# Κεφ. 5.10. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Γεωμετρία Α' Λυκείου

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ & ΛΥΣΕΙΣ

Η Τράπεζα Θεμάτων για τη Γεωμετρία Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας www.arnos.gr για το Course της Γεωμετρίας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύφος της Τράπεζας.

**Θέμα 2 - Κωδικοί:**

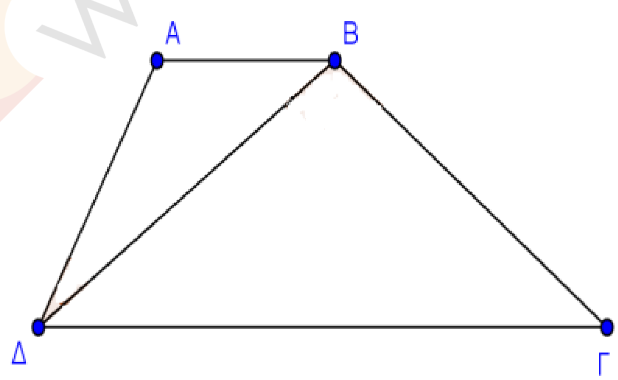
**1650**

**1. Θέμα 1650**

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ // ΓΔ και ΒΔ = ΒΓ. Αν $\Delta\hat{B}\Gamma = 110^o$ και $A\hat{\Delta}B = 25^o$ να υπολογίσετε:

α) Τη γωνία Γ. (Μονάδες 11)

β) Τη γωνία Α. (Μονάδες 14)



**ΛΥΣΗ**

**α)** Το τρίγωνο ΒΔΓ είναι ισοσκελές με ΒΔ = ΒΓ, άρα $B\widehat{\Delta}\Gamma = \widehat{\Gamma}$

Από το άθροισμα γωνιών του τριγώνου ΒΔΓ έχουμε:

$B\widehat{\Delta}\Gamma + \widehat{\Gamma} + \Delta\widehat{B}\Gamma = 180^\circ \Leftrightarrow 2\widehat{\Gamma} + 110^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow 2\widehat{\Gamma} = 70^\circ \Leftrightarrow \widehat{\Gamma} = 35^\circ$

**β)** Είναι $B\widehat{\Delta}\Gamma = \widehat{\Gamma} = 35^\circ$ οπότε $A\widehat{\Delta}\Gamma = A\widehat{\Delta}B + B\widehat{\Delta}\Gamma = 25^\circ + 35^\circ = 60^\circ$

Οι γωνίες $\widehat{A}$ και $A\widehat{\Delta}\Gamma$ είναι εντός και επί τα αυτά των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από την ΑΔ και είναι παραπληρωματικές, δηλαδή

$\widehat{A} + A\widehat{\Delta}\Gamma = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{A} + 60^\circ = 180^\circ \Leftrightarrow \widehat{A} = 120^\circ$

| **Θέμα 4 - Κωδικοί:** |
|---|
| **1815** |

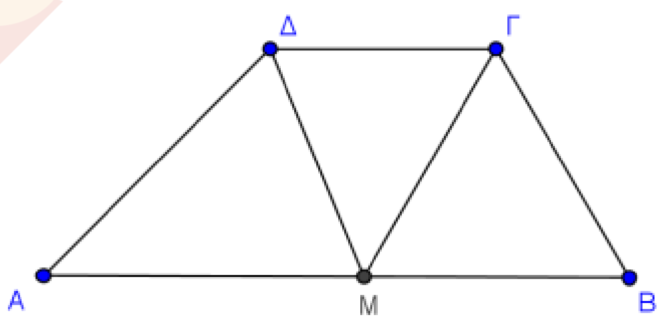
**2. Θέμα 1815**

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ//ΓΔ και ΑΒ = ΑΔ + ΒΓ. Αν η διχοτόμος της γωνίας Δ τέμνει την ΑΒ στο σημείο Μ, να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο ΑΔΜ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο ΜΒΓ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 9)

γ) Η ΓΜ είναι διχοτόμος της γωνίας Γ του τραπεζίου. (Μονάδες 8)



**ΛΥΣΗ**

**α)** Ισχύουν τα εξής:

$\Delta\hat{M}A = \Gamma\hat{\Delta}M$, ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από την ΔΜ.

$A\hat{\Delta}M = \Gamma\hat{\Delta}M$, διότι η ΔΜ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Delta}$.

Άρα $\Delta\hat{M}A = A\hat{\Delta}M$, οπότε το τρίγωνο ΑΔΜ είναι ισοσκελές και ισχύει ότι ΑΔ = ΑΜ (1).

**β)** Είναι ΑΒ = ΑΔ + ΒΓ. Λόγω της (1) είναι ΑΒ = ΑΜ + ΒΓ.

Όμως ΑΒ = ΑΜ + ΜΒ.

Άρα ΑΜ + ΒΓ = ΑΜ + ΜΒ $\Leftrightarrow$ ΒΓ = ΜΒ.

Άρα τρίγωνο ΜΒΓ είναι ισοσκελές και έχει $\Gamma\hat{M}B = M\hat{\Gamma}B$ (2).

**γ)** Ισχύουν τα εξής:

$\Gamma\hat{M}B = \Delta\hat{\Gamma}M$, ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τέμνονται από την ΓΜ.

$\Gamma\hat{M}B = M\hat{\Gamma}B$ λόγω της (2).

Άρα είναι $\Delta\hat{\Gamma}M = M\hat{\Gamma}B$, δηλαδή η ΓΜ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$.