

Κεφ. 5.6. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Γεωμετρία Α' Λυκείου

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

Η Τράπεζα Θεμάτων για τη Γεωμετρία Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας www.arnos.gr για το Course της Γεωμετρίας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύψος της Τράπεζας.

Θέμα 2 - Κωδικοί:

1536, 1537, 1542, 1560, 1566, 1583, 1589, 1608, 1611, 1612, 1616, 1655

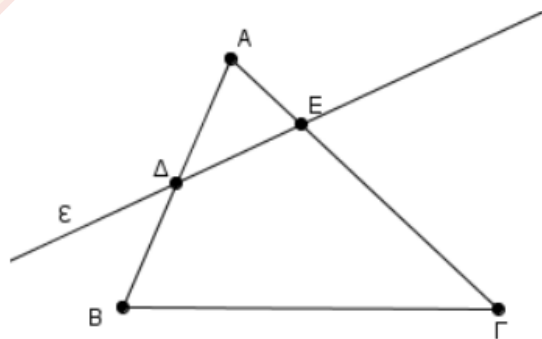
1666, 1671, 1675, 12639, 13532, 14877

1. Θέμα 1536

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και Δ το μέσο της πλευράς AB . Από το Δ διέρχεται μια τυχαία ευθεία (ϵ) που τέμνει την πλευρά $A\Gamma$ σε εσωτερικό της σημείο E . Η ευθεία (ϵ) χωρίζει το τρίγωνο $AB\Gamma$ σε ένα τρίγωνο ADE και σε ένα τετράπλευρο $BDE\Gamma$.

α) Ποια πρέπει να είναι η θέση του σημείου E , ώστε το τετράπλευρο $BDE\Gamma$ να είναι τραπέζιο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)

β) Ποιο πρέπει να είναι το είδος του $AB\Gamma$ τριγώνου, ώστε το τραπέζιο του ερωτήματος (α) να είναι ισοσκελές τραπέζιο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 13)



Έξυπνα & εύκολα!

2. Θέμα 1537

Σε παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$, προεκτείνουμε την πλευρά $ΔΑ$ (προς το A) κατά τμήμα $AH=ΔA$. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας \hat{A} , η οποία τέμνει την AB στο σημείο Z .

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $AΔZ$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 12)

β) Το τρίγωνο $ΔZH$ είναι ορθογώνιο με ορθή τη γωνία \hat{Z} . (Μονάδες 13)

3. Θέμα 1542

Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $ABΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και AD η διάμεσός του. Από το σημείο D φέρουμε παράλληλη προς την AB που τέμνει την πλευρά $AΓ$ στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $DEΓ$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 13)

β) $DE = \frac{AΓ}{2}$ (Μονάδες 12)

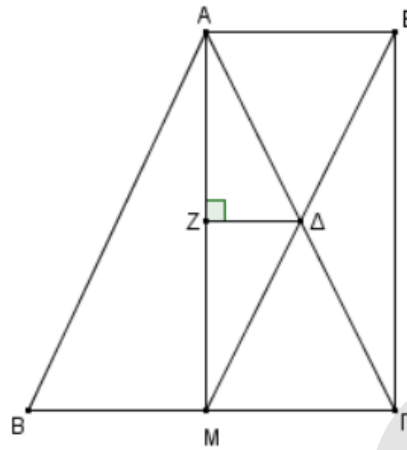
4. Θέμα 1560

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ABΓ$ ($AB=AΓ$) και η διάμεσός του AM . Στο τρίγωνο $AMΓ$ θεωρούμε τη διάμεσο $MΔ$ την οποία προεκτείνουμε προς το $Δ$ κατά τμήμα $DE=ΔM$. Φέρουμε από το σημείο $Δ$ τμήμα $ΔZ \perp AM$. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $AMΓE$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 12)

β) $ΔZ = \frac{BΓ}{4}$ (Μονάδες 13)

Έξυπνα & εύκολα!


5. Θέμα 1566

Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα μέσα Δ , E και Z των πλευρών του AB , $B\Gamma$ και GA αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο ΔBEZ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 13)
- β) Η ευθεία ΔZ διχοτομεί το τμήμα AE . (Μονάδες 12)

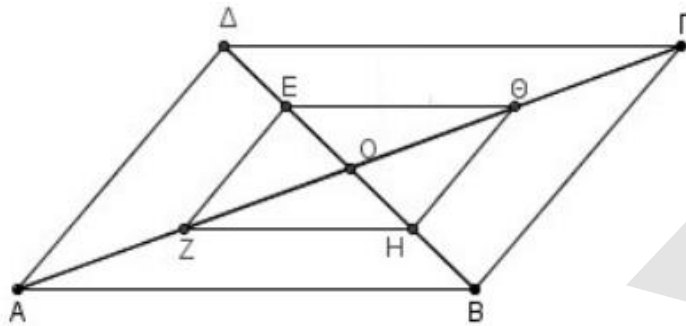
6. Θέμα 1583

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και O είναι το κέντρο του. Έστω E, Z, H, Θ τα μέσα των OD, OA, OB και OG αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι :

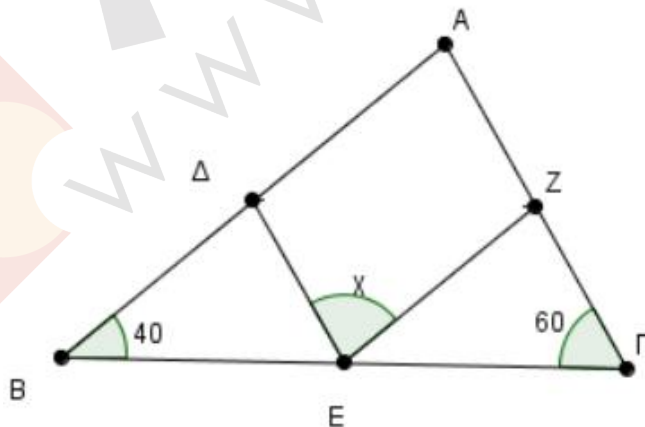
- α) Το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)
- β) Αν η περίμετρος του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ είναι 40, να βρείτε την περίμετρο του $EZH\Theta$. (Μονάδες 15)

Έξυπνα & εύκολα!


7. Θέμα 1589

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 40^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Επιπλέον, τα σημεία Δ , E και Z είναι τα μέσα των πλευρών του AB , $B\Gamma$ και GA αντίστοιχα.

- α) Να υπολογίσετε τη γωνία \hat{A} του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 9)
- β) Να αποδείξετε ότι $\Delta E \parallel A\Gamma$ και $Z E \parallel AB$. (Μονάδες 8)
- γ) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $B\Delta E$. (Μονάδες 8)



Έξυπνα & εύκολα!

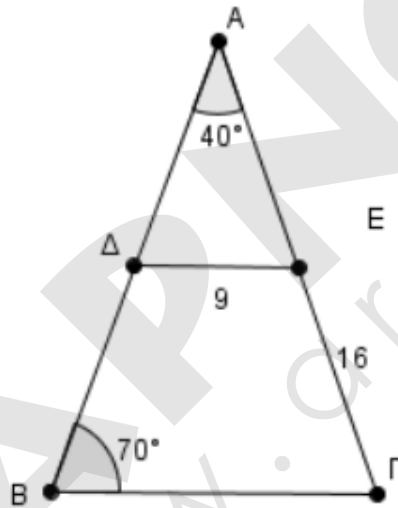
8. Θέμα 1608

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 40^\circ$ και $\hat{B} = 70^\circ$. Τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των AB και $A\Gamma$ με $\Delta E = 9$ και $E\Gamma = 16$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές και να βρείτε ποιες είναι οι ίσες πλευρές του. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 18$. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 9)


9. Θέμα 1611

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 50^\circ$. Έστω ότι τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, τέτοια ώστε $\widehat{\Delta E\Gamma} = 70^\circ$.

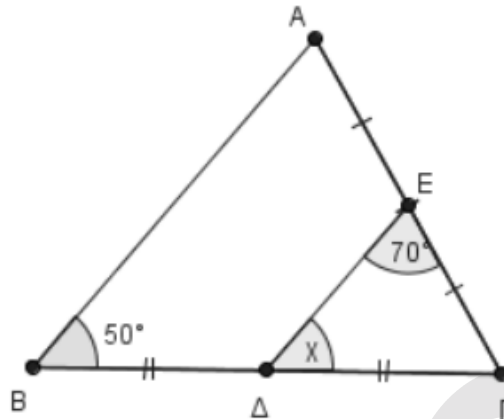
α) Να δικαιολογήσετε γιατί $\Delta E \parallel AB$. (Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε

I. τη γωνία $\hat{\chi}$. (Μονάδες 8)

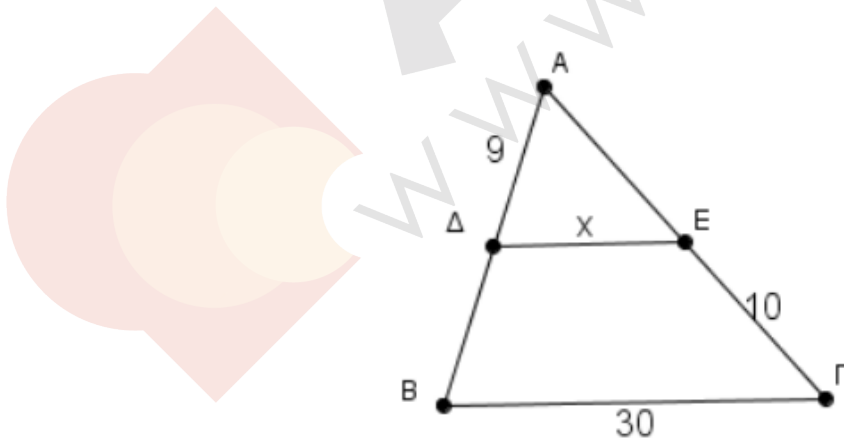
II. τις γωνίες \hat{A} και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 9)

Έξυπνα & εύκολα!


10. Θέμα 1612

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ με Δ και E τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, $A\Delta=9$, $E\Gamma=10$ και $B\Gamma=30$.

- α) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 9)
- β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta E\Gamma B$ είναι τραπέζιο. (Μονάδες 8)
- γ) Να υπολογίσετε το μήκος x του τμήματος ΔE . (Μονάδες 8)



Έξυπνα & εύκολα!

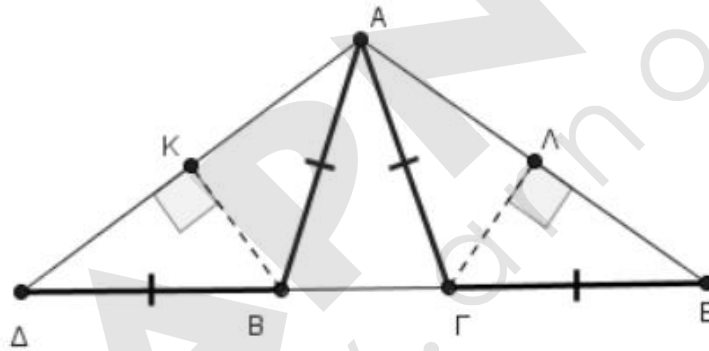
11. Θέμα 1616

Θεωρούμε τρίγωνα $AB\Delta$ με $AB = B\Delta = 5$ και $A\Gamma E$ με $A\Gamma = \Gamma E = 5$ έτσι ώστε τα σημεία Δ , B , Γ και E να είναι συνευθειακά. Θεωρούμε τα ύψη τους BK και $\Gamma\Lambda$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι ισοσκελή. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία K και Λ είναι τα μέσα των τμημάτων $A\Delta$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα. (Μονάδες 8)

γ) Αν η περίμετρος του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι 12, να υπολογίσετε το τμήμα $K\Lambda$. (Μονάδες 9)


12. Θέμα 1655

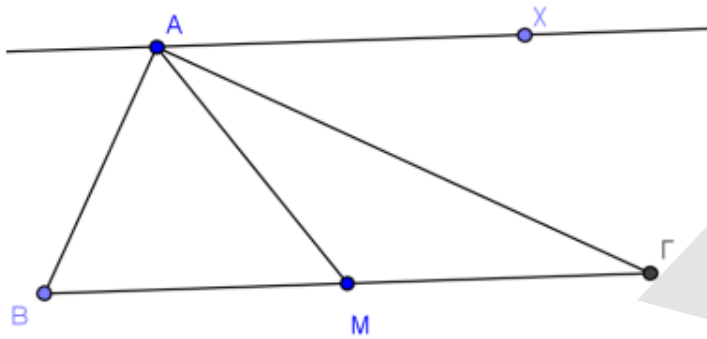
Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με τη γωνία A ορθή και M το μέσο της $B\Gamma$. Φέρουμε ημιευθεία Ax παράλληλη στη $B\Gamma$ (στο ημιεπίπεδο που ορίζει η AM με το σημείο Γ).

Να αποδείξετε ότι:

α) $\widehat{M\hat{A}\Gamma} = \widehat{M\hat{\Gamma}A}$ (Μονάδες 12)

β) η $A\Gamma$ είναι διχοτόμος της γωνίας MAx . (Μονάδες 13)

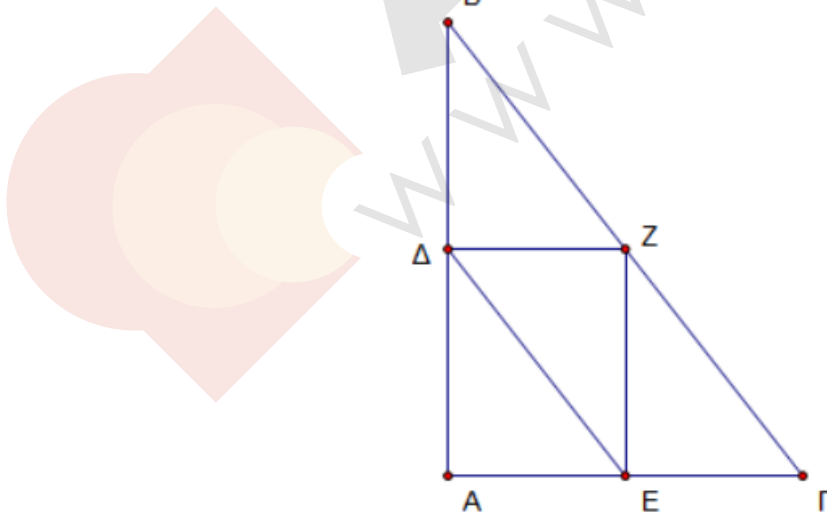
Έξυπνα & εύκολα!


13. Θέμα 1666

Σε ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) θεωρούμε τα μέσα Δ , E και Z των πλευρών του AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $AEZ\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 12)
- β) Το τετράπλευρο $E\Delta B\Gamma$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 13)



Έξυπνα & εύκολα!

14. Θέμα 1671

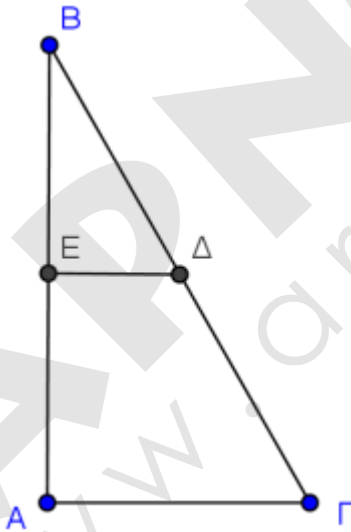
Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Αν τα σημεία E και Δ είναι τα μέσα των AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα με $E\Delta=1$, να υπολογίσετε τα τμήματα:

α) $A\Gamma$ (Μονάδες 8)

β) $B\Gamma$ (Μονάδες 9)

γ) $A\Delta$ (Μονάδες 8)

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.


15. Θέμα 1675

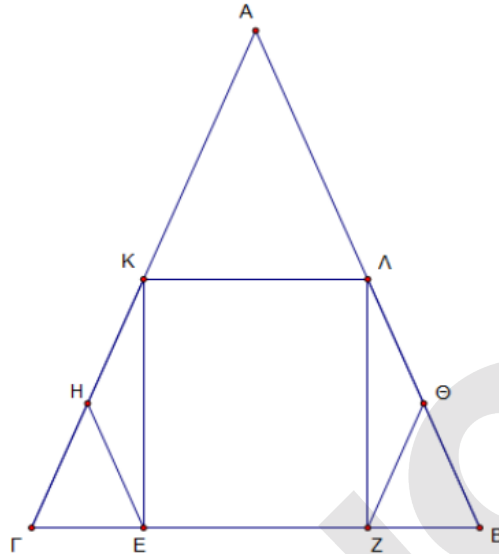
Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=A\Gamma$. Από τα μέσα K και Λ των πλευρών $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα, φέρουμε τα κάθετα τμήματα KE και ΛZ στην πλευρά $B\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $\triangle KE\Gamma$ και $\triangle \Lambda ZB$ είναι ίσα. (Μονάδες 15)

β) $E\Lambda=Z\Theta$, όπου H, Θ τα μέσα των τμημάτων $K\Gamma, \Lambda B$ αντίστοιχα. (Μονάδες 10)

Έξυπνα & εύκολα!


16. Θέμα 12639

Από το μέσο Μ της διαμέσου ΑΔ τριγώνου ΑΒΓ, φέρουμε παράλληλη στην ΑΒ που τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ε. Αν η παράλληλη από το Δ στην ΑΒ τέμνει την ΑΓ στο Ζ, να αποδείξετε ότι:

α) το Ζ είναι μέσο της ΑΓ. (Μονάδες 10)

β) το ΑΕ ισούται με το $\frac{1}{4}$ του ΑΓ. (Μονάδες 15)

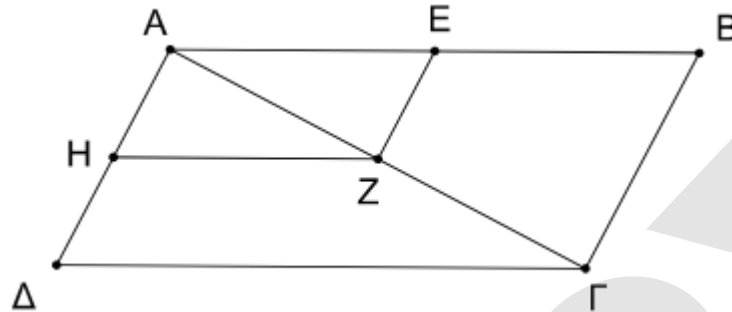
17. Θέμα 13532

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και τα μέσα Ε, Ζ και Η των ΑΒ, ΑΓ και ΑΔ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α) $ZH = \frac{AB}{2}$. (Μονάδες 15)

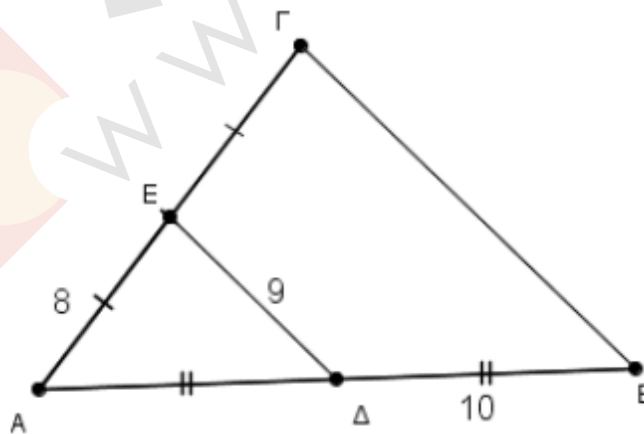
β) Το τετράπλευρο ΑΕΖΗ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)

Έξυπνα & εύκολα!


18. Θέμα 14877

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του παρακάτω σχήματος τα σημεία Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών AB και AG αντίστοιχα, $AE=8$, $E\Delta=9$ και $\Delta B=10$.

- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Delta E\Gamma B$ είναι τραπέζιο. (Μονάδες 8)
- β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$. (Μονάδες 8)
- γ) Να συγκρίνετε τις περιμέτρους του τριγώνου $AB\Gamma$ και του τετραπλεύρου $\Delta E\Gamma B$. (Μονάδες 9)



Έξυπνα & εύκολα!

Θέμα 3 - Κωδικοί:

11896, 12068

19. Θέμα 11896

Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος ισχύει ότι $A\Delta = B\Gamma$ και τα σημεία E, Z, H και Θ είναι τα μέσα των ευθύγραμμων τμημάτων $AB, A\Gamma, \Gamma\Delta$ και $B\Delta$ αντίστοιχα.

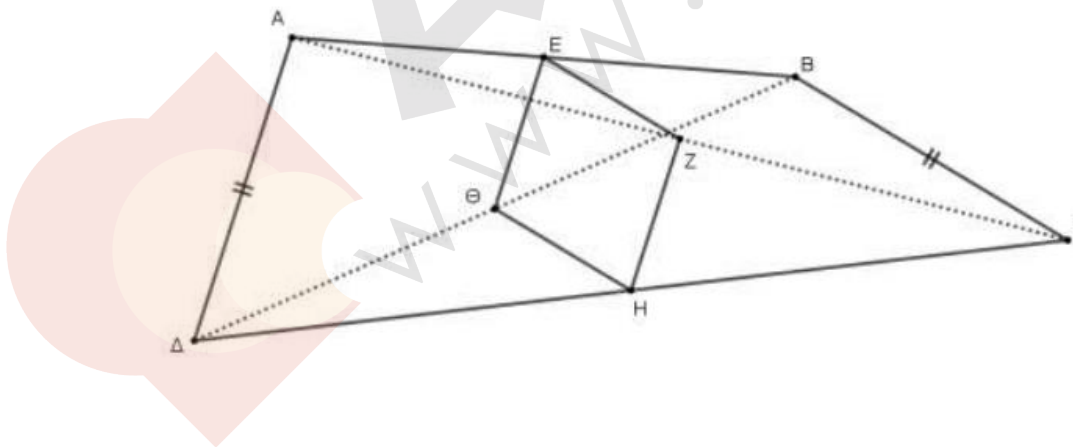
Να δείξετε ότι:

α. $EZ \parallel H\Theta$

Μονάδες 15

β. Το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι ρόμβος.

Μονάδες 10



Έξυπνα & εύκολα!

20. Θέμα 12068

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$) και M το μέσο της υποτείνουσας του $B\Gamma$. Από το M φέρουμε $M\Delta \perp AB$ και προεκτείνουμε κατά ίσο τμήμα ΔZ .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Το τρίγωνο MBZ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
- ii. Το τετράπλευρο $AMBZ$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 9)

β) Αν το αρχικό τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές, τι είδους τετράπλευρο είναι το $AMBZ$; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

Έξυπνα & εύκολα!

Θέμα 4 - Κωδικοί:

1710, 1711, 1718, 1723, 1726, 1727, 1728, 1741, 1742, 1743, 1745, 1766

1773, 1775, 1781, 1787, 1790, 1791, 1794, 1797, 1798, 1801, 1802, 1803

1804, 1830, 1832, 1837, 1838, 1841, 1867, 1868, 1873, 1889, 1893, 1898

13519, 13743, 13745, 13751, 13838, 13856, 14882, 14885

21. Θέμα 1710

Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα AB και στο εσωτερικό του θεωρούμε τα σημεία Γ, Δ ώστε να ισχύει $A\Gamma = \Gamma\Delta = \Delta B$. Επίσης θεωρούμε σημείο O εκτός του ευθυγράμμου τμήματος AB έτσι ώστε να ισχύουν $O\Gamma = A\Gamma$ και $O\Delta = \Delta B$.

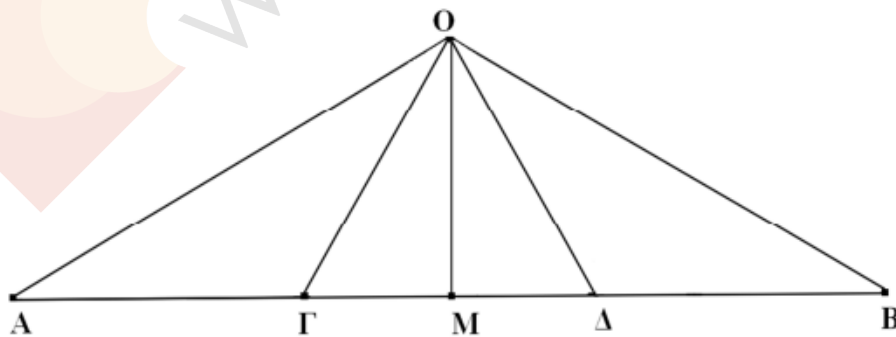
α) Να αποδείξετε ότι:

i. η γωνία $\hat{G}\hat{O}\hat{D}$ είναι 60° (Μονάδες 9)

ii. οι γωνίες $\hat{O}\hat{A}\hat{\Gamma}$, $\hat{O}\hat{B}\hat{\Delta}$ είναι ίσες και κάθε μια ίση με 30° . (Μονάδες 9)

β) Αν M το μέσον του ευθυγράμμου τμήματος AB , να αποδείξετε ότι $2OM = OA$.

(Μονάδες 7)



Έξυπνα & εύκολα!

22. Θέμα 1711

Σε τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) είναι $\Gamma\Delta = 2AB$. Επίσης τα Z, H, E είναι τα μέσα των $A\Delta, B\Gamma$ και $\Delta\Gamma$ αντίστοιχα. Ακόμη η ZH τέμνει τις AE, BE στα σημεία Θ, I αντίστοιχα.

α) Να δείξετε ότι, το τετράπλευρο $AB\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο.

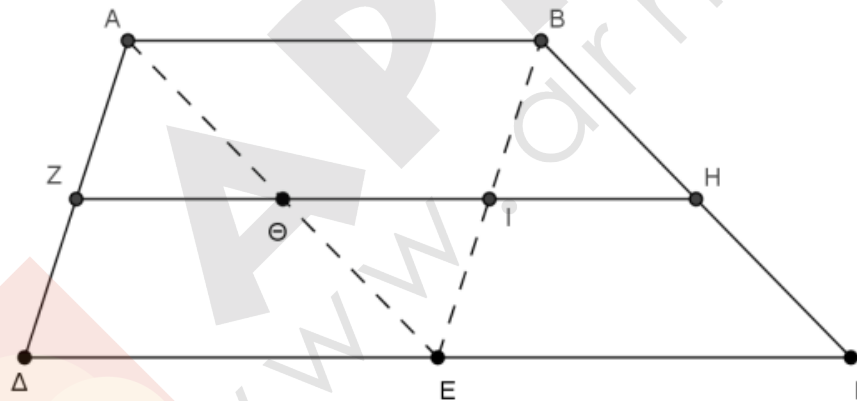
(Μονάδες 10)

β) Να δείξετε ότι, τα σημεία Θ, I είναι μέσα των AE, BE αντίστοιχα.

(Μονάδες 5)

γ) Να δείξετε ότι $ZH = \frac{3}{2} AB$.

(Μονάδες 10)



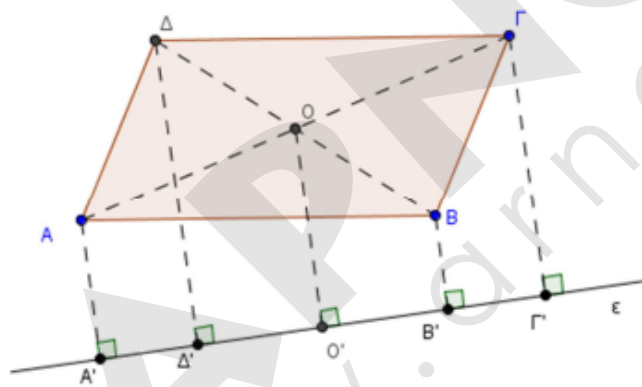
Έξυπνα & εύκολα!

23. Θέμα 1718

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και τις προβολές A' , B' , Γ' , Δ' των κορυφών του A , B , Γ , Δ αντίστοιχα, σε μια ευθεία ϵ .

α) Αν η ευθεία ϵ αφήνει τις κορυφές του παραλληλογράμμου στο ίδιο ημιεπίπεδο και είναι $AA'=3$, $BB'=2$, $\Gamma\Gamma'=5$, τότε:

- i. Να αποδείξετε ότι η απόσταση του κέντρου του παραλληλογράμμου από την ϵ είναι ίση με 4. (Μονάδες 8)
- ii. Να βρείτε την απόσταση $\Delta\Delta'$. (Μονάδες 9)



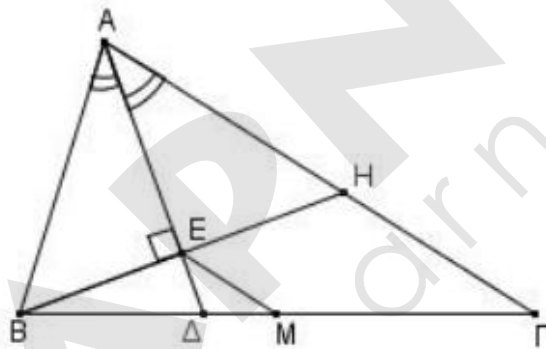
β) Αν η ευθεία ϵ διέρχεται από το κέντρο του παραλληλογράμμου και είναι παράλληλη προς δύο απέναντι πλευρές του, τι παρατηρείτε για τις αποστάσεις AA' , BB' , $\Gamma\Gamma'$, $\Delta\Delta'$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας (Μονάδες 8)

Έξυπνα & εύκολα!

24. Θέμα 1723

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB < A\Gamma$) και η διχοτόμος του $A\Delta$. Φέρουμε από το B κάθετη στην $A\Delta$ που τέμνει την $A\Delta$ στο E και την πλευρά $A\Gamma$ στο H . Αν M είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο ABH είναι ισοσκελές. (Μονάδες 9)
 β) $EM \parallel H\Gamma$ (Μονάδες 8)
 γ) $EM = (A\Gamma - AB)/2$ (Μονάδες 8)


25. Θέμα 1726

- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο με κορυφές τα μέσα πλευρών ισοσκελούς τριγώνου είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
 β) Να διατυπώσετε και να αποδείξετε ανάλογη πρόταση για
 i. ισόπλευρο τρίγωνο. (Μονάδες 8)
 ii. ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο. (Μονάδες 9)

Έξυπνα & εύκολα!

26. Θέμα 1727

Δίνεται τραπέζιο $ABΓΔ$ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $\Delta\Gamma = 2AB$ και $\hat{B} = 3\hat{\Gamma}$. Από το B φέρνουμε κάθετη στη $\Gamma\Delta$ που τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο K και την $\Gamma\Delta$ στο E . Επίσης φέρνουμε την AE που τέμνει τη $B\Delta$ στο σημείο Λ .

Να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{\Gamma} = 45^\circ$

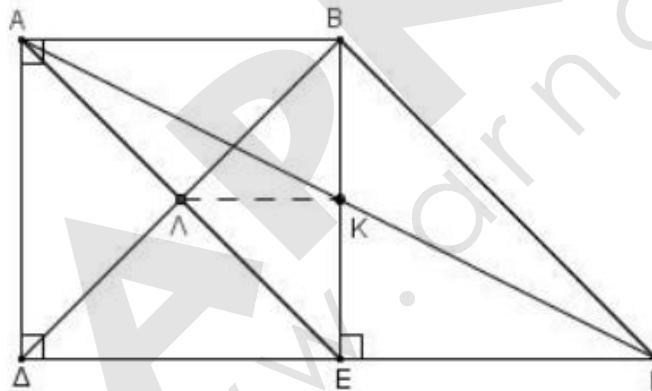
(Μονάδες 8)

β) $B\Delta = AE$

(Μονάδες 9)

γ) $K\Lambda = \frac{1}{4} \Delta\Gamma$.

(Μονάδες 8)


27. Θέμα 1728

Έστω παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$. Αν τα σημεία E και Z είναι τα μέσα των πλευρών του AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι :

α) Το τετράπλευρο ΔEBZ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 8)

β) $\hat{A\hat{E}\Delta} = \hat{B\hat{Z}\Gamma}$

(Μονάδες 8)

γ) Οι ΔE και BZ τριχοτομούν τη διαγώνιο $A\Gamma$ του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.

(Μονάδες 9)

Έξυπνα & εύκολα!

28. Θέμα 1741

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και έστω K, Λ τα μέσα των πλευρών του AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Θεωρούμε τυχαίο σημείο M στο εσωτερικό του τριγώνου και Δ, E τα συμμετρικά του M ως προς K και Λ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $\Delta E // B\Gamma$.

(Μονάδες 15)

β) Στην περίπτωση που το σημείο M είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$, και Δ, E τα συμμετρικά του M ως προς K και Λ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Δ, A και E είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 10)

29. Θέμα 1742

Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του παρακάτω σχήματος είναι ρόμβος. Θεωρούμε $AZ \perp \Gamma\Delta$ και $AE \perp \Gamma B$.

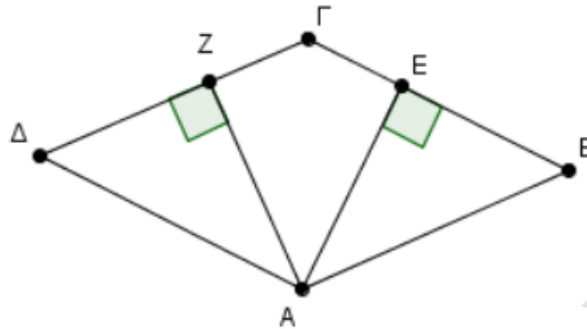
Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ZAE είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)

β) Η ευθεία $A\Gamma$ είναι μεσοκάθετος του τμήματος ZE . (Μονάδες 9)

γ) Αν M και N τα μέσα των πλευρών $A\Delta$ και AB αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $MN // ZE$ και $ZM = EN$. (Μονάδες 10)

Έξυπνα & εύκολα!


30. Θέμα 1743

Δίνεται ρόμβος $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{\Gamma} = 120^\circ$. Έστω ότι AE και AZ είναι οι αποστάσεις του σημείου A στις πλευρές $\Gamma\Delta$ και ΓB αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

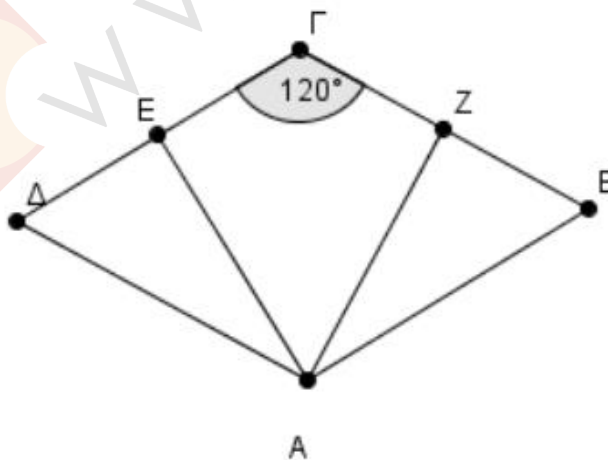
i. Τα σημεία E και Z είναι τα μέσα των πλευρών $\Gamma\Delta$ και ΓB αντίστοιχα.

(Μονάδες 8)

ii. $A\Gamma \perp EZ$.

(Μονάδες 8)

β) Αν M και N τα μέσα των πλευρών $A\Delta$ και AB αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EMNZ$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 9)



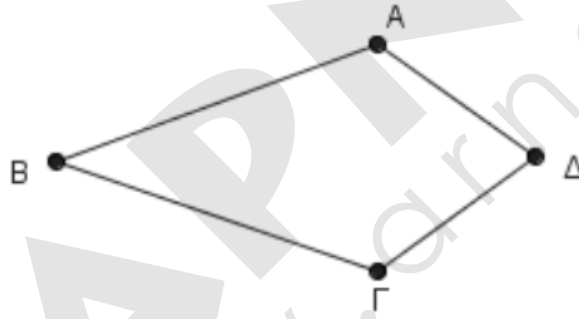
Έξυπνα & εύκολα!

31. Θέμα 1745

Δίνεται κυρτό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $BA = B\Gamma$ και $\hat{A} = \hat{\Gamma}$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $A\Delta\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 9)
- β) Οι διαγώνιοι του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ τέμνονται κάθετα. (Μονάδες 6)
- γ) Το τετράπλευρο που έχει για κορυφές τα μέσα των πλευρών του $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 10)

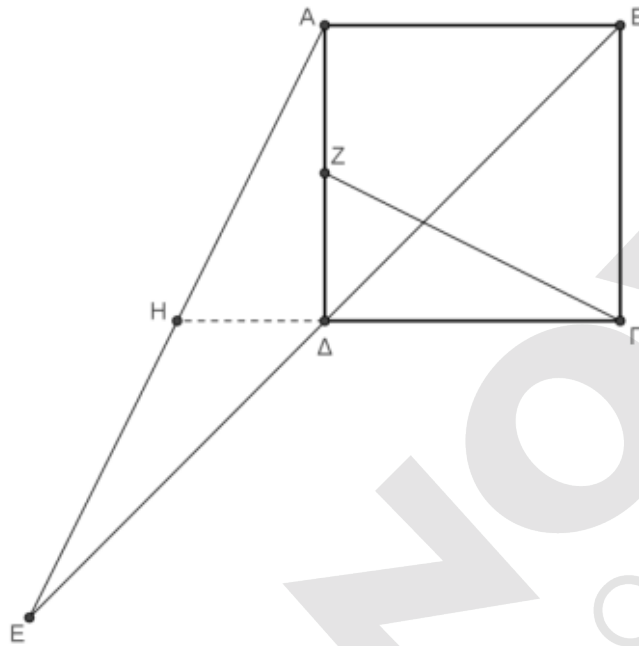

32. Θέμα 1766

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Έστω E το συμμετρικό σημείο του B ως προς το Δ και Z είναι το μέσο της $A\Delta$. Η προέκταση της $\Gamma\Delta$ τέμνει την AE στο H .

Να αποδείξετε ότι:

- α) $\Delta H = \frac{AB}{2}$ (Μονάδες 8)
- β) Τα τρίγωνα $A\Delta H$ και $Z\Delta\Gamma$ είναι ίσα. (Μονάδες 9)
- γ) Η ΓZ είναι κάθετη στην AE . (Μονάδες 8)

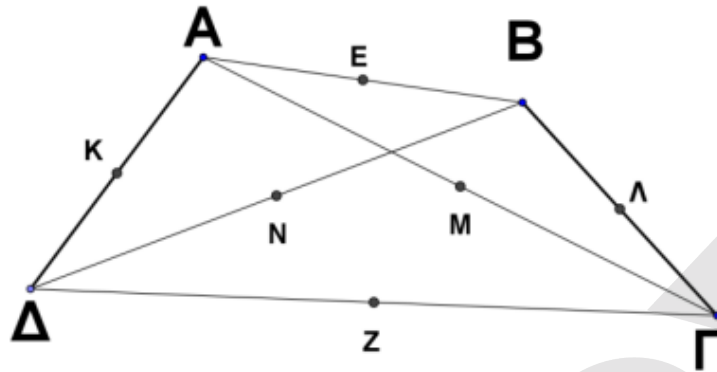
Έξυπνα & εύκολα!


33. Θέμα 1773

Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $AD=BG$. Αν E, Λ, Z, K, N, M είναι τα μέσα των $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A, \Delta B$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $EMZN$ ρόμβος. (Μονάδες 8)
- β) Η EZ είναι μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος MN . (Μονάδες 7)
- γ) $KE=Z\Lambda$ (Μονάδες 5)
- δ) Τα ευθύγραμμα τμήματα $K\Lambda, MN, EZ$ διέρχονται από ίδιο σημείο. (Μονάδες 5)

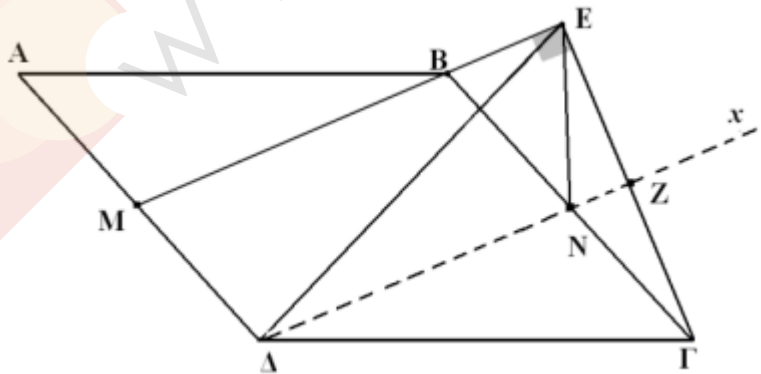
Έξυπνα & εύκολα!


34. Θέμα 1775

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ABGD$. Θεωρούμε το μέσο M της πλευράς AD και GE κάθετος από τη κορυφή G στην ευθεία MB ($GE \perp MB$). Η παράλληλη από την κορυφή Δ στην ευθεία MB ($\Delta x \parallel MB$) τέμνει τις BG και GE στα σημεία N , Z αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τετράπλευρο $MBND$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 7)
- β) Το σημείο Z είναι μέσον του ευθυγράμμου τμήματος GE . (Μονάδες 9)
- γ) $\Delta E = \Delta G$. (Μονάδες 9)



Έξυπνα & εύκολα!

35. Θέμα 1781

Δίνεται το τετράγωνο ΑΒΓΔ. Στη διαγώνιο ΑΓ θεωρούμε σημεία Ι, Ο, Η ώστε $AI = IO = OH = HΓ$. Αν Ε, Θ και Ζ τα μέσα των πλευρών ΔΓ, ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο ΟΖΓΕ είναι τετράγωνο.

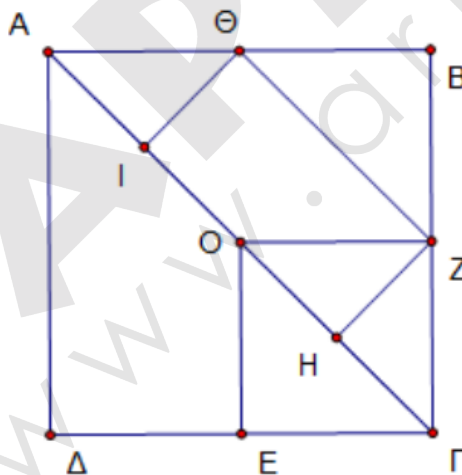
(Μονάδες 7)

β) $ZH = \frac{AG}{4}$.

(Μονάδες 8)

γ) Το τετράπλευρο ΙΟΖΗ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, με $\Theta Z = 2\Theta I$.

(Μονάδες 10)



Έξυπνα & εύκολα!

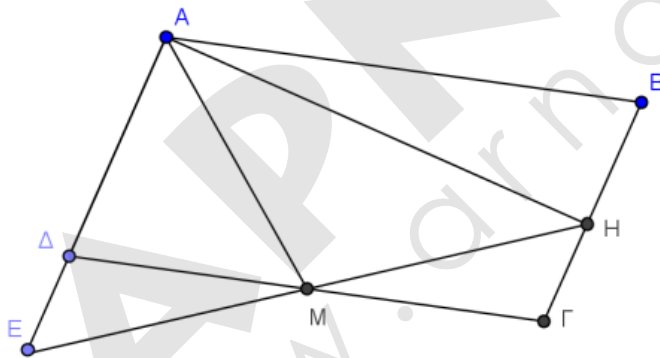
36. Θέμα 1787

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 2 B\Gamma$, τη γωνία A αμβλεία και M το μέσο της $\Gamma\Delta$. Φέρουμε κάθετη στην $A\Delta$ στο σημείο A , η οποία τέμνει την $B\Gamma$ στο H . Αν η προέκταση της HM τέμνει την προέκταση της $A\Delta$ στο E , να αποδείξετε ότι:

α) Η AM είναι διχοτόμος της γωνίας ΔAB . (Μονάδες 9)

β) Τα τμήματα $E\Gamma$, $\Delta\Gamma$ διχοτομούνται. (Μονάδες 8)

γ) $\hat{E} = \hat{\Delta} \hat{M} A$. (Μονάδες 8)


37. Θέμα 1790

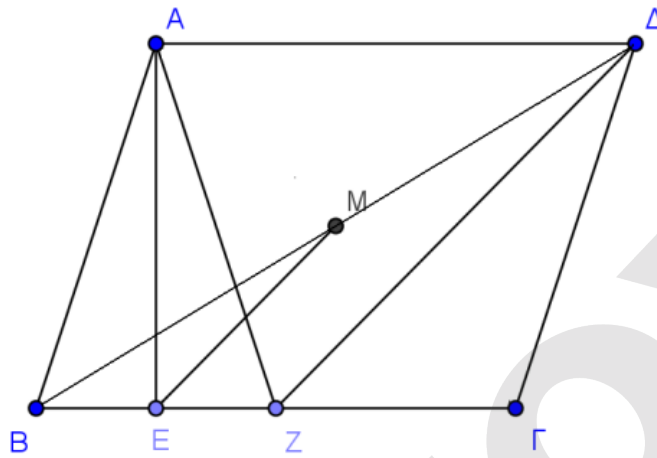
Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με τη γωνία του B να είναι ίση με 70° και το ύψος του AE . Έστω Z σημείο της $B\Gamma$ ώστε $BE = EZ$.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AZ\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τραπέζιου $AZ\Gamma\Delta$ (Μονάδες 9)

γ) Αν M το μέσο του $B\Delta$, να αποδείξετε ότι $EM = \frac{A\Gamma}{2}$. (Μονάδες 8)

Έξυπνα & εύκολα!

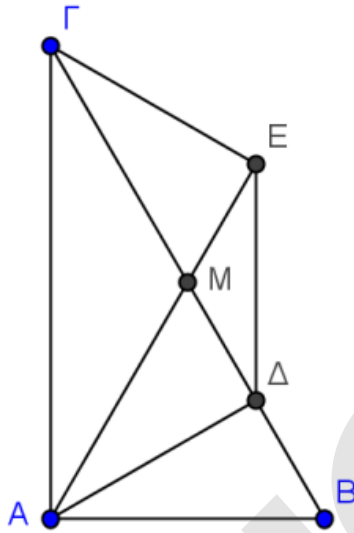

38. Θέμα 1791

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Φέρουμε το ύψος του AD και τη διάμεσό του AM . Από το Γ φέρουμε κάθετη στην ευθεία AM , η οποία την τέμνει στο E .

Να αποδείξετε ότι:

- | | |
|---|-------------|
| α) Το τρίγωνο AMB είναι ισόπλευρο. | (Μονάδες 8) |
| β) $ME = MD = B\Gamma / 4$ | (Μονάδες 9) |
| γ) Το $ADE\Gamma$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. | (Μονάδες 8) |

Έξυπνα & εύκολα!


39. Θέμα 1794

α) Σε ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ θεωρούμε K, Λ, M, N τα μέσα των πλευρών του $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $K\Lambda MN$ είναι ρόμβος.

(Μονάδες 15)

β) Σε ένα τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ τα μέσα K, Λ, M, N των πλευρών του $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ αντίστοιχα είναι κορυφές ρόμβου. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$, πρέπει να είναι απαραίτητα ορθογώνιο; Να τεκμηριώσετε τη θετική ή αρνητική σας απάντηση.

(Μονάδες 10)

Έξυπνα & εύκολα!

40. Θέμα 1797

α) Σε ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ θεωρούμε K, Λ, M, N τα μέσα των πλευρών του $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $K\Lambda M N$ είναι ρόμβος.

(Μονάδες 13)

β) Σε ένα τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ τα μέσα K, Λ, M, N των πλευρών του $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ αντίστοιχα είναι κορυφές ρόμβου. Για να σχηματίζεται ρόμβος το $AB\Gamma\Delta$ πρέπει να είναι ισοσκελές τραπέζιο; Να αιτιολογήσετε πλήρως τη θετική ή αρνητική απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

41. Θέμα 1798

α) Σε ρόμβο $AB\Gamma\Delta$ θεωρούμε K, Λ, M, N τα μέσα των πλευρών του $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta, \Delta A$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $K\Lambda M N$ είναι ορθογώνιο.

(Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ενός ορθογωνίου είναι κορυφές ρόμβου.

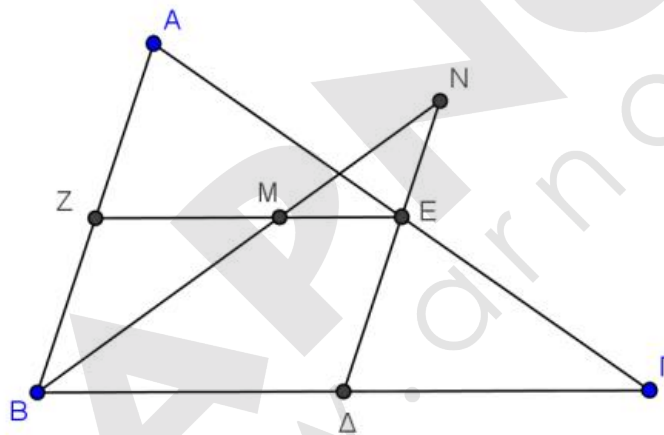
(Μονάδες 12)

Έξυπνα & εύκολα!

42. Θέμα 1801

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $A\Gamma > AB$ και Δ, E, Z τα μέσα των πλευρών του $B\Gamma, A\Gamma, AB$ αντίστοιχα. Αν η διχοτόμος της γωνίας B τέμνει την ZE στο σημείο M και την προέκταση της DE στο σημείο N , να αποδείξετε ότι:

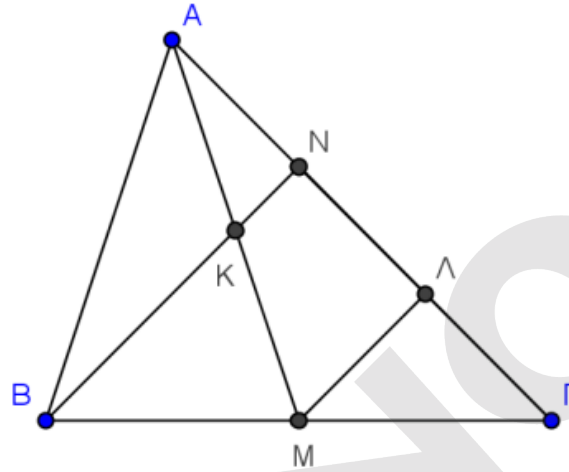
- α) Το τετράπλευρο $ZE\Delta B$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 7)
- β) Τα τρίγωνα BZM και MEN είναι ισοσκελή. (Μονάδες 10)
- γ) $BZ + NE = \Delta\Gamma$ (Μονάδες 8)


43. Θέμα 1802

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, AM διάμεσός του και K το μέσο του AM . Αν η προέκταση της BK τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο N , και Λ είναι το μέσο του ΓN , να αποδείξετε ότι:

- α) Το σημείο N είναι μέσο του $A\Lambda$. (Μονάδες 9)
- β) $\hat{K}\hat{M}\hat{\Gamma} = \hat{M}\hat{B}\hat{K} + \hat{A}\hat{K}\hat{N}$ (Μονάδες 9)
- γ) $BK = 3KN$ (Μονάδες 7)

Έξυπνα & εύκολα!


44. Θέμα 1803

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 2A\Gamma$. Έστω AM διάμεσος του $AB\Gamma$ και K, Λ τα μέσα των $M\Gamma$ και AB αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\widehat{M\Lambda\Gamma} = \widehat{A\hat{M}\Gamma}$

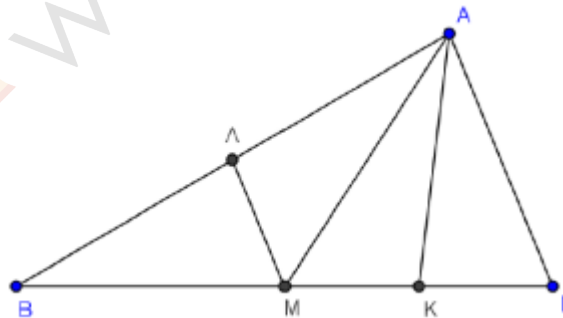
(Μονάδες 7)

β) $M\Lambda = MK$.

(Μονάδες 9)

γ) Η AM είναι διχοτόμος της γωνίας ΛMK .

(Μονάδες 9)



Έξυπνα & εύκολα!

45. Θέμα 1804

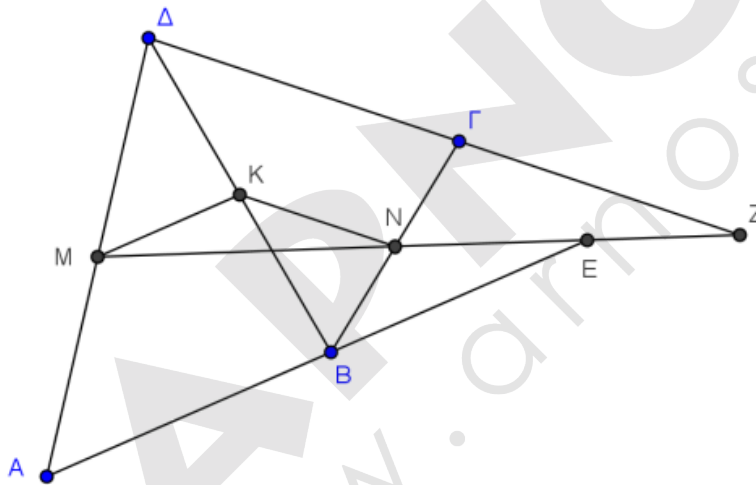
Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = \Gamma\Delta$ και M, N, K τα μέσα των $AD, B\Gamma, BD$ αντίστοιχα. Αν οι προεκτάσεις των AB και $\Delta\Gamma$ τέμνουν την προέκταση της MN στα σημεία E και Z αντίστοιχα να αποδείξετε ότι:

α) $MK = KN$.

(Μονάδες 13)

β) $\hat{M}\hat{E}A = \hat{M}\hat{Z}\Delta$.

(Μονάδες 12)


46. Θέμα 1830

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και K το σημείο τομής των διαγωνίων του. Φέρουμε AH κάθετη στην $B\Delta$ και στην προέκταση της AH (προς το H) θεωρούμε σημείο E τέτοιο ώστε $AH = HE$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο AKE είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 7)

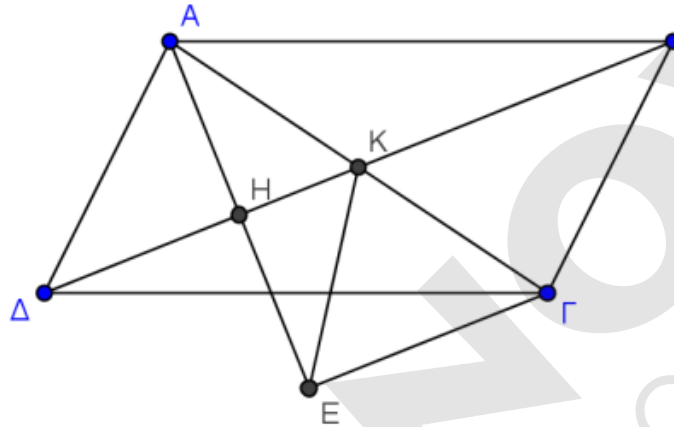
Έξυπνα & εύκολα!

β) Το τρίγωνο ΑΕΓ είναι ορθογώνιο.

(Μονάδες 9)

γ) Το τετράπλευρο ΔΒΓΕ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Μονάδες 9)



47. Θέμα 1832

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με γωνίες Β και Γ οξείες και Δ, Μ και Ε τα μέσα των πλευρών του ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα. Στις μεσοκάθετες των ΑΒ και ΒΓ και εκτός του τριγώνου ΑΒΓ θεωρούμε σημεία Ζ και Η αντίστοιχα, τέτοια ώστε $\Delta Z = \frac{AB}{2}$

και $EH = \frac{B\Gamma}{2}$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Το τετράπλευρο ΒΔΜΕ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 5)

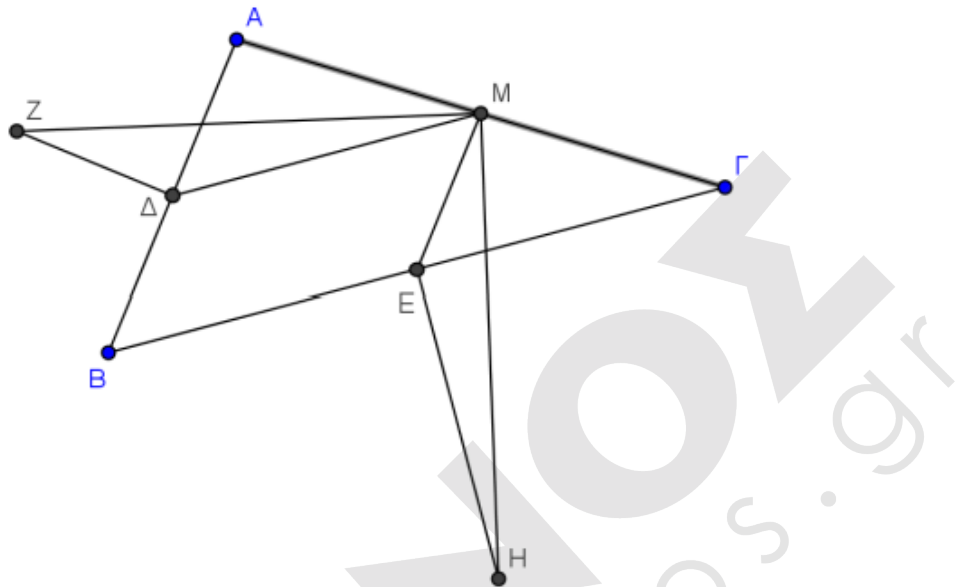
ii. Τα τρίγωνα ΖΔΜ και ΕΜΗ είναι ίσα.

(Μονάδες 10)

β) Αν τα σημεία Ζ, Δ, Ε είναι συνευθειακά, να αποδείξετε ότι η γωνία Α=90° .

(Μονάδες 10)

Έξυπνα & εύκολα!


48. Θέμα 1837

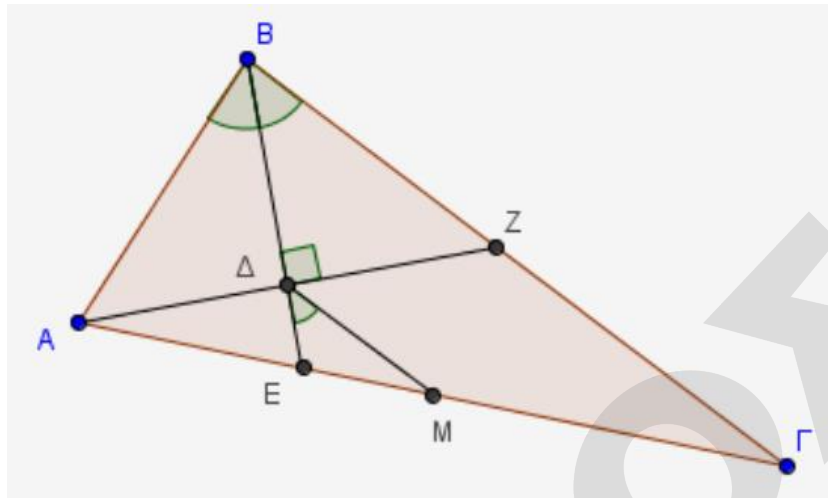
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < B\Gamma$ και η διχοτόμος BE της γωνίας \hat{B} . Αν $AZ \perp BE$, όπου Z σημείο της $B\Gamma$ και M το μέσον της $A\Gamma$, να αποδείξετε ότι :

α) Το τρίγωνο ABZ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)

β) $\Delta M \parallel B\Gamma$ και $\Delta M = \frac{B\Gamma - AB}{2}$ (Μονάδες 10)

γ) $\hat{E\Delta M} = \frac{\hat{B}}{2}$, όπου \hat{B} η γωνία του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 8)

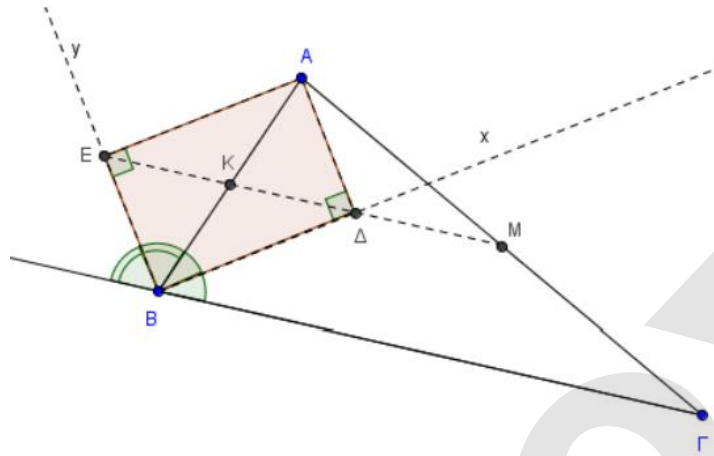
Έξυπνα & εύκολα!


49. Θέμα 1838

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, η διχοτόμος Bx της γωνίας B του τριγώνου $AB\Gamma$ και η διχοτόμος By της εξωτερικής γωνίας B . Αν Δ και E είναι οι προβολές της κορυφής A του τριγώνου $AB\Gamma$ στην Bx και By αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

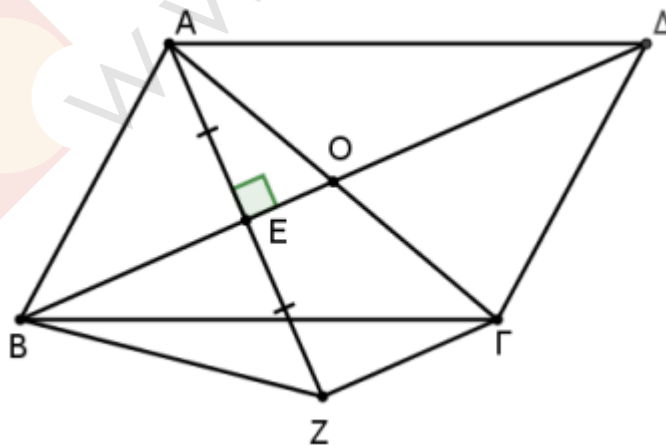
- α) Το τετράπλευρο $A\Delta BE$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 7)
- β) Η ευθεία $E\Delta$ είναι παράλληλη προς τη $B\Gamma$ και διέρχεται από το μέσο M της $A\Gamma$. (Μονάδες 10)
- γ) Το τετράπλευρο $KM\Gamma B$ είναι τραπέζιο και η διάμεσός του είναι ίση με $\frac{3\alpha}{4}$, όπου $\alpha = B\Gamma$. (Μονάδες 8)

Έξυπνα & εύκολα!


50. Θέμα 1841

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB < A\Delta$ και έστω O το σημείο τομής των διαγωνίων $A\Gamma$ και $B\Delta$. Φέρνουμε την AE κάθετη στην διαγώνιο $B\Delta$. Αν το Z είναι το συμμετρικό του A ως προς την διαγώνιο $B\Delta$ και δεν συμπίπτει με το σημείο Γ , τότε να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $A\Delta Z$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)
- β) $Z\Gamma = 2OE$. (Μονάδες 9)
- γ) Το $B\Delta Z\Gamma$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 9)



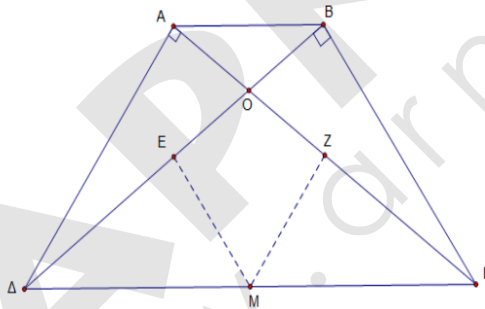
Έξυπνα & εύκολα!

51. Θέμα 1867

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Delta\Gamma$) και O το σημείο τομής των διαγωνίων του. Η AG είναι κάθετη στην AD και η BD είναι κάθετη στην $B\Gamma$. Θεωρούμε τα μέσα M , E και Z των $\Gamma\Delta$, $B\Delta$ και AG αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) $ME = MZ$. (Μονάδες 6)
- β) Η MZ είναι κάθετη στην AG . (Μονάδες 6)
- γ) Τα τρίγωνα $\triangle M\Delta E$ και $\triangle MZ\Gamma$ είναι ίσα. (Μονάδες 7)
- δ) Η OM είναι μεσοκάθετος του EZ . (Μονάδες 6)

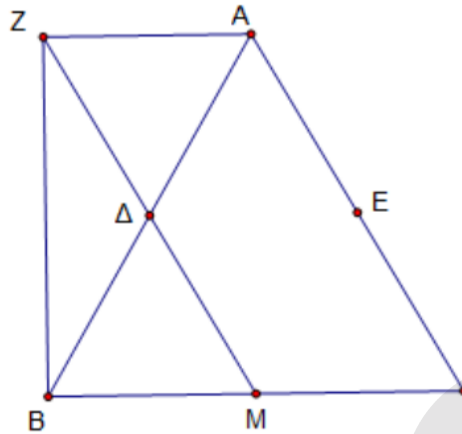

52. Θέμα 1868

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ και τα μέσα Δ , E και M των AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Στην προέκταση του $M\Delta$ (προς το Δ) θεωρούμε τμήμα $\Delta Z = \Delta M$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα $\triangle AZ\Delta$ και $\triangle BM\Delta$ είναι ίσα. (Μονάδες 6)
- β) Το τετράπλευρο $ZAGM$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 6)
- γ) Τα τμήματα ZE και $A\Delta$ τέμνονται κάθετα και διχοτομούνται. (Μονάδες 7)
- δ) Η BZ είναι κάθετη στη ZA . (Μονάδες 6)

Έξυπνα & εύκολα!

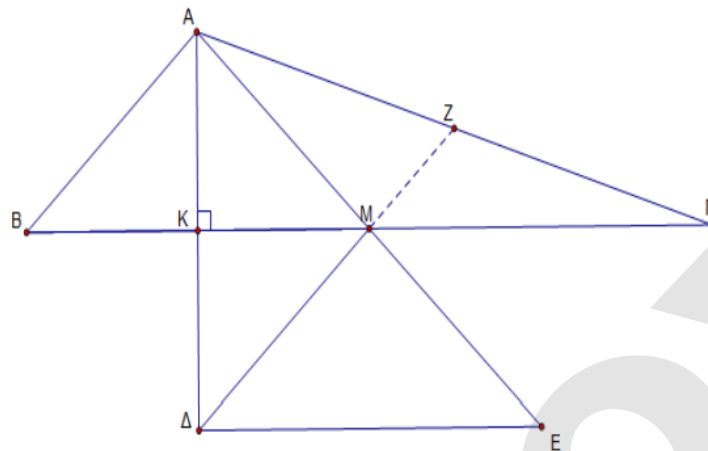

53. Θέμα 1873

Έστω τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με διάμεσο AM τέτοια ώστε $AM=AB$. Φέρουμε το ύψος του AK και το προεκτείνουμε (προς το K) κατά τμήμα $K\Delta = AK$. Προεκτείνουμε τη διάμεσο AM (προς το M) κατά τμήμα $ME=AM$.

Να αποδείξετε ότι:

- | | |
|---|-------------|
| α) $\Delta E \perp A\Delta$ και $\Delta E = 2KM$ | (Μονάδες 7) |
| β) Το τετράπλευρο $ABE\Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο. | (Μονάδες 6) |
| γ) Το τετράπλευρο $AB\Delta M$ είναι ρόμβος. | (Μονάδες 6) |
| δ) Η προέκταση της ΔM τέμνει το $A\Gamma$ στο μέσον του Z . | (Μονάδες 6) |

Έξυπνα & εύκολα!


54. Θέμα 1889

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Από το B φέρουμε κάθετη στην διχοτόμο AM της γωνίας A , η οποία τέμνει την AM στο H και την $A\Gamma$ στο Δ . Στην προέκταση της AH θεωρούμε σημείο Z τέτοιο ώστε $AH = HZ$ και έστω Θ το μέσο της πλευράς $B\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι

α) το τετράπλευρο $ABZ\Delta$ είναι ρόμβος.

(Μονάδες 9)

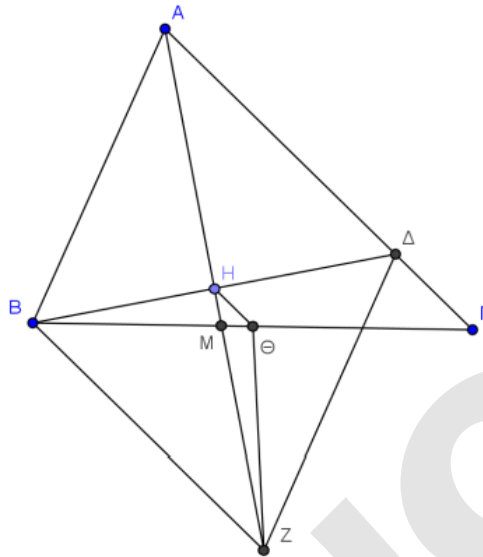
β) $H\Theta \parallel BZ$.

(Μονάδες 9)

γ) $H\Theta = \frac{A\Gamma - AB}{2}$

(Μονάδες 7)

Έξυπνα & εύκολα!


55. Θέμα 1893

Έστω $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο με $AB > B\Gamma$ τέτοιο ώστε οι διαγώνιοί του να σχηματίζουν γωνία 60° . Από το Δ φέρουμε ΔM κάθετη στην AG .

α) Να αποδείξετε ότι:

i. το σημείο M είναι μέσο του AO όπου O το κέντρο του ορθογωνίου.

(Μονάδες 8)

ii. $AM = \frac{1}{4} AG$

(Μονάδες 7)

β) Αν από το Γ φέρουμε ΓN κάθετη στη $B\Delta$, να αποδείξετε ότι το $MN\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο.

(Μονάδες 10)

Έξυπνα & εύκολα!

56. Θέμα 1898

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διάμεσός του $A\Delta$. Έστω E , Z και H είναι τα μέσα των $B\Delta$, $A\Delta$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

- α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔEZH είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)
- β) Να βρείτε τη σχέση των πλευρών AB και $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$, ώστε το παραλληλόγραμμο ΔEZH να είναι ρόμβος. (Μονάδες 10)
- γ) Στην περίπτωση που το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο (η γωνία B ορθή), να βρείτε το είδος του παραλληλογράμμου ΔEZH . (Μονάδες 5)

57. Θέμα 13519

Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB > A\Delta$. Στην AB θεωρούμε σημείο E τέτοιο, ώστε $AE = A\Delta$. Από το μέσο M της ΔE φέρουμε παράλληλη προς την $\Delta\Gamma$ που τέμνει την $B\Gamma$ στο K .

- α) Να αποδείξετε $AM \perp \Delta E$. (Μονάδες 7)
- β) Να αποδείξετε ότι $2MK = 2AB - A\Delta$. (Μονάδες 9)
- γ) Φέρνουμε την $E\Gamma$ που τέμνει την προέκταση της $\Delta\Gamma$ στο Z .
Να αποδείξετε ότι $\Gamma Z = AB - A\Delta$. (Μονάδες 9)

Έξυπνα & εύκολα!

58. Θέμα 13743

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και σημείο M στην πλευρά AB . Από το M φέρουμε παράλληλη στη $B\Gamma$ που τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο Δ .

- α) Να αποδείξετε ότι $\Delta\hat{M}\Gamma = B\hat{\Gamma}M$. (Μονάδες 05)
- β) Αν το τρίγωνο ΓAB είναι ισοσκελές με βάση AB , να προσδιορίσετε τη θέση του σημείου M στην AB ώστε το τρίγωνο $\Delta M\Gamma$ να είναι ισοσκελές με $\Delta M = \Delta\Gamma$ και να δικαιολογήσετε τους ισχυρισμούς σας. (Μονάδες 10)
- γ) Αν M είναι το μέσο του τμήματος AB και E το μέσο του τμήματος $B\Gamma$ να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $M\Delta EB$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 10)

59. Θέμα 13745

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$, το μέσο M της βάσης $B\Gamma$ και τυχαίο εσωτερικό σημείο Δ στη βάση του.

α) Αν από το μέσο M φέρουμε παράλληλες προς τις πλευρές AB και $A\Gamma$ του τριγώνου, που τις τέμνουν στα σημεία E και Z αντίστοιχα να αποδείξετε ότι:

- i. $ME = MZ$. (Μονάδες 6)
- ii. Το $AEMZ$ είναι ρόμβος με περίμετρο ίση με $2AB$. (Μονάδες 7)

β) Αν πάρουμε τυχαίο εσωτερικό σημείο Δ στο ευθύγραμμο τμήμα $B\Gamma$, διαφορετικό από το μέσο M , και φέρουμε τις παράλληλες προς τις πλευρές AB και $A\Gamma$ του τριγώνου, που τις τέμνουν στα σημεία K και Λ αντίστοιχα, τότε:

- i. Ποιο είναι το είδος του τετράπλευρου $AK\Delta\Lambda$;
- ii. Να συγκρίνετε την περίμετρο του τετράπλευρου $AK\Delta\Lambda$ με την περίμετρο του ρόμβου $AEMZ$ του ερωτήματος α ii) και να διατυπώστε λεκτικά το συμπέρασμα που προκύπτει.

(Μονάδες 12)

Έξυπνα & εύκολα!

60. Θέμα 13751

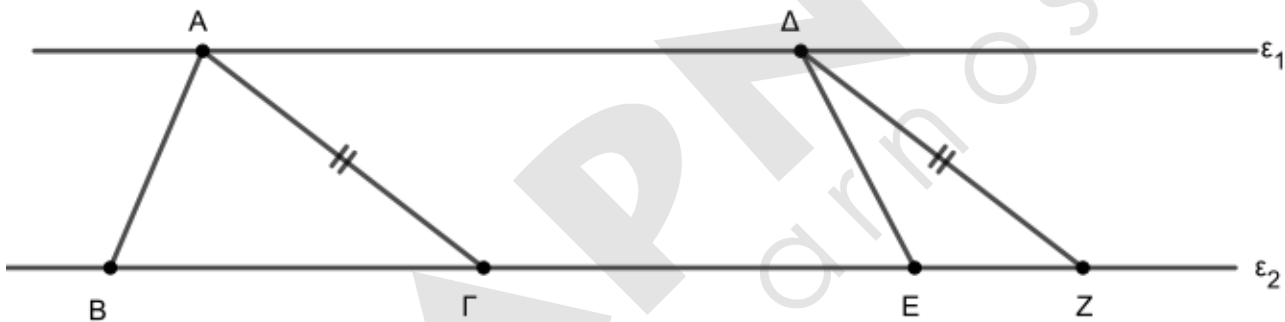
Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι οξυγώνιο, ενώ το ΔEZ είναι αμβλυγώνιο με $\hat{E} > 90^\circ$. Ισχύει επίσης ότι $AG = \Delta Z$.

α)

i. Να σχεδιάσετε τα ύψη των τριγώνων από τις κορυφές A και Δ ονομάζοντάς τα AH και $\Delta\Theta$ αντίστοιχα. (Μονάδες 05)

ii. Να αποδείξετε ότι $H\Gamma = \Theta Z$. (Μονάδες 12)

β) Να δικαιολογήσετε γιατί $EZ < B\Gamma$. (Μονάδες 08)

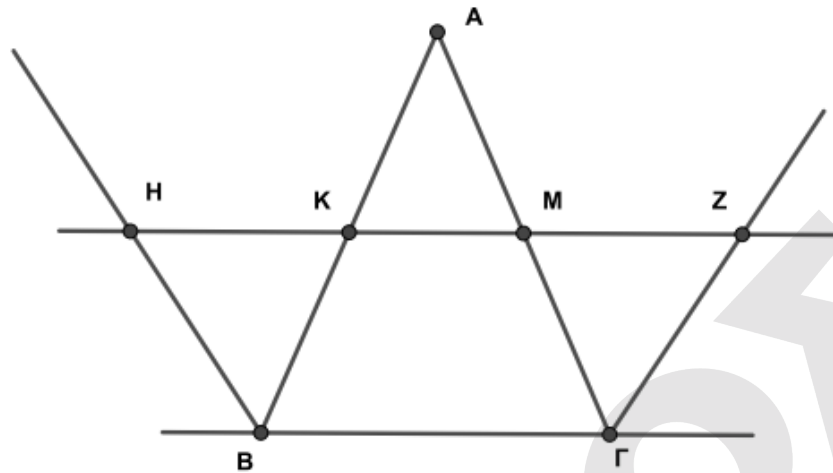

61. Θέμα 13838

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$), με K , M τα μέσα των πλευρών AB και AG αντίστοιχα. Η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία K και M τέμνει τις εξωτερικές διχοτόμους των γωνιών B και Γ στα σημεία H και Z αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $KM\Gamma B$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 11)

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $B\Gamma ZH$ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Μονάδες 14)

Έξυπνα & εύκολα!



62. Θέμα 13856

Σε τρίγωνο ΔEZ , φέρουμε τη διάμεσο ΔM και στην προέκτασή της προς το μέρος του M παίρνουμε σημείο Θ έτσι ώστε $\Delta M = M\Theta$. Προεκτείνουμε την πλευρά EZ προς το E κατά τμήμα $EA = EZ$ και προς το Z κατά τμήμα $Z\Gamma = EZ$.

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔAM και $\Theta\Gamma M$ είναι ίσα. (Μονάδες 8)
- β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $\Theta A \Delta \Gamma$ είναι παραλληλόγραμμο. (Μονάδες 8)
- γ) Στο σχήμα της άσκησης που κατασκεύασε στο τετράδιό του ο Γιάννης είναι $A\Delta = 12$. Πόσο θα είναι το μήκος της διαμέσου EH του τριγώνου ΔEZ στο σχήμα του Γιάννη; (Μονάδες 9)

Έξυπνα & εύκολα!

63. Θέμα 14882

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Στην προέκταση της $B\Gamma$ (προς το Γ) θεωρούμε τμήμα $\Gamma\Delta = B\Gamma$. Αν M , K και Λ είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$, AB και $A\Delta$ αντίστοιχα τότε:

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $BA\Delta$.

(Μονάδες 7)

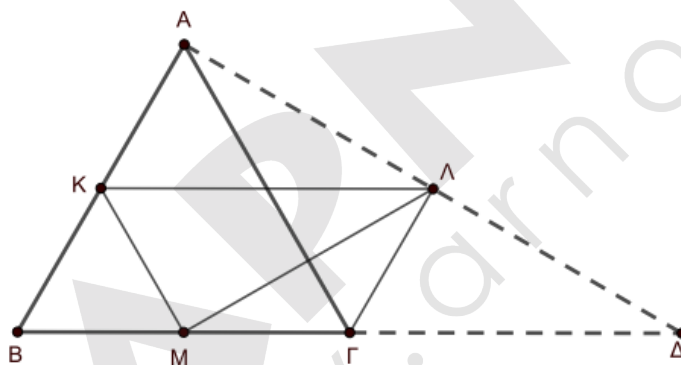
β) Να αποδείξετε ότι:

i. Το τετράπλευρο $K\Lambda\Gamma M$ είναι ισοσκελές τραπέζιο με τη μεγάλη βάση διπλάσια από τη μικρή.

(Μονάδες 8)

ii. Το τρίγωνο $KM\Lambda$ είναι ορθογώνιο.

(Μονάδες 10)

**64. Θέμα 14885**

Δίνεται το οξυγώνιο και σκαληνό τρίγωνο $AB\Gamma$. Προεκτείνουμε το ύψος του AH κατά τμήμα $H\Delta = AH$ και τη διάμεσό του AM κατά τμήμα $ME = AM$. Να αποδείξετε ότι:

α)

i. $AB = \Gamma E$

ii. $AB = B\Delta$

(Μονάδες 8)

β) $\widehat{B\Delta} = \widehat{B\Gamma E}$

(Μονάδες 8)

Έξυπνα & εύκολα!

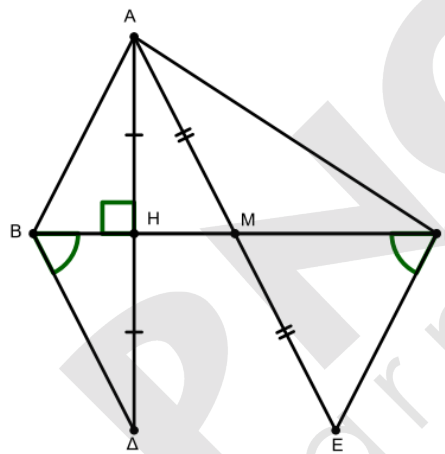
γ)

i. Εξετάστε αν το τμήμα ΒΔ μπορεί να είναι παράλληλο στο τμήμα ΓΕ.

(Μονάδες 5)

ii. Ποιο είναι το είδος του τετραπλεύρου ΒΓΕΔ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(Μονάδες 4)



Έξυπνα & εύκολα!