : ¨Πρέπει να τονιστεί ότι ο νόμος του Ampere ισχύει μόνο για σταθερά ρεύματα και για σταθερά μαγνητικά πεδία.'

ε) **Λάθος**

Το αμπερόμετρο μας δίχνει την ένταση του συνεχούς, δηλαδή την ενεργό ένταση του ρεύματος.

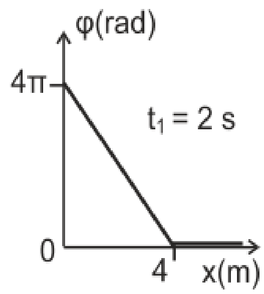
Από το σχολικό : "Τα όργανα που χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση εναλλασσόμενων τάσεων και ρευμάτων δείχνουν ενεργές τιμές."

Θέμα Δεύτερο

1. B1

B1. Το άκρο Ο γραμμικού, ομογενούς, ελαστικού μέσου που εκτείνεται κατά την διεύθυνση του ημιάξονα Οx αρχίζει, τη χρονική στιγμή t = 0, να ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση y = Α ημωt, και δημιουργείται εγκάρσιο αρμονικό κύμα.

Η γραφική παράσταση της φάσης της ταλάντωσης των σημείων του μέσου, τη χρονική στιγμή t_1 = 2 s, σε συνάρτηση με τη θέση x, φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Τη χρονική στιγμή t_2 = 2,5 s τα σημεία της χορδής που βρίσκονται σε ακραία θέση της τροχιάς τους είναι:

i. 5 ii. 4 iii. 10

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. **Μονάδες 2**

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. **Μονάδες 6**

Απάντηση:

(α′) **Σωστή απάντηση η (i)**

(β′) **Δικαιολόγηση**

Μας δίνεται ότι σε χρόνο $t = 2\ s$ η πηγή έχει φάση 4π επομένως έχει εκτελέσει $N = \dfrac{4\pi}{2\pi} = 2$ ταλαντώσεις. Γνωρίζουμε ότι σε κάθε μια ταλάντωση της πηγής το κύμα απομακρύνεται από αυτή κατά ένα μήκος κύματος. Επομένως σε χρόνο $t = 2\ s$ που αντιστοιχεί σε $N = 2$ ταλαντώσεις (επομένως έχουμε περίοδο $T = \dfrac{t}{N} = 1\ s$ το κύμα έχει απομακρυνθεί κατά 2λ. Σε $' = 2.5\ s$ που αντιστοιχούν σε 2.5 ταλαντώσεις το κύμα θα έχει απομακρυνθεί κατά 2.5 λ. Σε κάθε μήκος κύματος έχουμε δύο σημεία τα οποία βρίσκονται σε ακραία θέση, επομένως συνολικά θα έχουμε 5 σημεία.

Το θέμα λύνεται με πολλούς τρόπους επομένως θα πρέπει η επιτροπή εξετάσεων να λάβει όλους του τρόπους σωστούς:

i. Τριγωνομετρικά: Αρχικά η φάση της ταλάντωσης της πηγής είναι:

$$\begin{bmatrix} \phi = \omega t \\ \\ \phi = 4\pi \\ \\ t = 2\ s \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \omega = 2\pi\ r/s$$

και η περίοδος

$$\begin{bmatrix} \omega = \dfrac{2\pi}{T} \\ \\ \omega = 2\pi\ r/s \end{bmatrix} \Longleftrightarrow T = 1\ s$$

Σε χρόνο $t = 2$ στο κύμα έχει απομακρυνθεί $x = 4\ m$ επομένως $x = ct \Longleftrightarrow c = 2\ m/s$ και το μήκος κύματος είναι $\lambda = cT = 2\ m$.

$$\pm A = A\eta\mu 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) \Longleftrightarrow \pm 1 = \eta\mu 2\pi(\frac{2.5}{1} - \frac{x}{2})$$

καθώς το μέτωπο σε χρόνο $t' = 2.5\ s$ θα βρίσκεται στην θέση $x = ct = 5\ m$.
Τότε θα έχουμε:

$$\begin{bmatrix} 1 = \eta\mu 2\pi(\dfrac{2.5}{1} - \dfrac{x}{2}) \\ \\ -1 = \eta\mu 2\pi(\dfrac{2.5}{1} - \dfrac{x}{2}) \\ \\ 0 \leq x \leq 5\ m \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0.5, 2.5, 4.5\ m \\ \\ x = 1.5, 3.5\ m \end{bmatrix}$$

Σύνολο 5 θέσεις.

ii. Με τη φάση. Σε $t' = 5\ s$ η φάση των σημείων θα είναι $0 \leq \phi \leq 5\pi\ r$ καθώς η φάση της πηγής θα είναι $\phi = \omega t = 2\pi \cdot 2.5 = 5\pi\ r$. Τα ακραία σημεία μιας ταλάντωσης χωρίς αρχική φάση όπως είνβαι όλες οι ταλαντώσεις των σημείων του κύματος έχουν φάση $\phi = k\pi + \dfrac{\pi}{2}$. Επομένως:

$$0 \leq k\pi + \frac{\pi}{2} \leq 5\pi \Longleftrightarrow k = 0, 1, 2, 3, 4..$$

Σύνολο 5 σημεία.

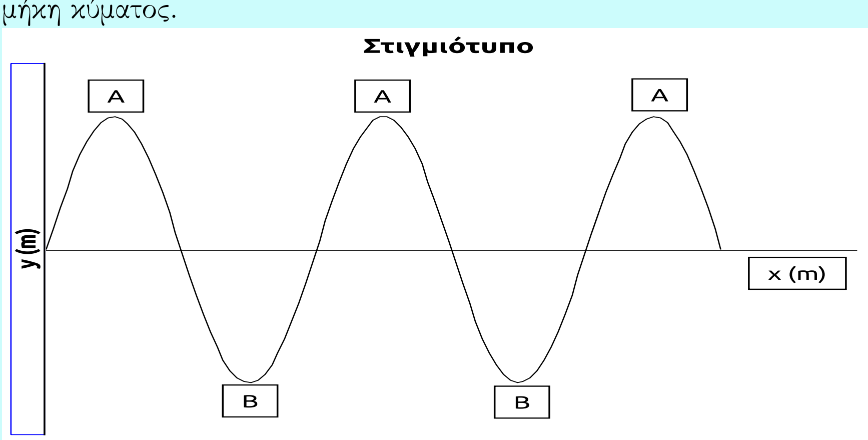
iii. Με την κατασκευή του στιγμιότυπου με μετρώντας τα σημεία.
Αρχικά η φάση της ταλάντωσης της πηγής είναι:

$$\begin{bmatrix} \phi = \omega t \\ \phi = 4\pi \\ t = 2\ s \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \omega = 2\pi\ r/s$$

και η περίοδος

$$\begin{bmatrix} \omega = \dfrac{2\pi}{T} \\ \omega = 2\pi\ r/s \end{bmatrix} \Longleftrightarrow T = 1\ s$$

Σε χρόνο $t = 2\ s$ το κύμα έχει απομακρυνθεί $x = 4\ m$ επομένως $x = ct \Longleftrightarrow c = 2\ m/s$ και το μήκος κύματος είναι $\lambda = cT = 2\ m$. Το μέτωπο σε χρόνο $t' = 2.5\ s$ θα βρίσκεται στην θέση $x = ct = 5\ m$. Ανάμεσα στην πηγή και στο μέτωπο του κύματος θα υπάρχουν $N = \dfrac{x}{\lambda} = 2.5$ μήκη κύματος.



όπου με το A δείχνουμε τις θετικές ακραίες θέσεις και με το B τις αρνητικές. Σύνολο έχουμε

5 ακραίες θέσεις.

iv. Και περιγραφικά όπως το λύσαμε εδώ.

2. B2:

B2. Σε συσκευή μελέτης του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, μονοχρωματική ακτινοβολία προσπίπτει στην επιφάνεια της καθόδου. Η συχνότητα κατωφλίου, για το μέταλλο της καθόδου, είναι ίση με f_1.

Αν η συχνότητα της προσπίπτουσας ακτινοβολίας είναι $f_2 = 3\ f_1$, τότε τα ηλεκτρόνια εξερχόμενα από την κάθοδο μόλις που καταφέρνουν να φτάσουν στην άνοδο. Η τάση αποκοπής V_0 είναι ίση με

i. $\dfrac{hf_1}{e}$ ii. $\dfrac{2hf_1}{e}$ iii. $\dfrac{3hf_1}{e}$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

(α΄) **Σωστή απάντηση η (ii)**

(β΄) **Δικαιολόγηση**

Από τη φωτοηλεκτρική εξίσωση του Einstein έχουμε ότι:

$$\begin{bmatrix} E = \phi + K \\ E = hf_2 \\ f_2 = 3f_1 \\ \phi = hf_1 \end{bmatrix} \Longleftrightarrow K = 2hf_1$$

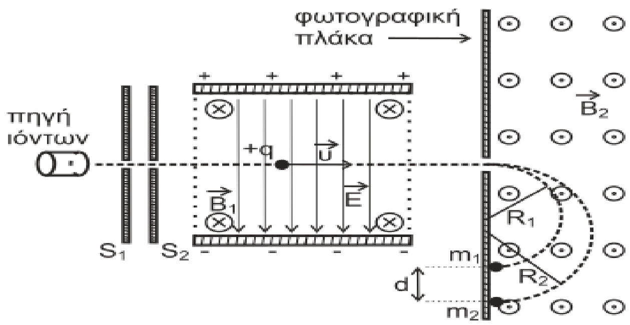
Για να βρούμε το έργο αποκοπής παίρνουμε ΘΜΚΕ:

$$\begin{bmatrix} K_f - K_i = W_E \\ K_f = 0 \\ K_i = 2hf_1 \\ W_E = -eV \end{bmatrix} \Longleftrightarrow V = \frac{2hf_1}{e}$$

όπου με τον δείκτη f συμβολίζουμε την τελική κατάσταση, με τον δείκτη i την αρχική και με τον δείκτη E το ηλεκτρικό έργο.

3. B3:

Β3. Στο φασματογράφο μάζας (Bainbridge) του διπλανού σχήματος, λεπτή δέσμη ιόντων ενός χημικού στοιχείου, που αποτελείται από δύο ισότοπα, διέρχεται από φίλτρο ταχυτήτων, όπου συνυπάρχουν ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$ και ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}_1$ με φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα, κάθετα μεταξύ τους.



Μερικά από τα ιόντα δεν εκτρέπονται και συνεχίζουν ανεπηρέαστα την πορεία τους μέσα στο φίλτρο ταχυτήτων.

α) Το μέτρο της ταχύτητας των ιόντων που δεν εκτρέπονται είναι ίσο με

i. $u = \frac{B_1}{E}$ ii. $u = \frac{E}{B_1}$ iii. $u = \frac{E}{2B_1}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (Μονάδα 1) και να την αιτιολογήσετε (Μονάδες 2).

Μονάδες 3

Στη συνέχεια τα ιόντα αυτά εισέρχονται σε περιοχή ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης $\vec{B}_2$ με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη. Στο πεδίο αυτό διαγράφουν ημικυκλικές τροχιές και πέφτουν σε φωτογραφική πλάκα, αφήνοντας σε αυτή δύο ίχνη που απέχουν μεταξύ τους απόσταση d.

β) Η διαφορά μάζας των ισοτόπων του στοιχείου που αποτελούν τη δέσμη είναι ίση με

i. $\Delta m = \frac{dB_1B_2q}{2E}$ ii. $\Delta m = \frac{2dB_1B_2q}{E}$ iii. $\Delta m = \frac{dB_1B_2q}{E}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (Μονάδα 1) και να την αιτιολογήσετε (Μονάδες 5).

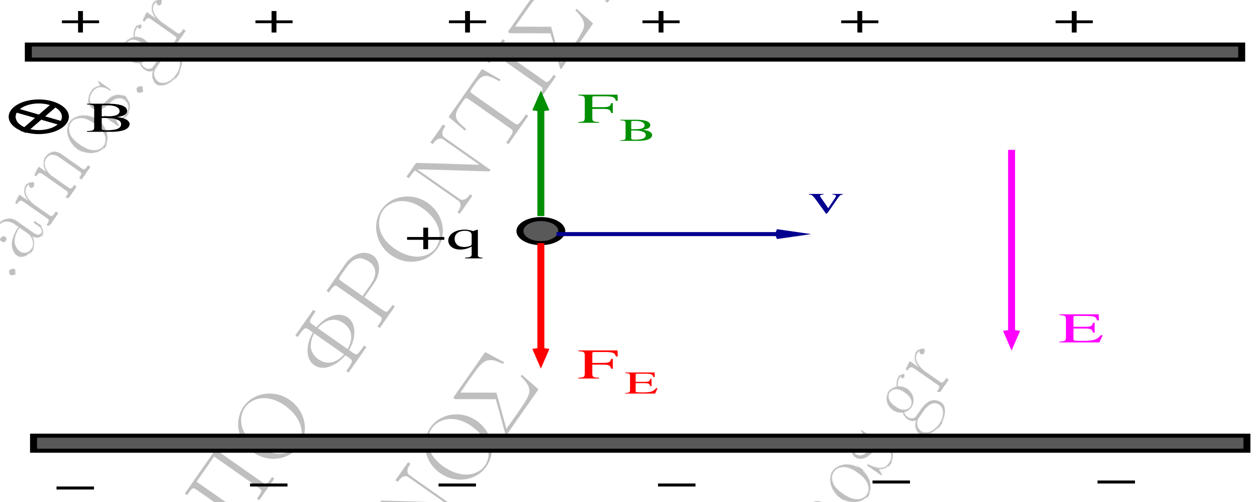
Μονάδες 6

Απάντηση

1. (α΄) **Σωστή απάντηση η (ii)**

   (β΄) **Δικαιολόγηση**

   Το σωματίδιο δέχεται δύο δυνάμεις, μια ηλεκτρική F_E ομόρροπη με την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου καθώς είναι θετικά φορτισμένο και μια μαγνητική F_B την οποία βρίσκουμε από τον κανόνα των τριών δακτύλων.



   Το ότι δεν εκτρέπονται σημαίνει ότι **η συνισταμένη δύναμη που είναι το διανυσματικό άθροισμα της ηλεκτρικής και της μαγνητικής θα πρέπει να είναι μηδενική**.

$$\left[\begin{array}{c} \vec{F}_E + \vec{F}_B = 0 \iff F_E - F_B = 0 \\ \\ F_E = Eq \\ \\ F_B = B_1 v q \end{array}\right] \iff Eq = B_1 v q \iff v = \frac{E}{B_1}$$

2. (α΄) **Σωστή απάντηση η (i)**

   (β΄) **Δικαιολόγηση**

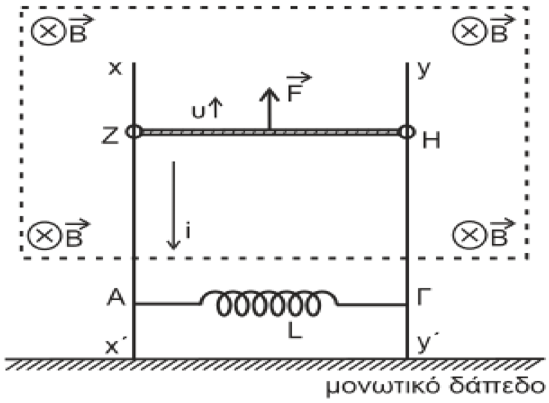
   Τα σωματίδια εκτελούν ημικύκλια πριν βγουν από το μαγνητικό πεδίο. Επομένως η απόσταση d είναι **η διαφορά των διαμέτρων τους και όχι των ακτίνων τους**.

$$\left[\begin{array}{c} d = 2R_1 - 2R_2 \\ \\ R = \dfrac{mv}{B_2 q} \\ \\ v = \dfrac{E}{B_1} \\ \\ \Delta m = m_1 - m_2 \end{array}\right] \Longleftrightarrow d = \frac{2v}{B_2 q}(m_1 - m_2) \Longleftrightarrow d = \frac{2E}{B_1 B_2 q}\Delta m \Longleftrightarrow \Delta m = \frac{dB_1 B_2 q}{2E}$$

Θέμα Τρίτο

Στη διάταξη του διπλανού σχήματος οι κατακόρυφοι μεταλλικοί αγωγοί xx΄, yy΄, αμελητέας ωμικής αντίστασης είναι στερεωμένοι σε οριζόντιο μονωτικό δάπεδο.

Ανάμεσα στα σημεία τους Α και Γ έχει συνδεθεί ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L = 0,5 H. Μεταλλική ράβδος ΖΗ μήκους ℓ = 1 m, μάζας m = 0,5 kg και ωμικής αντίστασης R = 1 Ω έχει τα άκρα της πάνω στους κατακόρυφους αγωγούς, είναι κάθετη σε αυτούς και μπορεί να κινείται χωρίς τριβές.



Στο μέσον της ράβδου και κάθετα σε αυτή ασκείται κατάλληλη δύναμη $\vec{F}$ με αποτέλεσμα η ράβδος ΖΗ να κινείται προς τα πάνω παραμένοντας συνεχώς οριζόντια. Στην περιοχή που κινείται η ράβδος ΖΗ υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ και μέτρου B = 1 T, του οποίου οι δυναμικές γραμμές έχουν φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Το πηνίο βρίσκεται έξω από το ομογενές μαγνητικό πεδίο στο οποίο κινείται ο αγωγός ΖΗ. Λόγω της κίνησης της ράβδου ο βρόχος ΖΑΓΗΖ διαρρέεται από ρεύμα, του οποίου η ένταση δίνεται από τη σχέση i = 2t (SI) όπου t ο χρόνος, με φορά όπως αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

Γ1. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο i - t σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων (Μονάδες 2) και να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ της έντασης του ρεύματος (Μονάδες 2).
Να υπολογίσετε το φορτίο που διέρχεται από μία διατομή του κυκλώματος στο χρονικό διάστημα από t = 0 s έως t = 2 s (Μονάδες 3).
Μονάδες 7

Γ2. Να σχεδιάσετε την πολικότητα της ΗΕΔ από αυτεπαγωγή στο πηνίο (Μονάδες 2) και να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή αυτής (Μονάδες 2).
Μονάδες 4

Γ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας της ράβδου ΖΗ σε συνάρτηση με τον χρόνο υ - t.
Μονάδες 6

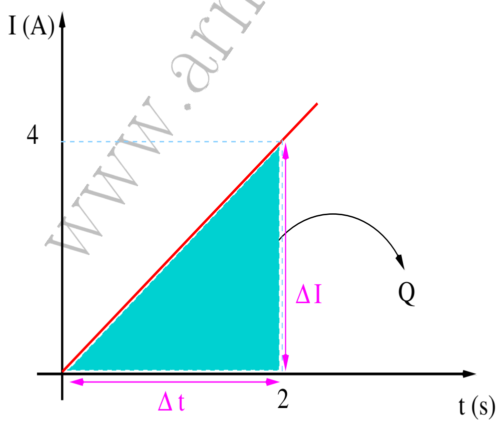
Γ4. Τη χρονική στιγμή t_1 = 2 s να υπολογίσετε:
α) Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ (Μονάδες 4).
β) Τον ρυθμό με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια από τη δύναμη $\vec{F}$ στο κύκλωμα (Μονάδες 2).
γ) Τον ρυθμό με τον οποίο αποθηκεύεται ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου (Μονάδες 2).
Μονάδες 8

Να θεωρήσετε το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας: g = 10 m/s^2.

Απάντηση

1. Μας δίνει ότι το ρεύμα είναι $I = 2t$ επομένως η γραφική παράσταση θα είναι:

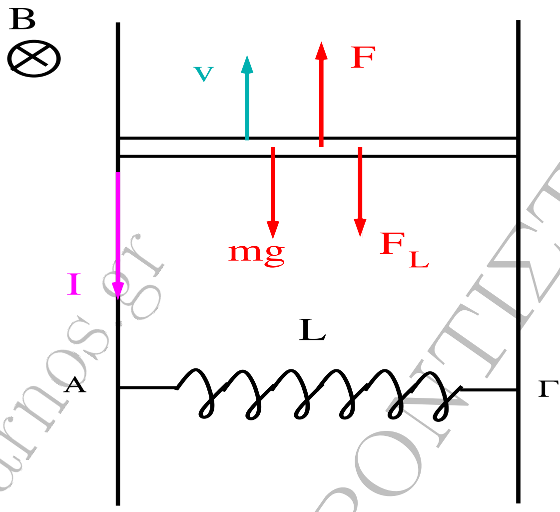
Όπου επιλέγουμε $t = 2\ s$ επομένως $I = 2t = 4\ A$. Από τη γραφική παράσταση βλέπουμε ότι η κλίση της καμπύλης του ρεύματος είναι $\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{4}{2} = 2\ A/s$ ενώ το συνολικό φορτίο θα είναι το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν $Q = 4\ C$.



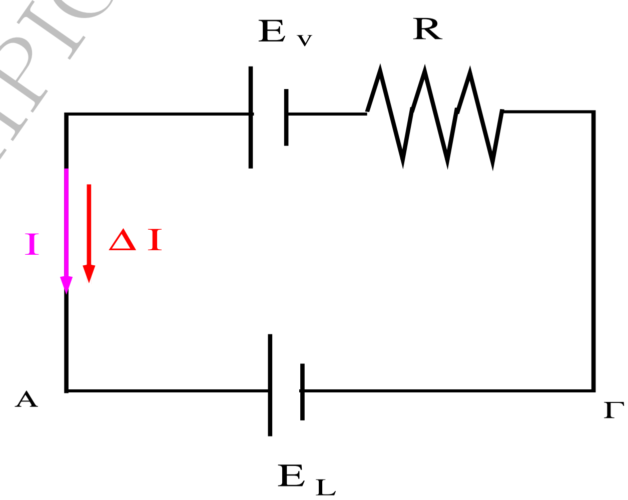
2. Στο σχήμα α) βλέπουμε το κύκλωμα της εκφώνησης ενώ στο σχήμα β) **το ισοδύναμο ηλεκτρικό κύκλωμα. Η ΗΕΔ λόγω της κίνησης του αγωγού E_v είναι αυτή που κυριαρχεί** επομένως **καθώς το ρεύμα εκτός της πηγής ρέει από τον θετικό πόλο της πηγής προς τον αρνητικό, η πολικότητα της πηγής θα είναι αυτή του σχήματος**. Καθώς το **ρεύμα είναι αύξουσα συνάρτηση του χρόνου η μεταβολή του θα είναι ένα ομόρροπο διάνυσμα με αυτό**. Λόγω του **κανόνα του Lenz η αυτεπαγωγή θα πρέπει να παράγει**

μια τάση E_L και κατά συνέπεια **ένα ρεύμα στο κύκλωμα που θα αντιτίθεται σε αυτή την αύξηση**, επομένως θα έχει την πολικότητα του σχήματος.

α)



β)



Το μέτρο της τάσης της E_L θα είναι:

$$\left[\begin{array}{c} |E_L| = L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} \\ L = 0.5\ H \\ \dfrac{\Delta I}{\Delta t} = 2\ A/s \end{array}\right] \iff |E_L| = 1\ V$$

3. Στο ισοδύναμο κύκλωμα του παραπάνω σχήματος θα έχουμε ότι:

$$\left[\begin{array}{c} E_v - |E_L| = IR \\ E_v = Bvl \\ B = 1\ T \\ l = 1\ m \\ E_L = 1\ V \\ I = 2t \\ R = 1\ \Omega \end{array}\right] \iff v - 1 = 2t \iff v = 1 + 2t$$

4. (α΄) Καθώς ο πάνω αγωγός **κινείται προς τα πάνω από τον κανόνα του Lenz η δύναμη La-**

place λόγω επαγωγής που αναπτύσσεται θα είναι προς τα κάτω όπως παρουσιάζεται στο σχήμα. Από τον Δεύτερο Νόμο του Newton θα έχουμε ότι:

$$\begin{bmatrix} \sum F = ma \\ a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} \\ v = 1 + 2t \iff \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = 2\ m/s^2 \\ \sum F = F - mg - F_L \\ F_L = BIl \\ B = 1\ T \\ l = 1\ m \\ I = 2t \\ t = 2\ s \\ m = 0.5\ kg \\ g = 10\ m/s^2 \end{bmatrix} \iff F - 4 - 5 = 1 \iff F = 10\ N$$

(β′) Η μηχανική ισχύς της δύναμης (ρυθμός προσφοράς ενέργειας λόγω της δύναμης) είναι:

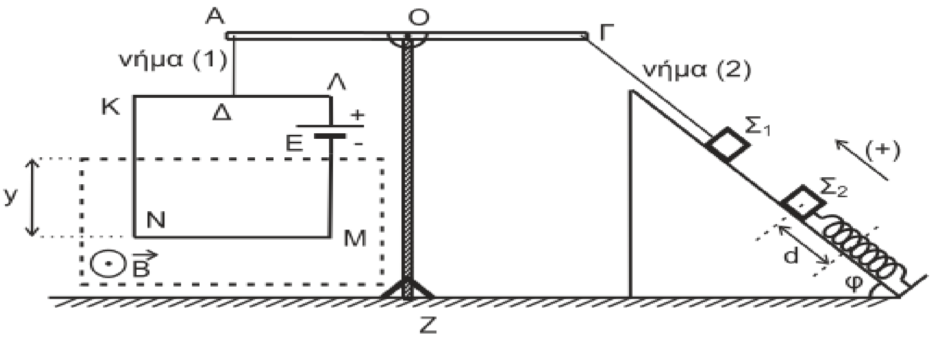
$$\begin{bmatrix} P_F = Fv \\ F = 10\ N \\ v = 1 + 2t \\ t = 2\ s \end{bmatrix} \iff P = 50\ W$$

(γ′) Η ισχύς της αυτεπαγωγής (ρυθμός αποθήκευσης ενέργειας στο μαγνητικό πεδίο του σωληνοειδούς)

$$\begin{bmatrix} P_L = V_L I \\ V_L = 1\ V \\ I = 2t \\ t = 2\ s \end{bmatrix} \iff P_L = 4\ W$$

Θέμα Τέταρτο

Στη διάταξη του παρακάτω σχήματος φαίνεται ένας ζυγός που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση της έντασης ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου.



Το κατακόρυφο στέλεχος ΟΖ του ζυγού είναι στηριγμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Στην κορυφή του έχει αρθρωθεί οριζόντια ομογενής ράβδος ΑΓ στο μέσον της Ο. Από το άκρο Α της ράβδου ΑΓ αναρτάται με τη βοήθεια αβαρούς και μη εκτατού κατακόρυφου μονωτικού νήματος (1), το οποίο συνδέεται στο μέσον Δ της πλευράς ΚΛ, ένα τετράγωνο συρμάτινο και αβαρές πλαίσιο ΚΛΜΝ, πλευράς $\alpha = 0{,}8$ m και συνολικής ωμικής αντίστασης $R = 2\ \Omega$. Στο πλαίσιο υπάρχει πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ) $E = 30$ V, αμελητέας εσωτερικής αντίστασης και αμελητέου βάρους.

Το πλαίσιο ισορροπεί σε κατακόρυφο επίπεδο και βρίσκεται μερικώς μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο του πλαισίου με φορά από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.

Με αβαρές και μη εκτατό νήμα (2) έχουμε συνδέσει το άκρο Γ της ράβδου με σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3$ kg το οποίο ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσεως $\varphi = 37^\circ$. Η διεύθυνση του νήματος είναι παράλληλη προς το κεκλιμένο επίπεδο.
Στο κεκλιμένο επίπεδο ισορροπεί και σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1$ kg, δεμένο στο ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100$ N/m του οποίου ο άξονας είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Όλα τα σώματα της διάταξης ισορροπούν στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα (1) στο άκρο Α της ράβδου.

Μονάδες 4

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο Β της έντασης του μαγνητικού πεδίου.

Μονάδες 4

Μετακινούμε το σώμα $Σ_2$ προς τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου κατά $d = \frac{9\pi}{100}$ m και το συγκρατούμε σε αυτή τη θέση. Κόβουμε το νήμα (2), και την ίδια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί προς τα πάνω το σώμα $Σ_2$. Το σώμα $Σ_2$ εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k$, περνώντας για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας του συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα $Σ_1$.

Δ3. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την πλαστική κρούση ακινητοποιείται στιγμιαία.

Μονάδες 7

Δ4. Αν το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την πλαστική κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k$, να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του. Να θεωρήσετε ως χρονική στιγμή $t_0 = 0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική φορά, τη φορά από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου προς την κορυφή του.

Μονάδες 5

Δ5. Να γράψετε τη σχέση της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση $F_{ελ}$ - x κατά τη διάρκεια ταλάντωσης του συσσωματώματος και να κάνετε τη γραφική της παράσταση σε βαθμονομημένους άξονες.

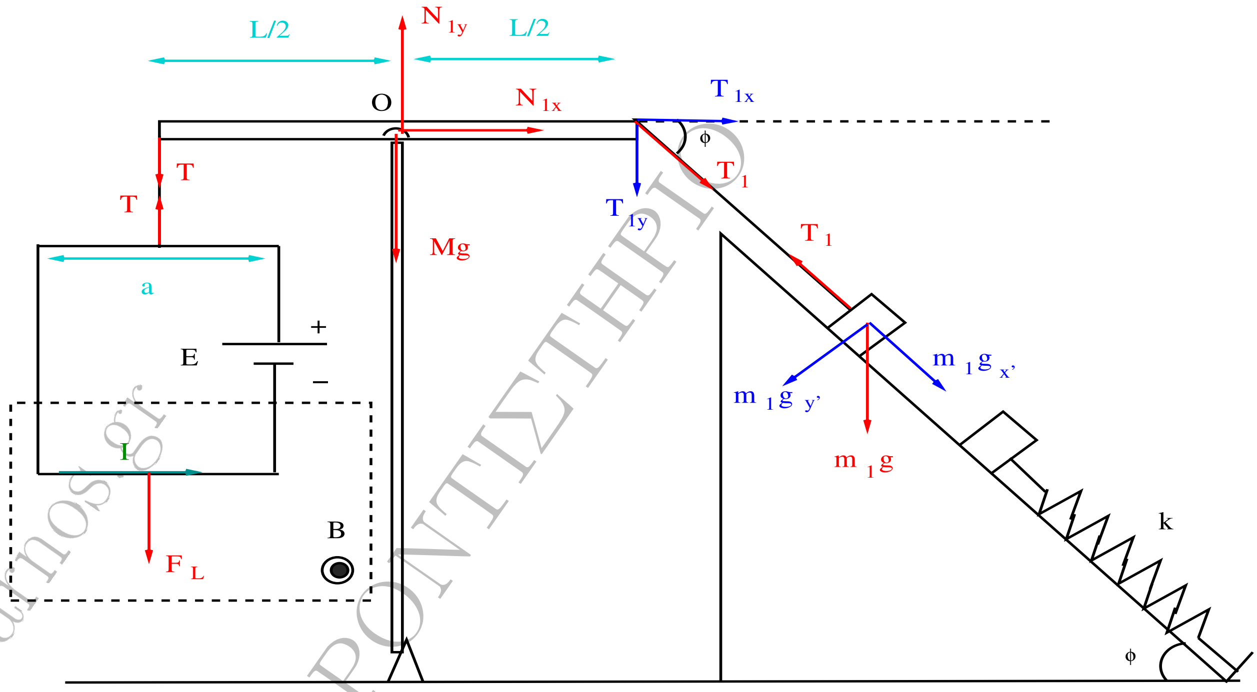
Μονάδες 5

Να θεωρήσετε ότι:

- η κρούση είναι ακαριαία
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα
- κατά την κρούση, δεν έχουμε απώλεια μάζας
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα
- το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι $g = 10\ m/s^2$.

Απάντηση

1. Αρχικά σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα που μας ενδιαφέρουν. Στη συγκεκριμένη άσκηση **το τμήμα που είναι το ελατήριο και το δεύτερο σώμα δεν συμμετέχουν στην ισορροπία του στερεού**. Αρχικά το ευθύγραμμο τμήμα του πλαισίου που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο θα δέχεται μια δύναμη Laplace. Γνωρίζουμε ότι σε ένα κύκλωμα το ρεύμα εκτός της πηγής ρέει από τον θετικό πόλο της πηγής στον προς τον αρνητικό. Επομένως έχει την φορά του σχήματος. Επίσης γνωρίζουμε από τον κανόνα των τριών δακτύλων την φορά της μαγνητικής δύναμης Laplace η οποία θα έχει και αυτή τη φορά του σχήματος. Τα **νήματα είναι αβαρή επομένως οι δυνάμεις στα άκρα τους είναι ίσες**. Η δοκός του ζυγού είναι στερεωμένη στο μέσο της επομένως ούτε το βάρος της αλλά ούτε και οι δύο δυνάμεις λόγω της άρθρωσης θα έχουν ροπή ως προς το σημείο O. Το πλαίσιο είναι και αυτό κρεμασμένο από το κέντρο του επομένως η ροπή της τάσης του νήματος αλλά και η ροπή της δύναμης Laplace ως προς το κέντρο του είναι μηδενικές.



Αναλύουμε το βάρος του σώματος m_1 σε μια συνιστώσα παράλληλη στον άξονα του ελατηρίου (άξονας x') και μια κάθετη στον άξονα του ελατηρίου (άξονας y').

$$\begin{bmatrix} m_1 g_{x'} = m_1 g \eta\mu\phi \\ m_1 g_{y'} = m_1 g \sigma\upsilon\nu\phi \end{bmatrix}$$

Επίσης αναλύουμε την τάση του νήματος T_1 σε δύο συνιστώσες, μια παράλληλη στον οριζόντιο άξονα x και μια κάθετη στον οριζόντιο άξονα y.

$$\begin{bmatrix} T_{1x} = T_1 \sigma\upsilon\nu\phi \\ T_{1y} = T_1 \eta\mu\phi \end{bmatrix}$$

Το σώμα m_1 ισορροπεί μεταφορικά στον άξονα τον παράλληλο με το κεκλιμένο επίπεδο, επομένως:

$$\begin{bmatrix} \sum F = 0 \\ \sum F = m_1 g_{x'} - T_1 = m_1 g \eta\mu\phi - T_1 \\ m_1 = 3\ kg \\ g = 10\ m/s^2 \\ \eta\mu 37^\circ = \dfrac{3}{5} \end{bmatrix} \Longleftrightarrow T_1 = 18\ N$$

Ο ζυγός ισορροπεί και μεταφορικά και περιστροφικά. Ροπή ως προς το O έχουν μόνο οι T και η T_{1y}. Επομένως:

$$\begin{bmatrix} \sum \tau_O = 0 \\ \sum \tau_O = T\dfrac{L}{2} - T_{1y}\dfrac{L}{2} \\ T_{1y} = T_1 \eta\mu\phi \\ T_1 = 18\ N \\ \eta\mu 37^\circ = \dfrac{3}{5} \end{bmatrix} \Longleftrightarrow T = 18 \cdot \frac{3}{5} \Longleftrightarrow T = 10.8\ T$$

2. Το πλαίσιο μέσα στο μαγνητικό πεδίο ισορροπεί (και μεταφορικά και περιστροφικά), επομένως για την μεταφορική ισορροπία του θα έχουμε:

$$\begin{bmatrix} \sum F = 0 \\ \sum F = T - F_L \\ F_L = BIa \\ I = \dfrac{E}{R} \\ a = 0.8\ m \\ R = 2\ \Omega \\ E = 30\ V \\ T = 10.8\ N \end{bmatrix} \Longleftrightarrow 10.8 = 15 \cdot 0.8B \Longleftrightarrow B = 0.9\ T$$

3. Συμπιέζουμε το ελατήριο σε μια νέα θέση και από εκεί αφήνουμε ελεύθερο το σώμα. Καθώς **η αρχική ταχύτητα είναι μηδενική αυτή είναι η ακραία θέση της ταλάντωσης**. Η **κρούση πραγματοποιείται στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του (όταν περνά για πρώτη φορά μετά την άφεση του από αυτή), επομένως ο χρόνος** που θα έχει περάσει από τη στιγμή που το αφήσαμε ελεύθερο είναι $\Delta t = \dfrac{T}{4}$. Με την βοήθεια της σχέσης για την περίοδο θα έχουμε:

$$\begin{bmatrix} T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_2}{k}} \\ m_2 = 1\ kg \\ k = 100\ N/m \\ \Delta t = \dfrac{T}{4} \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \Delta t = \frac{\pi}{20}\ s$$

Η ταχύτητα με την οποία περνά το σώμα από τη θέση ισορροπίας του θα είναι (μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης):

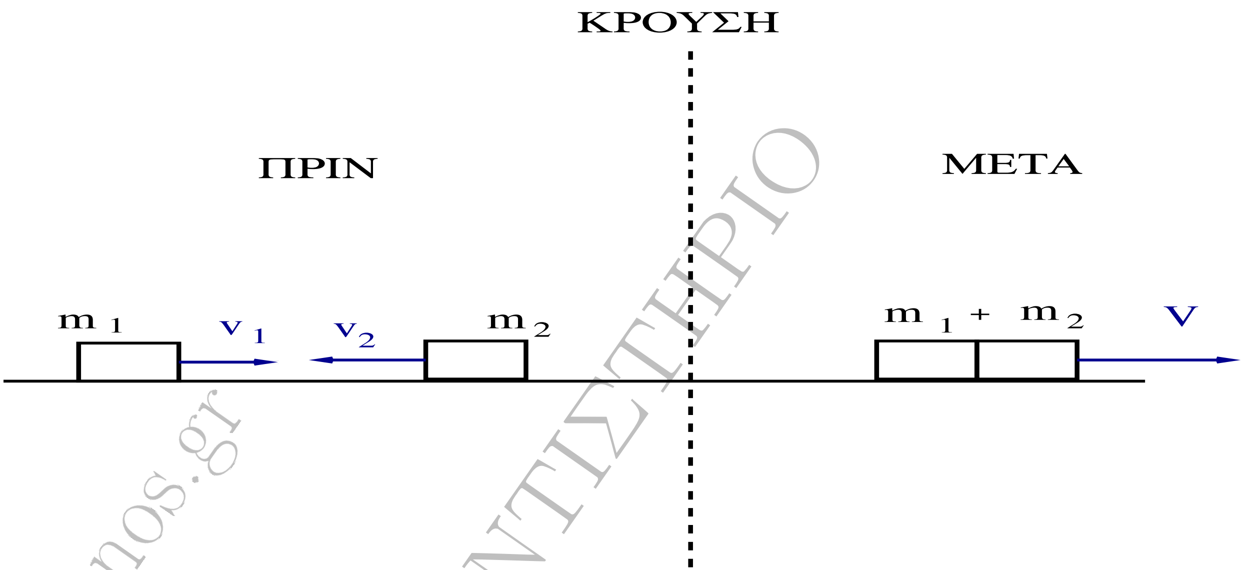
$$\begin{bmatrix} v_2 = \omega A \\ A = d = \dfrac{9\pi}{100} \\ \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_2}} \\ m_2 = 1\ kg \\ k = 100\ N/m \end{bmatrix} \Longleftrightarrow v_2 = \frac{9\pi}{10}\ m/s$$

Όταν κόβεται το σκοινί, το σώμα m_1 αρχίζει να επιταχύνεται στον άξονα x'. Από τον Δεύτερο Νόμο του Newton θα έχουμε ότι:

$$\begin{bmatrix} \sum F = m_1 a \\ \sum F = m_1 g_{x'} = m_1 g\eta\mu\phi \\ \eta\mu 37^\circ = \dfrac{3}{5} \end{bmatrix} \Longleftrightarrow a = g\eta\mu\phi = 6\ m/s^2$$

Το σώμα κινείται **ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα για χρόνο** $\Delta t = \dfrac{T}{4}$ επομένως αποκτά ταχύτητα:

$$\begin{bmatrix} v_1 = at \\ a = 6\ m/s^2 \\ \Delta t = \dfrac{\pi}{20}\ s \end{bmatrix} \Longleftrightarrow v_1 = \frac{3\pi}{10}\ m/s$$

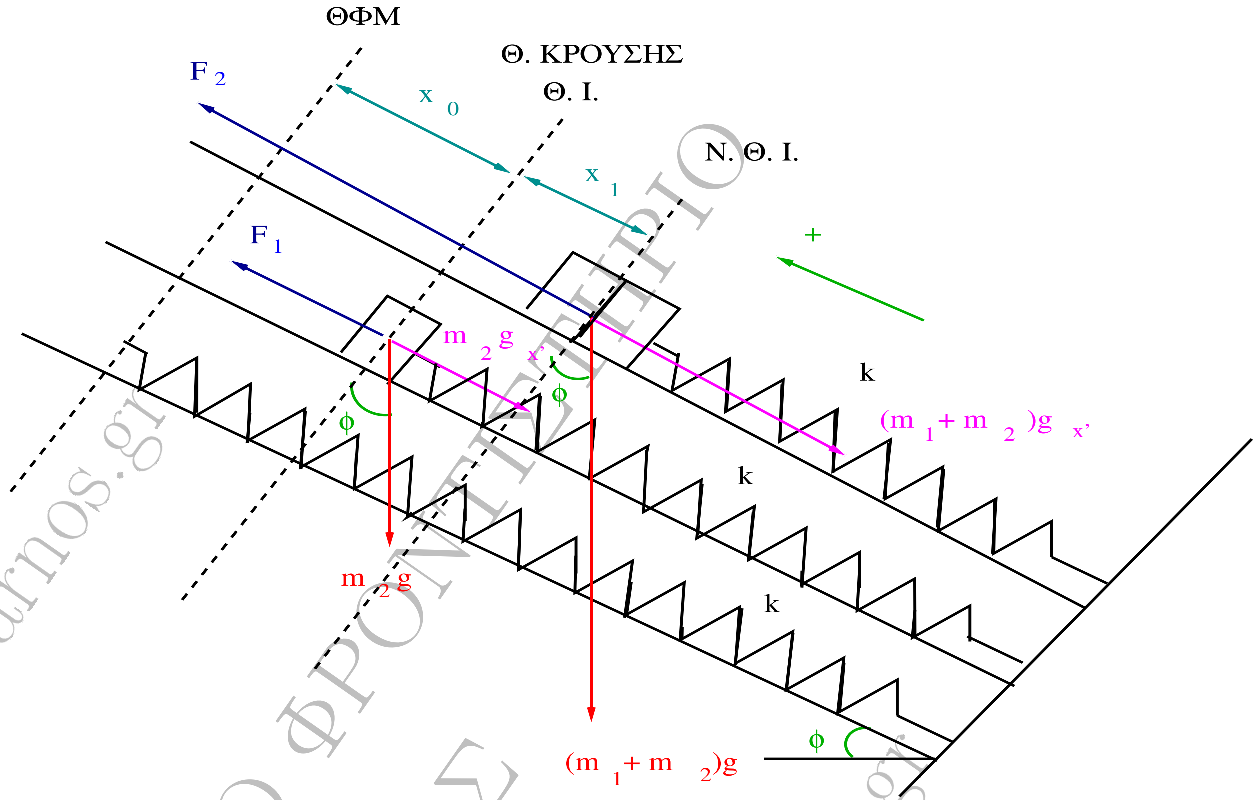


Στην πλαστική κρούση διατηρείται η ορμή:

$$\begin{bmatrix} p_i = p_f \\ p_i = p_1 - p_2 \\ p_1 = m_1 v_1 \\ p_2 = m_2 v_2 \\ m_1 = 3\ kg \\ m_2 = 1\ kg \\ p_f = (m_1 + m_2)V \\ v_1 = \frac{3\pi}{10}\ m/s \\ v_2 = \frac{9\pi}{10}\ m/s \end{bmatrix} \Longleftrightarrow (m_1 + m_2)V = 0 \Longleftrightarrow V = 0$$

όπου **τα σώματα πριν την κρούση κινούνται αντίθετα γι αυτό και οι ορμές τους έχουν αντίθετο πρόσημο** και όπου με τον δείκτη f συμβολίζουμε την τελική κατάσταση, με τον δείκτη i την αρχική.

4. Μετά την κρούση θα βρούμε τη Νέα Θέση Ισορροπίας της ταλάντωσης:



Για την Θ.Ι. και τη Ν.Θ.Ι θα έχουμε (όπου οι παραμορφώσεις του ελατηρίου υπολογίζονται από τη Θ.Φ.Μ)

$$\Theta.\text{I.} : \begin{bmatrix} \sum F = 0 \\ \sum F = m_2 g_{x'} - kx_0 \\ m_2 g_{x'} = m_2 g \eta\mu\phi \end{bmatrix} \Longleftrightarrow kx_0 = m_1 g \eta\mu\phi$$

$$\text{N. }\Theta.\text{I.} : \begin{bmatrix} \sum F = 0 \\ \sum F = (m_1 + m_2) g_{x'} - k(x_0 + x_1) \\ m_2 g_{x'} = m_2 g \eta\mu\phi \end{bmatrix} \Longleftrightarrow k(x_0 + x_1) = (m_1 + m_2) g \eta\mu\phi$$

Το πλάτος της ταλάντωσης θα είναι:

$$\begin{bmatrix} A' = x_1 \\ kx_0 = m_2 g\eta\mu\phi \\ k(x_0 + x_1) = (m_1 + m_2)g\eta\mu\phi \\ m_1 = 3\ kg \\ g = 10\ m/s^2 \\ \eta\mu 37^\circ = \frac{3}{5} \\ k = 100\ N/m \end{bmatrix} \Longleftrightarrow A' = \frac{m_1 g\eta\mu\phi}{k} = 0.18\ m$$

Καθώς η **θέση κρούσης είναι ψηλότερα από τη Ν.Θ.Ι και η εκφώνηση μας λέει ότι θετική φορά πέρνουμε προς τα πάνω, και το συσσωμάτωμα αμέσως μετά την κρούση στιγμιαία ακινητοποιείται**, συνειδητοποιούμε ότι η **Θέση αυτή είναι ακραία θέση η αρχική φάση θα είναι** $\frac{\pi}{2}$.

Επίσης:

$$\begin{bmatrix} \omega' = \sqrt{\frac{k}{m_2 + m_1}} \\ m_2 = 1\ kg \\ m_1 = 2\ kg \\ k = 100\ N/m \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \omega' = 5\ r/s$$

Η εξίσωση της κίνησης θα είναι τότε:

$$x = 0.18\eta\mu(5t + \frac{\pi}{2})$$

5. Το συσσωμάτωμα εκτελεί ταλάντωση επομένως:

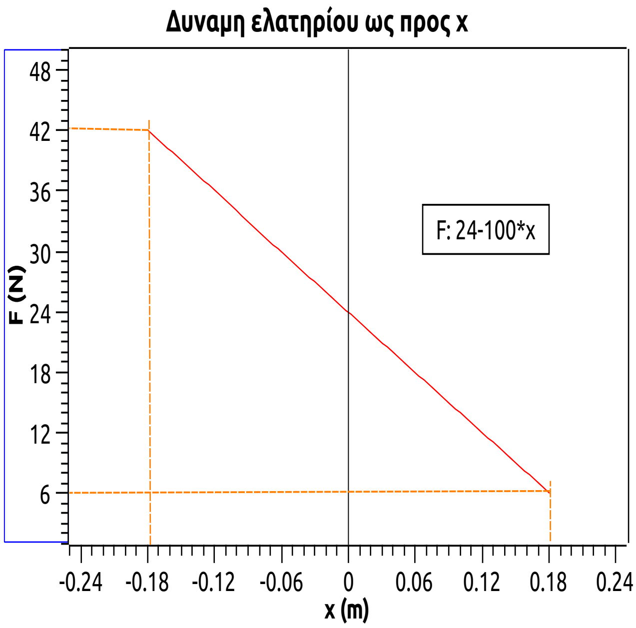
$$\begin{bmatrix} \sum F = -kx \\ \sum F = F_{\varepsilon\lambda} - (m_1 + m_2)g\eta\mu\phi \\ m_1 = 3\ kg \\ m_2 = 1\ kg \\ \eta\mu 37^\circ = \frac{3}{5} \\ g = 10\ m/s^2 \\ k = 100\ N/m \\ -0.18 \leq x \leq 0.18 \end{bmatrix} \iff F_{\varepsilon\lambda} = 24 - 100x$$

Προσοχή στο γεγονός πως: $-0.18 \leq x \leq 0.18$.

Τιμές για τη γραφική παράσταση:

$$\begin{bmatrix} x = -0.18\ m & F = 24 - 100 \cdot (-0.18) = 42\ N \\ x = 0 & F = 24 - 100 \cdot (0) = 24\ N \\ x = 0.18\ m & F = 24 - 100 \cdot (0.18) = 6\ N \end{bmatrix}$$

Η γραφική παράσταση θα είναι:


Δυναμη ελατηρίου ως προς x
F (N)
48
42
36
30
24
18
12
6
F: 24-100*x
-0.24
-0.18
-0.12
-0.06
0
0.06
0.12
0.18
0.24
x (m)