

**Κεφ. 4.4. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Γεωμετρία Α' Λυκείου****ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ & ΛΥΣΕΙΣ**

Η Τράπεζα Θεμάτων για τη Γεωμετρία Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course της Γεωμετρίας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύφος της Τράπεζας.

**Θέμα 4 - Κωδικοί:****13752****1. Θέμα 13752**

Σε τρίγωνο  $ABC$  με  $\widehat{B} < 90^\circ$  θεωρούμε τυχαίο σημείο  $D$  της πλευράς  $AC$ . Φέρουμε τμήμα  $DE$  ίσο και παράλληλο με την πλευρά  $BC$  και από το σημείο  $E$  φέρουμε τμήμα  $EZ$  ίσο και παράλληλο με την πλευρά  $AB$ , όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Ένας μαθητής κάνει τους παρακάτω διαδοχικούς συλλογισμούς. Να χαρακτηρίσετε  $\Sigma$  ( $\Sigma$ ωστό) ή  $\Lambda$  ( $\Lambda$ θος) κάθε έναν από αυτούς.

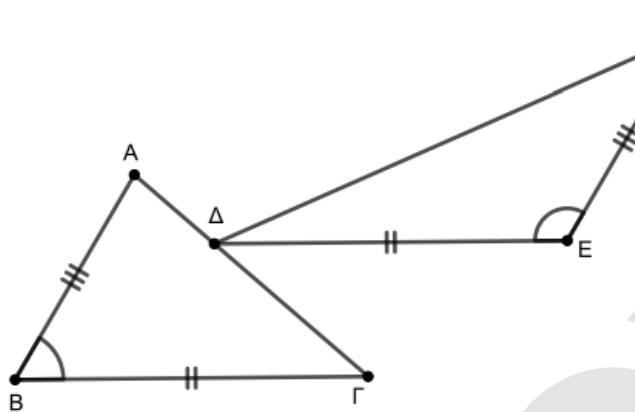
1. Οι γωνίες  $\Delta EZ$  και  $A\widehat{B}G$  είναι γωνίες με πλευρές παράλληλες.
2. Οπότε  $\Delta EZ = A\widehat{B}G$ .
3. Τα τρίγωνα  $\Delta EZ$  και  $ABC$  είναι ίσα.
4. Το τμήμα  $DZ$  είναι ίσο με το τμήμα  $AG$ .

(Μονάδες 08)

β) Να αιτιολογήσετε τους χαρακτηρισμούς σας ( $\Sigma$  ή  $\Lambda$ ) που αφορούν τους ισχυρισμούς 2. και 3. (Μονάδες 10)

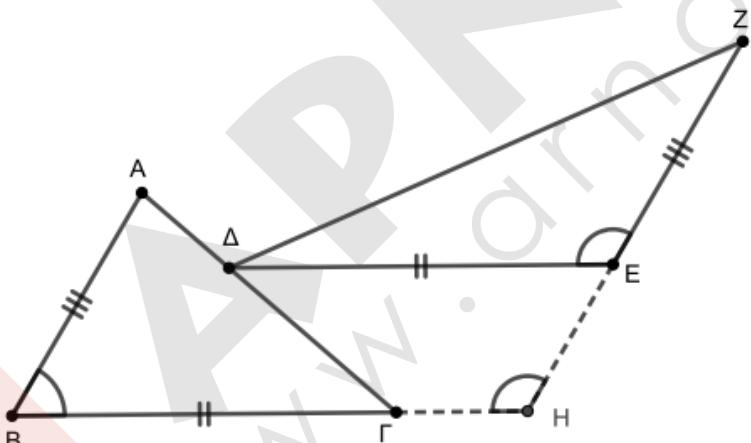
γ) Αν στα δεδομένα παραλείψουμε τη συνθήκη  $\widehat{B} < 90^\circ$ , να συγκρίνετε τα τμήματα  $AG$  και  $DZ$  για τα διάφορα είδη της γωνίας  $\widehat{B}$  και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας. (Μονάδες 07)

**Έξυπνα & εύκολα!**



ΛΥΣΗ

α)



1. Σ
2. Λ
3. Λ
4. Λ

β) Η απάντηση στον συλλογισμό 2. είναι λάθος.

Προεκτείνουμε την ZE και τη BG και έστω H το σημείο τομής τους. Τότε:

$Z\hat{E}D = E\hat{H}G$  ως εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες των παραλλήλων  $\Delta E$  και  $BH$  που τέμνονται από την  $ZH$ .

Έξυπνα & εύκολα!

$\text{Ε}\widehat{\text{Η}}\text{Γ} + \text{Α}\widehat{\text{Β}}\text{Γ} = 180^\circ$  γιατί είναι γωνίες εντός και επί τα αυτά των παραλλήλων  $\text{AB}$  και  $\text{ZH}$  που τέμνονται από την  $\text{BH}$ . Άρα  $\text{Ζ}\widehat{\text{Ε}}\text{Δ} + \text{Α}\widehat{\text{Β}}\text{Γ} = 180^\circ$ , δηλαδή είναι παραπληρωματικές γωνίες και αφού  $\text{B} < 90^\circ$  από την υπόθεση, τότε  $\text{Ζ}\widehat{\text{Ε}}\text{Δ} > 90^\circ$ . Άρα δεν είναι ίσες.

Η απάντηση στο συλλογισμό 3. είναι λάθος, γιατί τα τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μια προς μία, τις  $\text{ΔE}$ ,  $\text{BG}$  και τις  $\text{ZE}$ ,  $\text{AB}$ , αλλά οι περιεχόμενες γωνίες αυτών των πλευρών δεν είναι ίσες αλλά παραπληρωματικές, όπως δικαιολογήθηκε παραπάνω.

γ) Οι γωνίες  $\text{Ζ}\widehat{\text{Ε}}\text{Δ}$  και  $\text{Α}\widehat{\text{Β}}\text{Γ}$  είναι παραπληρωματικές.

- Αν  $\text{Α}\widehat{\text{Β}}\text{Γ} < 90^\circ$ , τότε  $\text{Ζ}\widehat{\text{Ε}}\text{Δ} > 90^\circ$  και τα τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες και τις περιεχόμενες γωνίες στις πλευρές αυτές άνισες. Οπότε, θα έχουν και τις τρίτες πλευρές τους ομοίως άνισες. Δηλαδή, αφού  $\text{Α}\widehat{\text{Β}}\text{Γ} < \text{Ζ}\widehat{\text{Ε}}\text{Δ}$  τότε  $\text{ΑΓ} < \Delta\text{Z}$ .
- Αν  $\text{Α}\widehat{\text{Β}}\text{Γ} > 90^\circ$ , τότε  $\text{Ζ}\widehat{\text{Ε}}\text{Δ} < 90^\circ$  και τα τρίγωνα όπως προηγουμένως θα έχουν τις τρίτες πλευρές τους ομοίως άνισες. Δηλαδή, αφού  $\text{Α}\widehat{\text{Β}}\text{Γ} > \text{Ζ}\widehat{\text{Ε}}\text{Δ}$  τότε  $\text{ΑΓ} > \Delta\text{Z}$ .
- Αν  $\text{Α}\widehat{\text{Β}}\text{Γ} = 90^\circ$ , τότε και  $\text{Ζ}\widehat{\text{Ε}}\text{Δ} = 90^\circ$  και τα τρίγωνα είναι ορθογώνια με ίσες τις κάθετες πλευρές τους, οπότε θα είναι ίσα και συνεπώς θα έχουν ίσες και τις υποτείνουσές τους. Δηλαδή, αφού  $\text{Α}\widehat{\text{Β}}\text{Γ} = \text{Ζ}\widehat{\text{Ε}}\text{Δ} = 90^\circ$  τότε  $\text{ΑΓ} = \Delta\text{Z}$ .

Άρα η μόνη περίπτωση στην οποία τα τμήμα  $\Delta\text{Z}$  είναι ίσο με το τμήμα  $\text{ΑΓ}$  είναι όταν οι γωνίες  $\text{Ζ}\widehat{\text{Ε}}\text{Δ}$  και  $\text{Α}\widehat{\text{Β}}\text{Γ}$  είναι παραπληρωματικές και ίσες, δηλαδή ορθές.

Έξυπνα & εύκολα!