

**Κεφ. 6.3. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Γεωμετρία Α' Λυκείου****ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

Η Τράπεζα Θεμάτων για τη Γεωμετρία Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course της Γεωμετρίας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύφος της Τράπεζας.

**Θέμα 1 - Κωδικός:****12106****1. Θέμα 12106**

α) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- i. Σε κάθε τρίγωνο απέναντι από άνισες πλευρές βρίσκονται όμοια άνισες γωνίες.
- ii. Από σημείο εκτός ευθείας διέρχονται άπειρες κάθετες στην ευθεία.
- iii. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, έχουν και τις τρίτες γωνίες τους ίσες.
- iv. Κάθε τετράπλευρο με ίσες διαγωνίους είναι ορθογώνιο.
- v. Η γωνία που σχηματίζεται από μία χορδή κύκλου και την εφαπτομένη του κύκλου στο άκρο της χορδής ισούται με την επίκεντρη που βαίνει στο τόξο της χορδής.

**(Μονάδες 10)***Έξυπνα & εύκολα!*

β) Να αποδείξετε ότι ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος, αν είναι παραλληλόγραμμο και οι διαγώνιοί του τέμνονται κάθετα.

(Μονάδες 15)

Θέμα 2 - Κωδικοί:

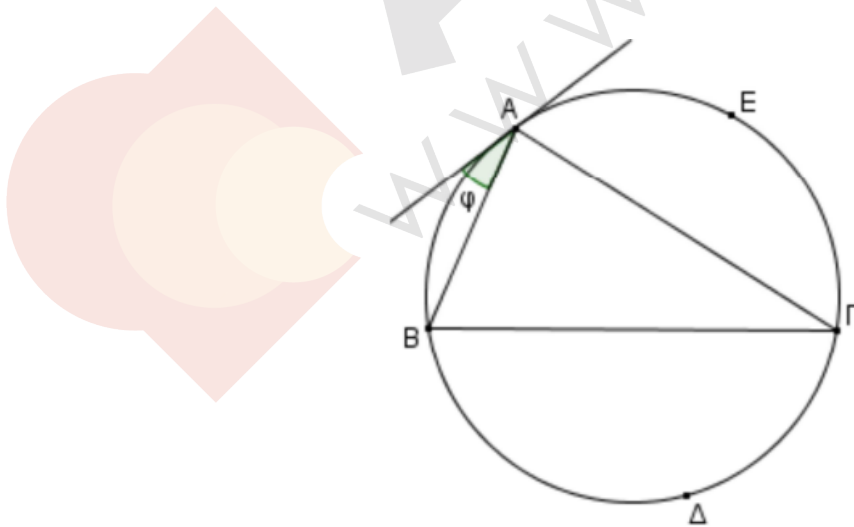
1561, 1626, 1672, 1695, 12637, 13754

2. Θέμα 1561

Στο ακόλουθο σχήμα, η εφαπτομένη του κύκλου στην κορυφή A του τριγώνου ABΓ σχηματίζει γωνία  $\phi=30^\circ$  με την πλευρά AB. Αν το μέτρο του τόξου  $\widehat{B\Delta\Gamma}$  είναι  $160^\circ$ ,

α) να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ. (Μονάδες 18)

β) να βρείτε το μέτρο του τόξου  $\widehat{A\epsilon\Gamma}$ . (Μονάδες 7)



Έξυπνα & εύκολα!

**3. Θέμα 1626**

Δίνεται κύκλος  $(O, R)$  διαμέτρου  $AB$ , και χορδή  $AG$  τέτοια ώστε  $\widehat{BAG} = 30^\circ$ . Στο σημείο  $\Gamma$  φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου, η οποία τέμνει την προέκταση της διαμέτρου  $AB$  (προς το  $B$ ) στο σημείο  $\Delta$ .

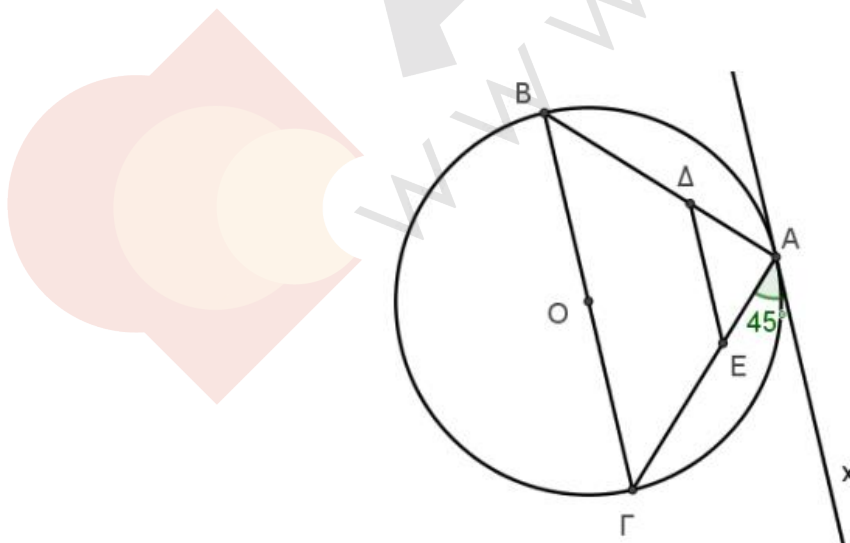
- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $O\Gamma\Delta$ . (Μονάδες 12)  
 β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $B\Gamma\Delta$  είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)

**4. Θέμα 1672**

Σε σημείο  $A$  ενός κύκλου, φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου  $Ax$  και τη χορδή  $AG$  που σχηματίζει με την εφαπτομένη γωνία  $45^\circ$ . Φέρουμε τη διάμετρο  $GB$  και μια παράλληλη ευθεία στη  $B\Gamma$  που τέμνει την  $AB$  στο  $\Delta$  και την  $AG$  στο  $E$ .

- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $BA\Gamma$ . (Μονάδες 10)  
 β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $B\Gamma E\Delta$  είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Μονάδες 15)



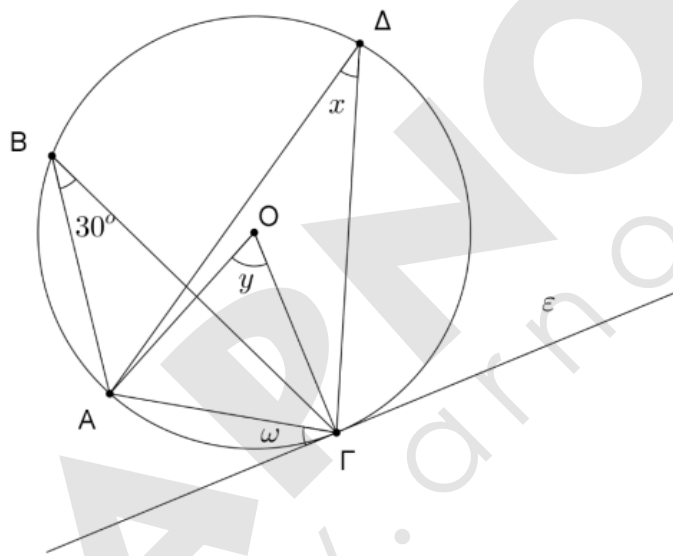
*Έξυπνα & εύκολα!*

**5. Θέμα 1695**

Στο παρακάτω σχήμα η ευθεία  $\epsilon$  εφάπτεται του κύκλου  $(O, \rho)$  στο σημείο  $\Gamma$ .

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $x, y$  και  $\omega$  δικαιολογώντας σε κάθε περίπτωση την απάντησή σας. (Μονάδες 15)

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου  $OAG$  ως προς τις πλευρές. (Μονάδες 10)


**6. Θέμα 12637**

Στο παρακάτω σχήμα η  $xx'$  είναι εφαπτομένη του κύκλου στο  $A$  και επιπλέον ισχύουν:  $\widehat{BAx} = 35^\circ$  και  $\widehat{B\Gamma} = 110^\circ$ .

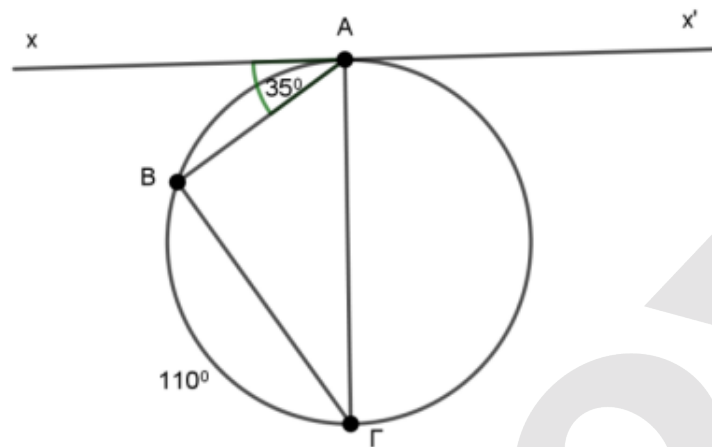
α) Ποιό είναι το μέτρο της γωνίας  $\Gamma$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

β) Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι οξυγώνιο, ορθογώνιο ή αμβλυγώνιο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

*Έξυπνα & εύκολα!*


**7. Θέμα 13754**

Δίνεται κύκλος  $(O, \rho)$  με διάμετρο ΒΓ και τα σημεία Α, Δ του κύκλου εκατέρωθεν της διαμέτρου ΒΓ έτσι ώστε  $\widehat{B\hat{A}D} = 50^\circ$ . Φέρουμε εφαπτόμενη ευθεία (ε) στον κύκλο στο σημείο Δ.

Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας :

α) ΒΑΓ.

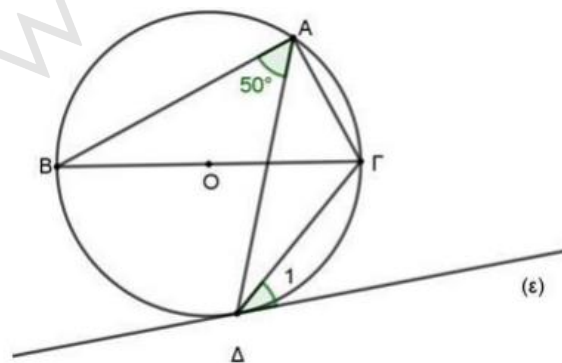
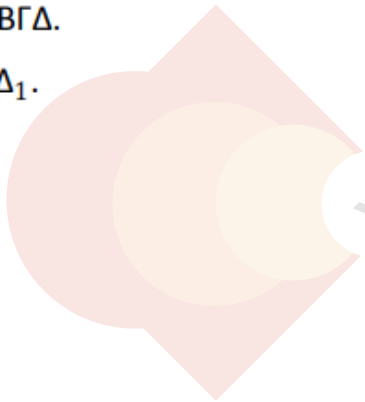
(Μονάδες 6)

β) ΒΓΔ.

(Μονάδες 9)

γ)  $\Delta_1$ .

(Μονάδες 10)



*Έξυπνα & εύκολα!*

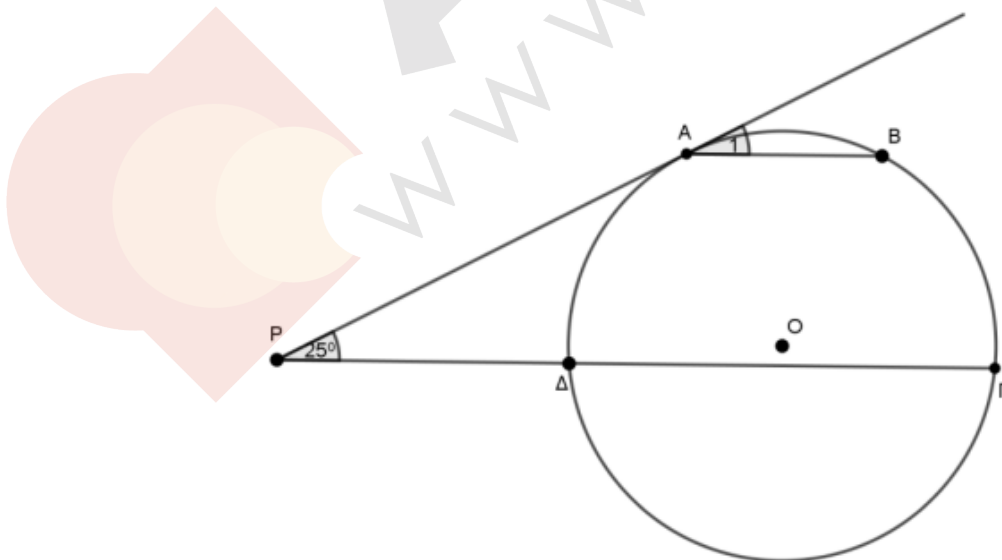
Θέμα 4 - Κωδικοί:

12460

8. Θέμα 12460

Στον κύκλο  $(O, \rho)$  δίνονται τα σημεία  $A, B, \Gamma, \Delta$  έτσι ώστε  $AB \parallel \Gamma\Delta$ . Στο σημείο  $A$  φέρνουμε εφαπτομένη στον κύκλο, η οποία τέμνει την προέκταση της  $\Gamma\Delta$  προς το  $\Delta$ , στο σημείο  $P$ . Αν η γωνία  $\widehat{\Delta PA} = 25^\circ$  και το τόξο  $\Gamma\Delta$  (στο οποίο δεν ανήκουν τα  $A, B$ ) είναι τριπλάσιο του τόξου  $AB$  (στο οποίο δεν ανήκουν τα  $\Gamma, \Delta$ ) να αποδείξετε ότι:

- α) τα τόξα  $\overset{\frown}{\Delta A B}$  και  $\overset{\frown}{A B \Gamma}$  είναι ίσα. (Μονάδες 7)
- β) το τόξο  $AB$  που είναι μικρότερο του ημικυκλίου ισούται με  $50^\circ$ . (Μονάδες 6)
- γ) το τόξο  $\Delta A$  στο οποίο δεν ανήκουν τα  $B, \Gamma$  ισούται με  $80^\circ$ . (Μονάδες 6)
- δ) το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 6)



Έξυπνα & εύκολα!

Θέμα 4 - Κωδικοί:

1720, 1772, 1809

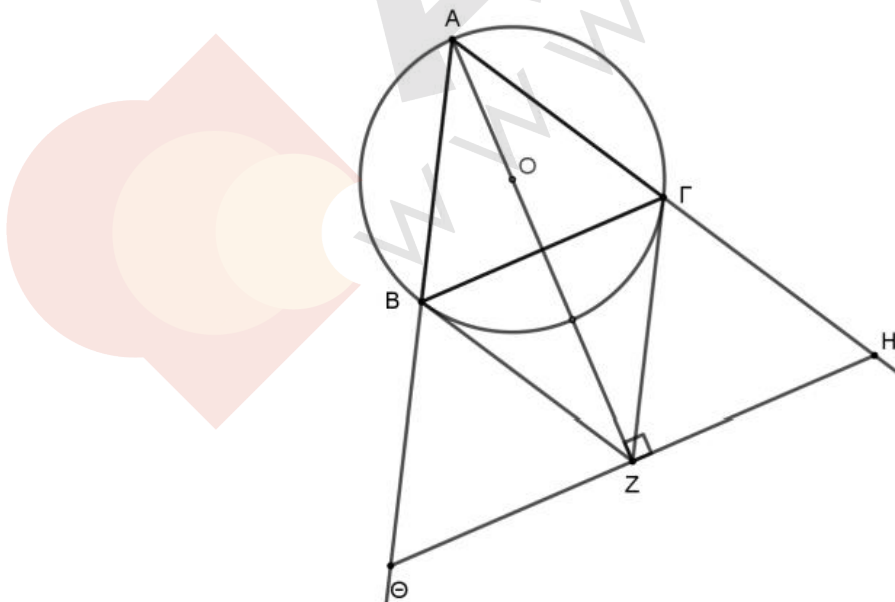
9. Θέμα 1720

Δίνεται το ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$  που είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με κέντρο  $O$  και ακτίνα  $\rho$ . Τα τμήματα  $\Gamma Z$  και  $BZ$  είναι τα εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου στα σημεία  $\Gamma$  και  $B$  αντίστοιχα. Αν το τμήμα  $\Theta H$  είναι κάθετο στο τμήμα  $AZ$  στο  $Z$ , να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο  $ZB\Gamma$  είναι ισόπλευρο. (Μονάδες 7)

β) Το τετράπλευρο  $A\Gamma ZB$  είναι ρόμβος. (Μονάδες 8)

γ) Το τετράπλευρο  $B\Gamma H\Theta$  είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 10)

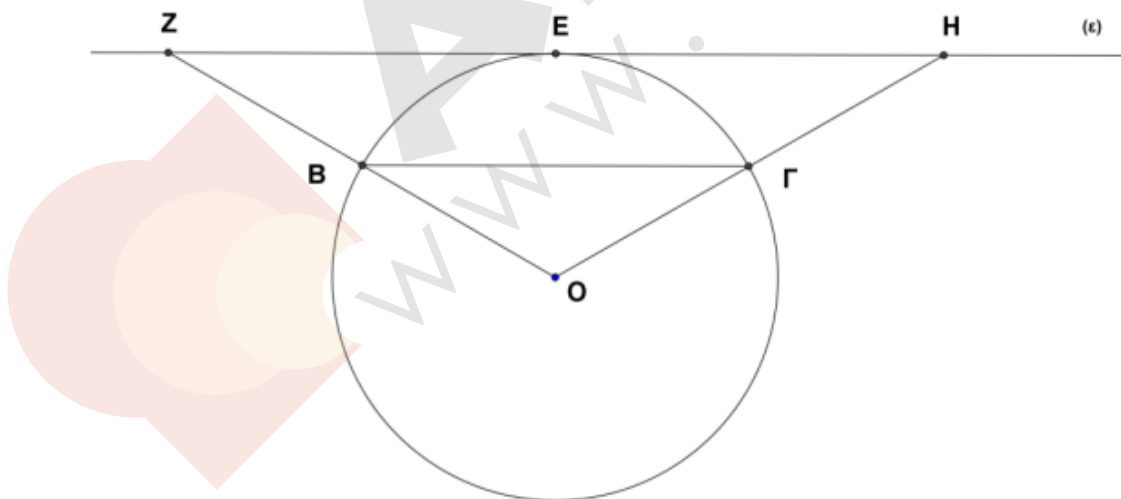


Έξυπνα & εύκολα!

**10. Θέμα 1772**

Έστω κύκλος  $(O, \rho)$  και  $E$  το μέσον του τόξου του  $B\Gamma$ . Μια ευθεία  $(\epsilon)$  εφάπτεται στο κύκλο στο  $E$ . Οι προεκτάσεις των  $OB, O\Gamma$  τέμνουν την ευθεία  $(\epsilon)$  στα σημεία  $Z$  και  $H$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι :

- α)  $B\Gamma // ZH$  (Μονάδες 5)
- β)  $OZ = OH$  (Μονάδες 5)
- γ) Αν  $B$  μέσον της  $OZ$
- i. να αποδείξετε ότι  $\hat{B}\hat{E}Z = \frac{Z\hat{O}H}{4}$  (Μονάδες 8)
- ii. να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $ZOH$ . (Μονάδες 7)



*Έξυπνα & εύκολα!*



**11. Θέμα 1809**

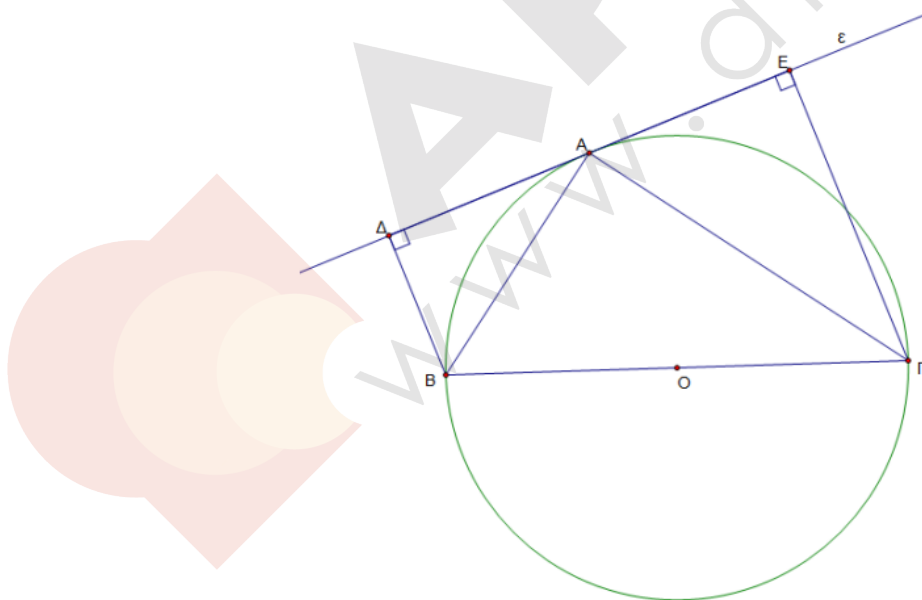
Θεωρούμε κύκλο κέντρου  $O$ , με διάμετρο  $BΓ$ . Από σημείο  $A$  του κύκλου φέρουμε την εφαπτομένη ( $\epsilon$ ) του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου  $\triangle ABΓ$ .

Από τα σημεία  $B$  και  $Γ$  φέρουμε τα τμήματα  $BΔ$  και  $ΓΕ$  κάθετα στην ευθεία ( $\epsilon$ ).

α) Να αποδείξετε ότι  $BA$  και  $ΓA$  είναι διχοτόμοι των γωνιών  $\triangle BΓ$  και  $\triangle ΓB$  αντίστοιχα. (Μονάδες 8)

β) Αν  $AZ$  είναι ύψος του τριγώνου  $\triangle ABΓ$ , να αποδείξετε ότι  $AΔ = AE = AZ$ . (Μονάδες 8)

γ) Να αποδείξετε ότι  $BΔ + ΓΕ = BΓ$ . (Μονάδες 9)



*Έξυπνα & εύκολα!*