

Κεφ. 5.8. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Γεωμετρία Α' Λυκείου
ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

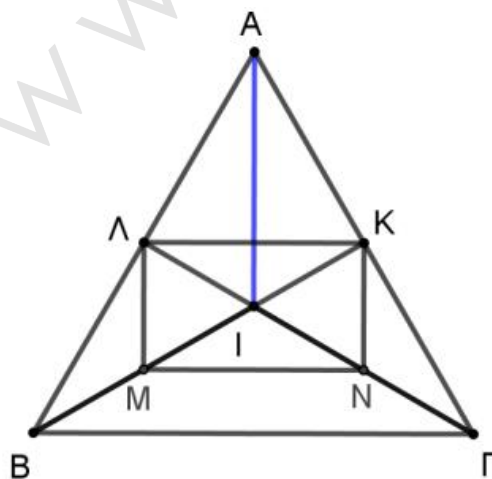
Η Τράπεζα Θεμάτων για τη Γεωμετρία Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας www.arnos.gr για το Course της Γεωμετρίας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύψος της Τράπεζας.

Θέμα 4 - Κωδικοί:
1719, 1748, 1754, 1764, 1777, 1780, 1865, 1887
1. Θέμα 1719

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα ύψη του BK και $\Gamma\Lambda$, τα οποία τέμνονται στο I .

Αν M και N είναι τα μέσα των IB και $I\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε:

- α) Το AI προεκτεινόμενο διέρχεται από το μέσο της πλευράς $B\Gamma$. (Μονάδες 10)
 β) Το τετράπλευρο $M\Lambda K N$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο (Μονάδες 15)



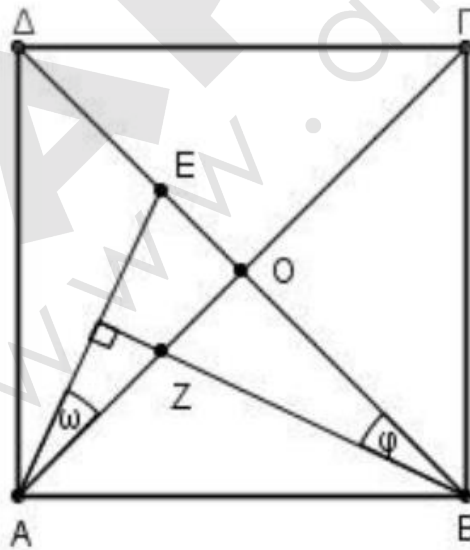
Έξυπνα & εύκολα!

2. Θέμα 1748

Στο τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ ονομάζουμε O το κέντρο του και θεωρούμε τυχαίο σημείο E του τμήματος OD . Φέρνουμε την κάθετη από το B στην AE , που τέμνει το τμήμα AO στο Z .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Οι γωνίες ω και ϕ του παρακάτω σχήματος είναι ίσες. (Μονάδες 6)
- β) $BZ=AE$ και $\Gamma Z=BE$ (Μονάδες 12)
- γ) Το τμήμα EZ είναι κάθετο στο AB . (Μονάδες 7)



Έξυπνα & εύκολα!

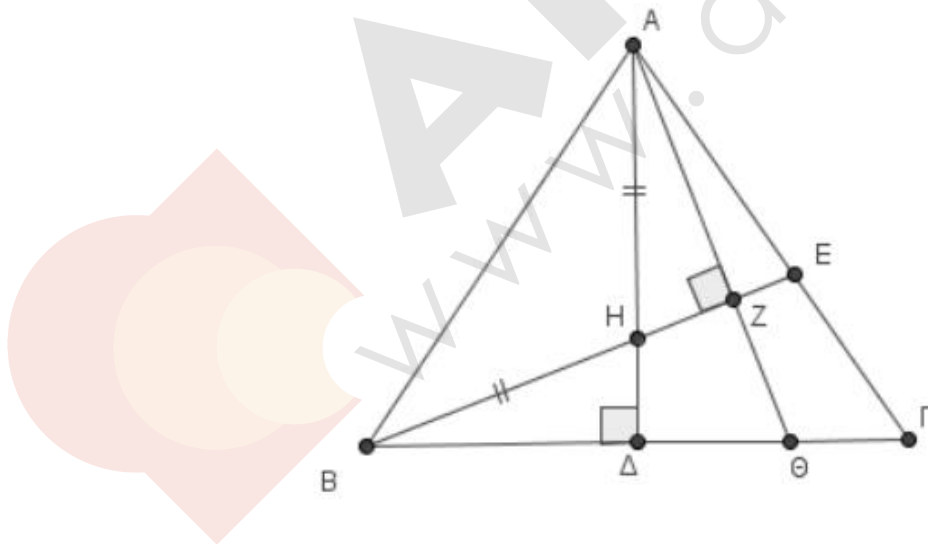
3. Θέμα 1754

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ύψος του $A\Delta$. Στο $A\Delta$ θεωρούμε σημείο H τέτοιο ώστε $HA=HB$. Έστω ότι E είναι το σημείο τομής της BH με την $A\Gamma$. Φέρνουμε την AZ κάθετη στην BE , η οποία τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο Θ .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Τα τρίγωνα $H\Delta B$ και HZA είναι ίσα. (Μονάδες 6)
- ii. $\Delta\Theta = \Theta Z$. (Μονάδες 6)
- iii. Η ευθεία ΘH είναι μεσοκάθετος του τμήματος AB . (Μονάδες 6)

β) Ποιο από τα σημεία του σχήματος είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου AHB ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)



Έξυπνα & εύκολα!

4. Θέμα 1764

Δίνεται ορθογώνιο $ABΓΔ$ με κέντρο O και $AΓ = 2BΓ$. Στην προέκταση της πλευράς $ΔΑ$, προς το A , παίρνουμε σημείο E ώστε $ΔΑ = ΑΕ$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $AEBΓ$ είναι παραλληλόγραμμο.

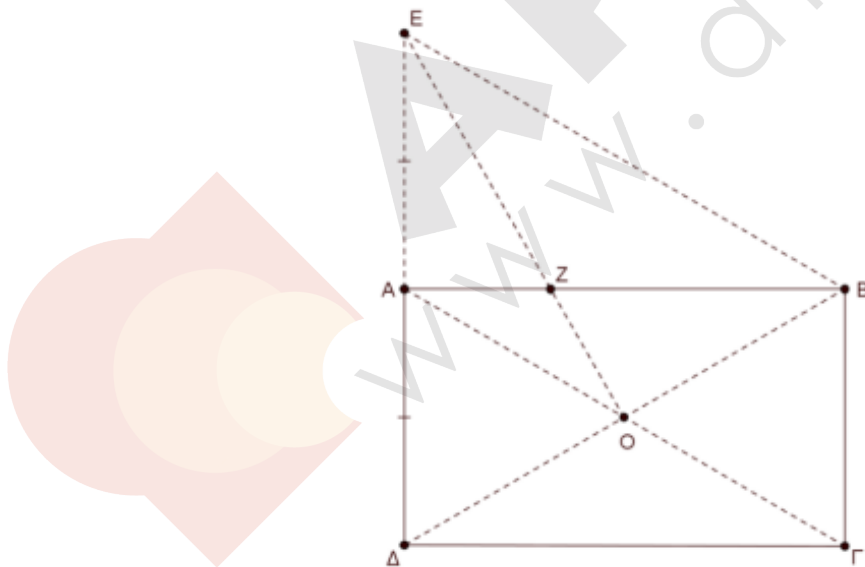
(Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο $EΒΔ$ είναι ισόπλευρο.

(Μονάδες 9)

γ) Αν η EO τέμνει την πλευρά AB στο σημείο Z , να αποδείξετε ότι $ΔΖ \perp EB$.

(Μονάδες 8)



Έξυπνα & εύκολα!

5. Θέμα 1777

Δίνονται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, BE , ΓZ , τα ύψη από τις κορυφές B , Γ αντίστοιχα και H το ορθόκεντρο του τριγώνου. Επίσης δίνονται τα M , N , K , Λ μέσα των ευθυγράμμων τμημάτων AB , $A\Gamma$, ΓH , BH αντίστοιχα.

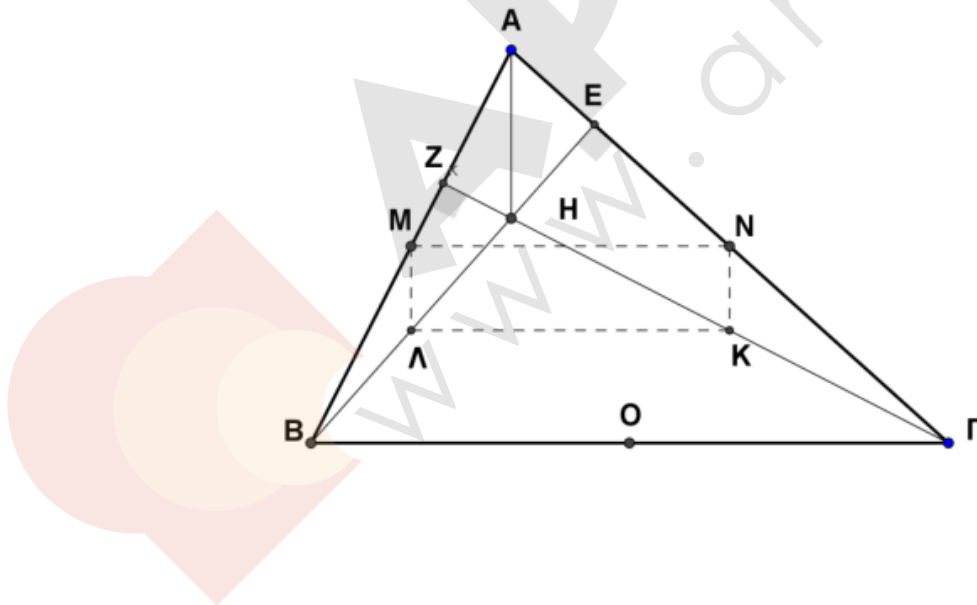
α) Να αποδείξετε ότι:

i. $MN = \Lambda K$ (Μονάδες 6)

ii. $NK = M\Lambda = \frac{AH}{2}$ (Μονάδες 6)

iii. Το τετράπλευρο $MNKL$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 6)

β) Αν το O είναι το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι το $\hat{MOK} = 90^\circ$. (Μονάδες 7)



Έξυπνα & εύκολα!

6. Θέμα 1780

Σε τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ προεκτείνουμε τη διαγώνιο $B\Delta$ (προς το Δ) κατά τμήμα $\Delta E = \Delta B$.

Έστω M το μέσο της $A\Delta$ και N το σημείο τομής των ευθειών AE και $\Gamma\Delta$.

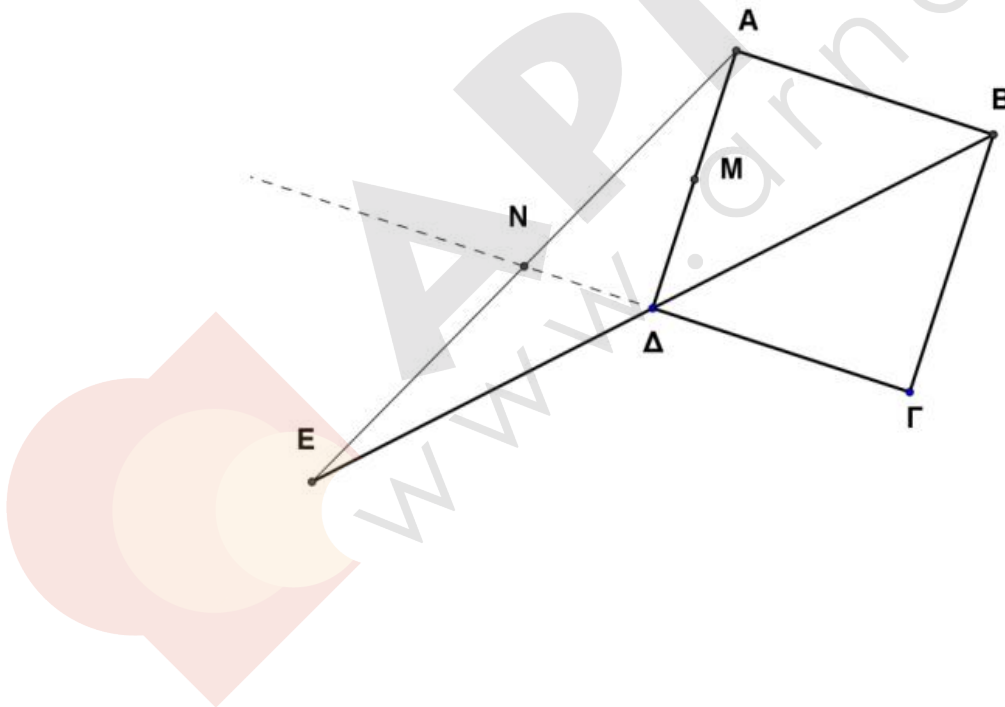
α) Να αποδείξετε ότι $\Delta N = \Delta M$. (Μονάδες 6)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $NM\Delta$. (Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι:

i. $MN \perp A\Gamma$ (Μονάδες 7)

ii. $\Gamma M \perp AN$ (Μονάδες 7)



Έξυπνα & εύκολα!

7. Θέμα 1865

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Τα τρίγωνα EHA και EKZ είναι ίσα. (Μονάδες 6)
- ii. Το τρίγωνο BKH είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)
- iii. Η BD είναι κάθετη στην AZ (Μονάδες 7)

β) Αν επιπλέον το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι και ισοσκελές, να αποδείξετε ότι η GE είναι διχοτόμος της γωνίας Γ . (Μονάδες 6)

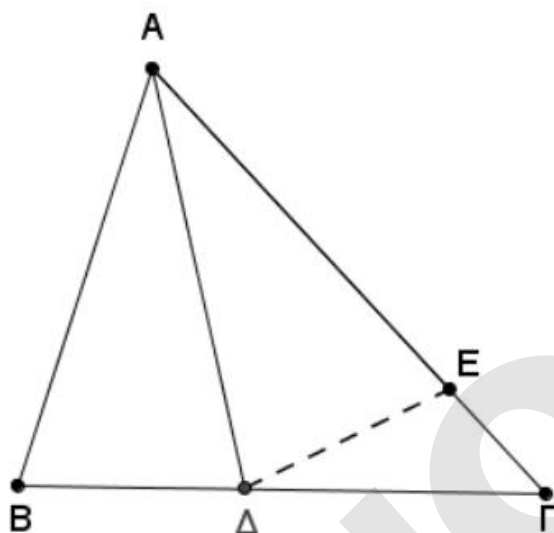
8. Θέμα 1887

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$ και η διχοτόμος του $A\Delta$. Στην πλευρά $A\Gamma$ θεωρούμε σημείο E τέτοιο ώστε $AE = AB$.

Να αποδείξετε ότι :

- α) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και ADE είναι ίσα. (Μονάδες 7)
- β) η ευθεία $A\Delta$ είναι μεσοκάθετος του τμήματος BE . (Μονάδες 9)
- γ) αν το ύψος από την κορυφή B του τριγώνου $AB\Gamma$ τέμνει την $A\Delta$ στο H τότε η ευθεία EH είναι κάθετη στην AB . (Μονάδες 9)

Έξυπνα & εύκολα!



Έξυπνα & εύκολα!