

Κεφ. 5.5. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Γεωμετρία Α' Λυκείου**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

Η Τράπεζα Θεμάτων για τη Γεωμετρία Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας www.arnos.gr για το Course της Γεωμετρίας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύφος της Τράπεζας.

Θέμα 2 - Κωδικοί:**1651, 1652, 13536, 14883****1. Θέμα 1651**

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ και εκτός αυτού κατασκευάζουμε τετράγωνο $B\Gamma\Delta E$.

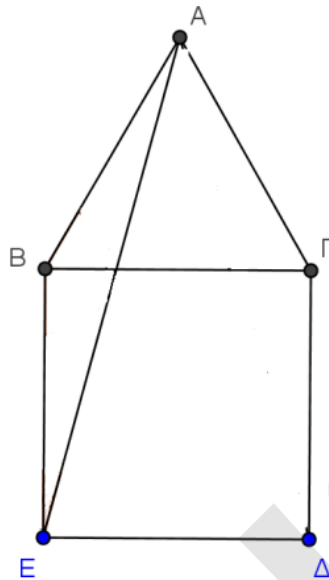
α) Να υπολογίσετε τις γωνίες

i. $\hat{A}BE$ (Μονάδες 8)

ii. $\hat{B}EA$ (Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AE\Delta$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

Έξυπνα & εύκολα!


2. Θέμα 1652

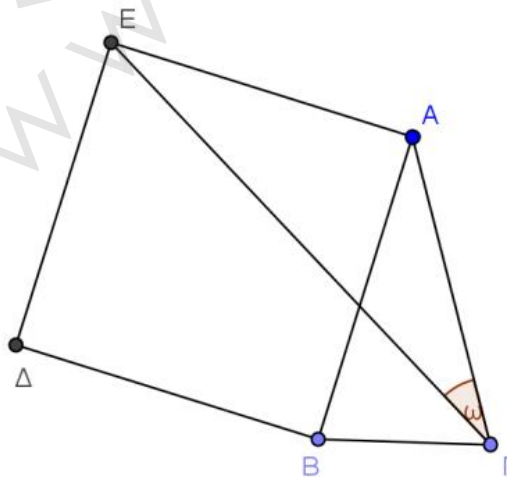
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = AG$. Κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου το τετράγωνο $ABDE$. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $A\Gamma E$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 10)

β) $2 \cdot \hat{E}\Gamma A = 90^\circ - \hat{B}\hat{A}\Gamma$.

(Μονάδες 15)



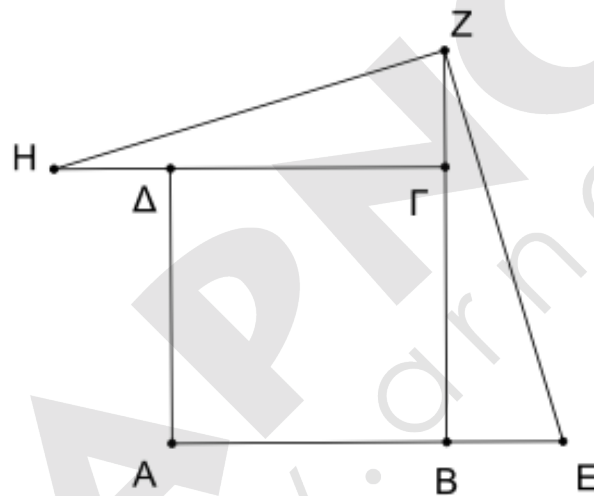
Έξυπνα & εύκολα!

3. Θέμα 13536

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Στις προεκτάσεις των πλευρών AB προς το B , $B\Gamma$ προς το Γ και $\Gamma\Delta$ προς το Δ θεωρούμε σημεία E , Z και H αντίστοιχα, ώστε $BE = \Gamma Z = \Delta H$.

α) Να αποδείξετε ότι $ZE = ZH$. (Μονάδες 15)

β) Να αποδείξετε ότι $\widehat{EZH} = 90^\circ$. (Μονάδες 10)


4. Θέμα 14883

Σε κύκλο κέντρου O φέρουμε τις διαμέτρους του $A\Gamma$ και $B\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 13)

β) Τί είδους γωνία σχηματίζουν οι διάμετροι $A\Gamma$ και $B\Delta$ αν το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)

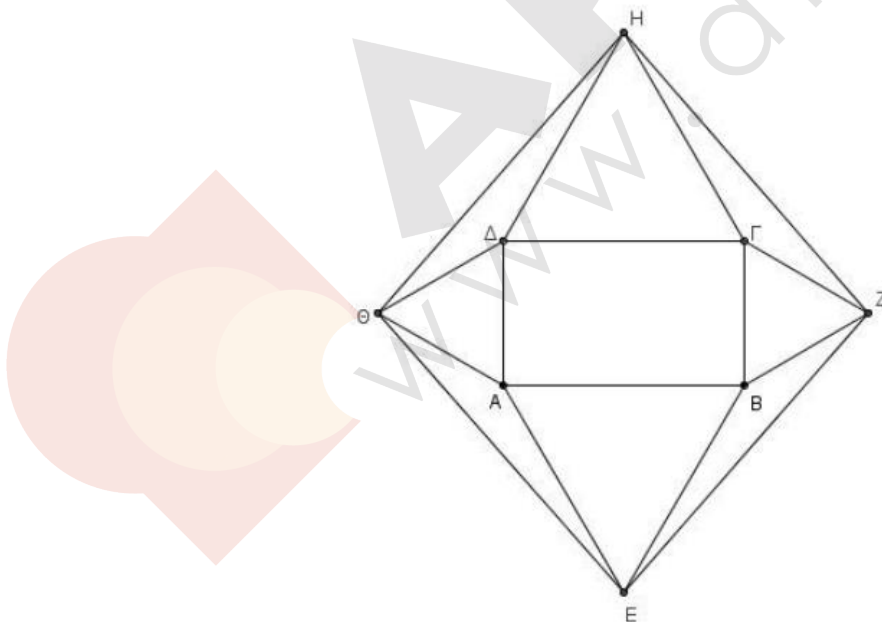
Έξυπνα & εύκολα!

Θέμα 4 - Κωδικοί:
1734, 1747, 1750, 1788, 1795, 1814, 1825, 13744, 13841, 13848, 13850
5. Θέμα 1734

Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ και έξω από αυτό, κατασκευάζουμε τέσσερα ισόπλευρα τρίγωνα ABE , $B\Gamma Z$, $\Gamma\Delta H$, $\Delta A\Theta$.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EZH\Theta$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 15)

β) Αν το αρχικό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο, τότε το $EZH\Theta$ τι είδους παραλληλόγραμμο είναι; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)



Έξυπνα & εύκολα!

6. Θέμα 1747

Δίνεται κύκλος (O, R) με διάμετρο AB και δυο ευθείες ϵ_1, ϵ_2 εφαπτόμενες του κύκλου στα άκρα της διαμέτρου AB . Έστω ότι, μια τρίτη ευθεία ϵ εφάπτεται του κύκλου σ' ένα σημείο του E και τέμνει τις ϵ_1 και ϵ_2 στα Δ και Γ αντίστοιχα.

α) Αν το σημείο E δεν είναι το μέσο του τόξου AB , να αποδείξετε ότι:

i. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι τραπέζιο. (Μονάδες 8)

ii. $\Gamma\Delta = A\Delta + B\Gamma$. (Μονάδες 8)

β) Αν το σημείο E βρίσκεται στο μέσον του τόξου AB , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta\Gamma B$ είναι ορθογώνιο. Στην περίπτωση αυτή να εκφράσετε την περίμετρο του ορθογωνίου $A\Delta\Gamma B$ ως συνάρτηση της ακτίνας R του κύκλου.

(Μονάδες 9)

7. Θέμα 1750

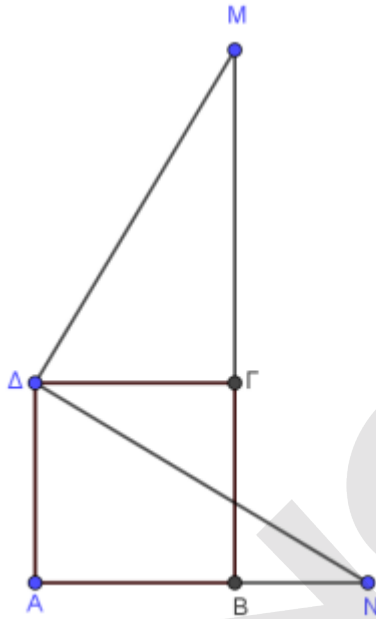
Στο τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ προεκτείνουμε την πλευρά AB κατά τμήμα BN και την πλευρά $B\Gamma$ κατά τμήμα $GM = AN$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\Delta N = \Delta M$ (Μονάδες 12)

β) $\Delta N \perp \Delta M$ (Μονάδες 13)

Έξυπνα & εύκολα!


8. Θέμα 1788

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ και στο εξωτερικό του σχηματίζονται τα τετράγωνα $ABDE$ και $AGZH$.

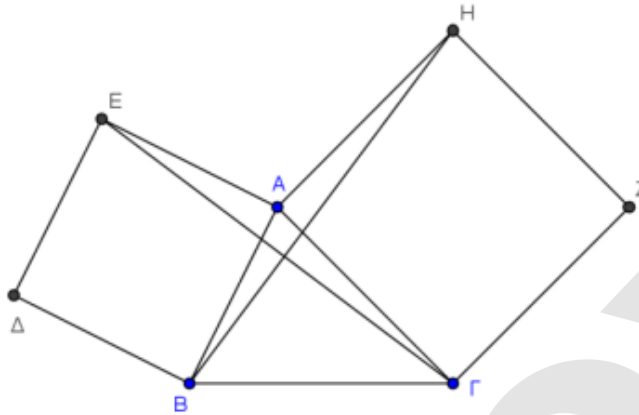
Να αποδείξετε ότι:

α) $\widehat{EAH} = \widehat{AB\Gamma} + \widehat{A\Gamma B}$ (Μονάδες 8)

β) $EG = BH$ (Μονάδες 9)

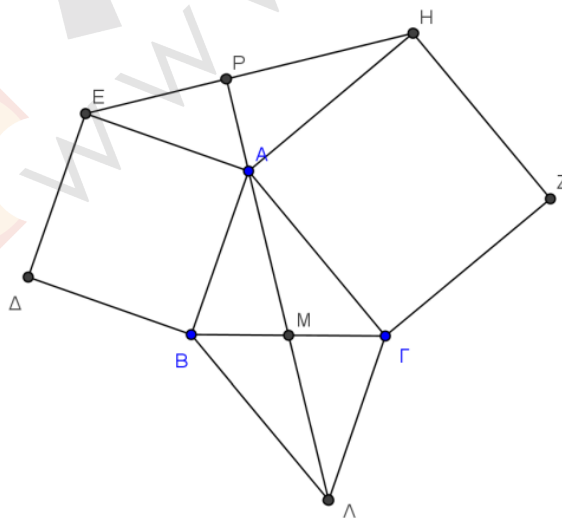
γ) Η EG είναι κάθετη στη BH . (Μονάδες 8)

Έξυπνα & εύκολα!


9. Θέμα 1795

Εκτός τριγώνου $AB\Gamma$ κατασκευάζουμε τετράγωνα $ABDE$ και $AGZH$. Αν M το μέσο του $B\Gamma$ και Λ σημείο στην προέκταση της AM τέτοιο ώστε $AM = M\Lambda$, να αποδείξετε ότι:

- α) $\Gamma\Lambda = AE$. (Μονάδες 10)
- β) Οι γωνίες $A\Gamma\Lambda$ και EAH είναι ίσες. (Μονάδες 10)
- γ) Η προέκταση της MA (προς το A) τέμνει κάθετα την EH . (Μονάδες 5)



Έξυπνα & εύκολα!

10. Θέμα 1814

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και εντός αυτού ισόπλευρο τρίγωνο $MB\Gamma$. Αν η προέκταση της AM τέμνει την $B\Delta$ στο σημείο E , να αποδείξετε ότι:

α) $\hat{\Delta A E} = 15^\circ$.

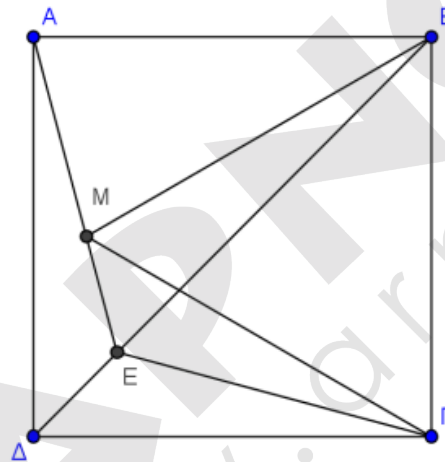
(Μονάδες 8)

β) Τα τρίγωνα $\Delta A E$ και $\Delta E \Gamma$ είναι ίσα.

(Μονάδες 8)

γ) Η ΓE είναι διχοτόμος της γωνίας $\Delta \Gamma M$.

(Μονάδες 9)


11. Θέμα 1825

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ και τυχαίο σημείο E στην πλευρά $\Delta\Gamma$. Φέρουμε τη διχοτόμο AZ της γωνίας EAB και τη ΔH κάθετη από το Δ προς την AZ , η οποία τέμνει την $A E$ στο M και την AB στο N .

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $A\Delta N$ και ABZ είναι ίσα.

(Μονάδες 8)

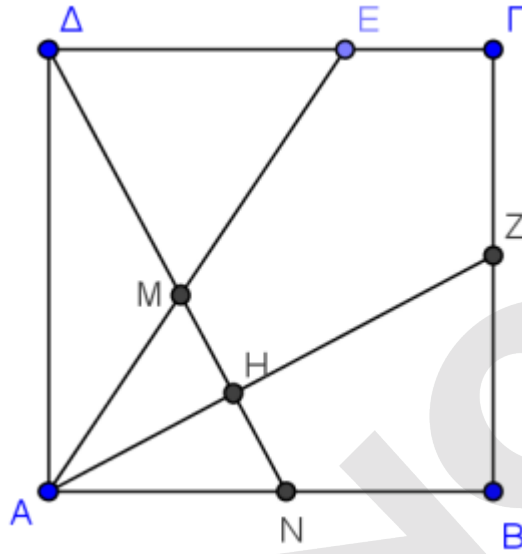
β) $AM=AN$ και $\Delta E=EM$.

(Μονάδες 10)

γ) $AE=\Delta E+BZ$

(Μονάδες 7)

Έξυπνα & εύκολα!


12. Θέμα 13744

Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Στις προεκτάσεις των πλευρών του AB και $B\Gamma$ προς το B και προς το Γ αντίστοιχα, παίρνουμε τα σημεία E και Z τέτοια ώστε $BE = \Gamma Z$. Αν P είναι το σημείο τομής των AZ και ΔE , τότε:

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Οι γωνίες $\widehat{A\hat{E}\Delta}$ και $\widehat{B\hat{Z}A}$ είναι ίσες.
- ii. Τα τμήματα AZ και ΔE είναι κάθετα.

(Μονάδες 18)

β) Αν γνωρίζετε ότι το σημείο τομής P των AZ και ΔE είναι τέτοιο ώστε $PB = AB$, να προσδιορίσετε τη θέση του σημείου E στην προέκταση του τμήματος AB . (Μονάδες 07)

Έξυπνα & εύκολα!

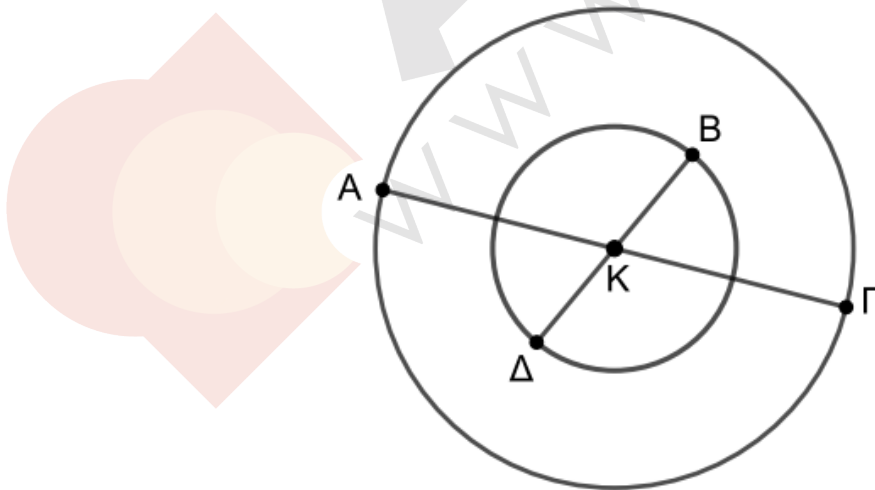
13. Θέμα 13841

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$, $B\Delta$ η διχοτόμος της γωνίας B και M το μέσο της. Από το σημείο Δ φέρουμε παράλληλη προς τη $B\Gamma$, η οποία τέμνει την πλευρά AB στο σημείο E . Αν η EM τέμνει τη $B\Gamma$ στο σημείο Z τότε:

- α) Να αποδείξετε ότι $BE=ED$. (Μονάδες 7)
- β) Να αποδείξετε ότι $BE//Z\Delta$. (Μονάδες 8)
- γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΔEBZ είναι ρόμβος. (Μονάδες 5)
- δ) Ποιο θα έπρεπε να είναι το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ώστε το τετράπλευρο ΔEBZ να είναι τετράγωνο; Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

14. Θέμα 13848

Στο παρακάτω σχήμα οι κύκλοι έχουν κέντρο K και οι $A\Gamma$ και $B\Delta$ είναι διάμετροί τους.



Έξυπνα & εύκολα!

α) Αν ισχύει $AG > BD$:

i. να σχεδιάσετε το τετράπλευρο $ABGD$ και να αποδείξετε ότι είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 8)

ii. να διατυπώσετε μια επιπλέον υπόθεση για τις AG και BD , ώστε το $ABGD$ να είναι ρόμβος.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

β) Αν οι δύο κύκλοι ταυτίζονται, τότε να εξετάσετε αν ο ακόλουθος ισχυρισμός είναι αληθής:

«Το $ABGD$ είναι τετράγωνο».

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

15. Θέμα 13850

Δίνεται το παραλληλόγραμμο $ABGD$ του σχήματος και η BZ διχοτόμος της γωνίας \hat{B} . Φέρουμε $ΓΟ$ κάθετη στη BZ και την προεκτείνουμε έτσι ώστε να τέμνει την AB στο σημείο E .

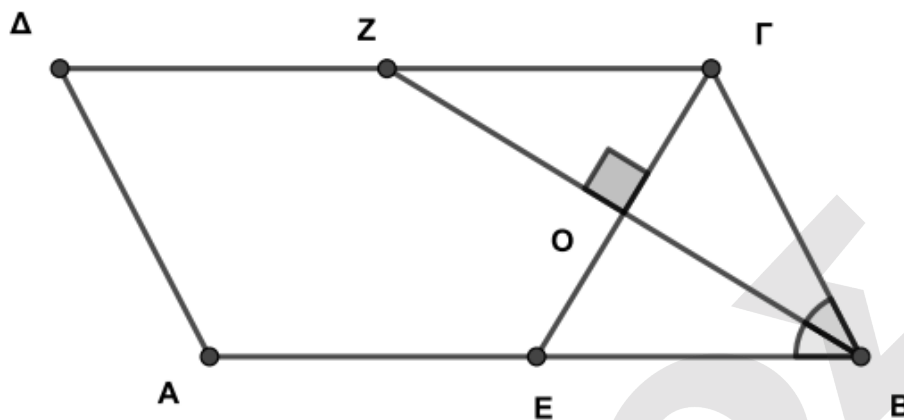
α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $EBΓ$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΟΖΓ$ και $ΟΒΕ$ είναι ίσα. (Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $EBΓΖ$ είναι ρόμβος (Μονάδες 6)

δ) Πόσο πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας \hat{B} ώστε το τετράπλευρο $EBΓΖ$ να είναι τετράγωνο; (Μονάδες 4)

Έξυπνα & εύκολα!



Έξυπνα & εύκολα!