

**Κεφ. 4.2. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Γεωμετρία Α' Λυκείου****ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

Η Τράπεζα Θεμάτων για τη Γεωμετρία Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course της Γεωμετρίας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύφος της Τράπεζας.

**Θέμα 2 - Κωδικοί:****1544, 1595, 1597, 1643, 12710, 13534, 13748****1. Θέμα 1544**

Σε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) φέρουμε τη διχοτόμο  $AD$  και μια ευθεία ( $\epsilon$ ) παράλληλη προς την  $B\Gamma$ , που τέμνει τις πλευρές  $AB$  και  $AG$  στα σημεία  $E$  και  $Z$  αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο  $AEZ$  είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)
- β) Τα τρίγωνα  $AE\Delta$  και  $AZ\Delta$  είναι ίσα. (Μονάδες 15)

*Έξυπνα & εύκολα!*

**2. Θέμα 1595**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και το ύψος του  $AM$ . Φέρουμε ημιευθεία  $\Gamma\chi$ , κάθετη στη  $B\Gamma$ , προς το ημιεπίπεδο που δεν ανήκει το  $A$  και παίρνουμε σε αυτήν τμήμα  $\Gamma\Delta = AB$ .

α) Να αποδείξετε ότι η γωνία  $\Delta\hat{A}\Gamma$  είναι ίση με τη γωνία  $\Gamma\hat{\Delta}A$ .

(Μονάδες 12)

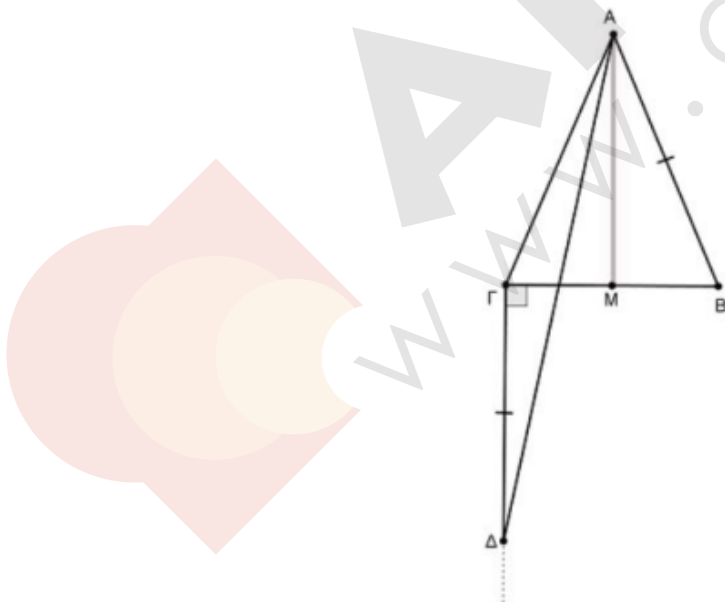
β) Να αποδείξετε ότι:

i)  $\Gamma\Delta \parallel AM$

(Μονάδες 6)

ii) Η  $A\Delta$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $M\hat{A}\Gamma$ .

(Μονάδες 7)



*Έξυπνα & εύκολα!*

**3. Θέμα 1597**

Στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ (προς το Α) και ΓΑ (προς το Α) τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε τα τμήματα  $ΑΔ=ΑΒ$  και  $ΑΕ=ΑΓ$ .

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

β)  $ΕΔ//ΒΓ$

(Μονάδες 13)

**4. Θέμα 1643**

Θεωρούμε τετράγωνο ΑΒΓΔ και σημεία Ε και Ζ στις προεκτάσεις των ΑΒ (προς το Β) και ΒΓ (προς το Γ) αντίστοιχα, ώστε  $ΒΕ=ΓΖ$ .

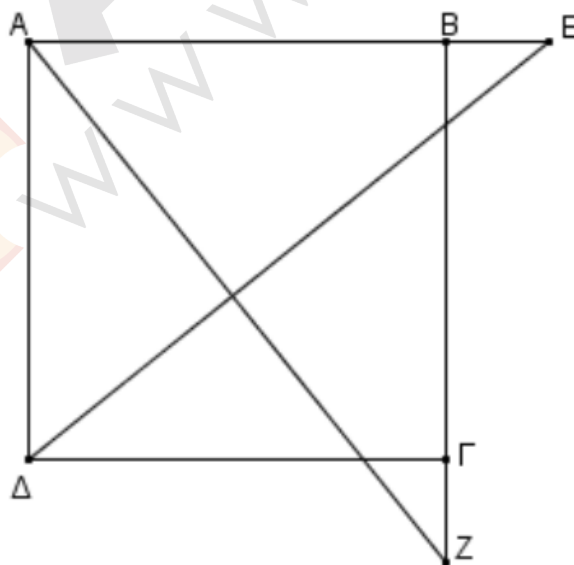
Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΖ και ΑΕΔ είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

β) Οι γωνίες ΕΔΓ και ΑΖΒ είναι ίσες.

(Μονάδες 13)



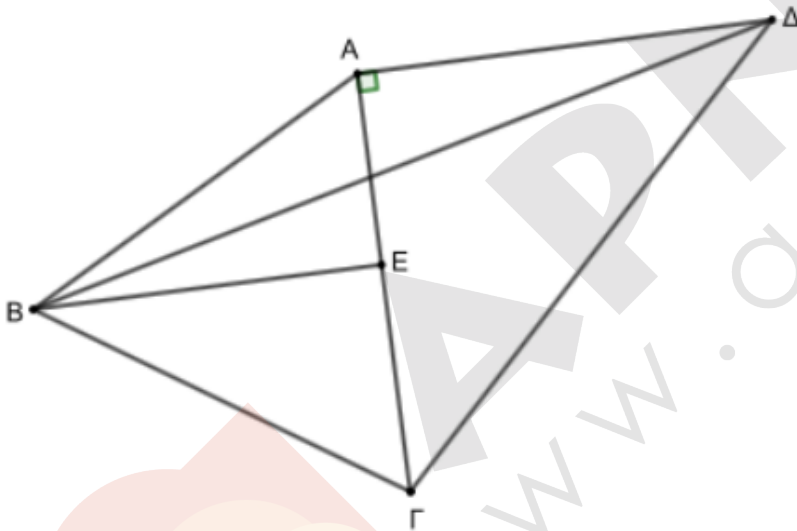
*Έξυπνα & εύκολα!*

**5. Θέμα 12710**

Δίνεται το ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$  και η διχοτόμος του  $BE$ . Εξωτερικά του τριγώνου  $AB\Gamma$  κατασκευάζουμε το ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο  $A\Gamma\Delta$  με υποτείνουσα τη  $\Gamma\Delta$  έτσι, ώστε τα σημεία  $B$  και  $\Delta$  να βρίσκονται εκατέρωθεν της ευθείας  $A\Gamma$ .

Να αποδείξετε ότι:

- α)  $BE \parallel A\Delta$ . (Μονάδες 10)  
 β) οι γωνίες  $E\Gamma\Delta$  και  $A\Gamma\Delta$  είναι ίσες. (Μονάδες 7)  
 γ) το τρίγωνο  $B\Gamma\Delta$  είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)

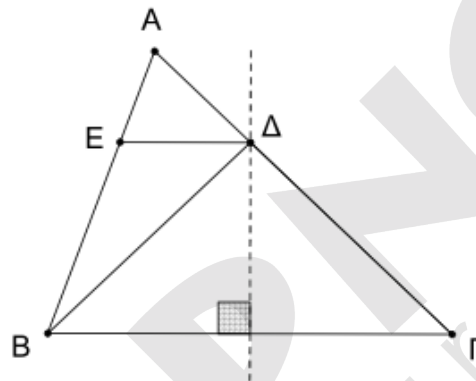


*Έξυπνα & εύκολα!*

**6. Θέμα 13534**

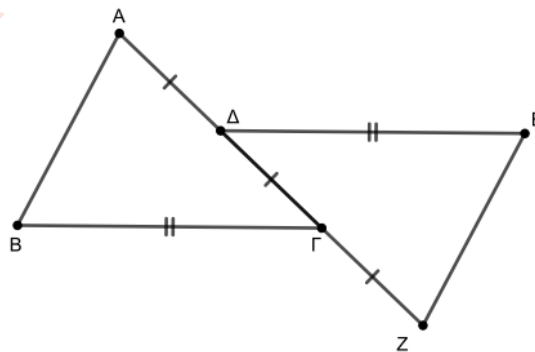
Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB < A\Gamma$ . Η μεσοκάθετος της πλευράς  $B\Gamma$  τέμνει την πλευρά  $A\Gamma$  στο σημείο  $\Delta$  και η παράλληλη από το  $\Delta$  προς τη  $B\Gamma$  τέμνει την πλευρά  $AB$  στο σημείο  $E$ . Να αποδείξετε ότι:

- α) το τρίγωνο  $B\Gamma\Delta$  είναι ισοσκελές. (Μονάδες 12)  
 β) η  $\Delta E$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $A\hat{\Delta}B$ . (Μονάδες 13)


**7. Θέμα 13748**

Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  θεωρούμε το μέσο  $\Delta$  της πλευράς  $A\Gamma$ . Φέρουμε τμήμα  $\Delta E$  ίσο και παράλληλο με την πλευρά  $B\Gamma$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Προεκτείνουμε την  $A\Gamma$  προς το μέρος του  $\Gamma$  και παίρνουμε σημείο  $Z$  τέτοιο ώστε  $\Gamma Z = \Delta\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $Z\Delta E$  είναι ίσα. (Μονάδες 10)  
 β)  $AB \parallel EZ$ . (Μονάδες 15)



*Έξυπνα & εύκολα!*

Θέμα 4 - Κωδικοί:

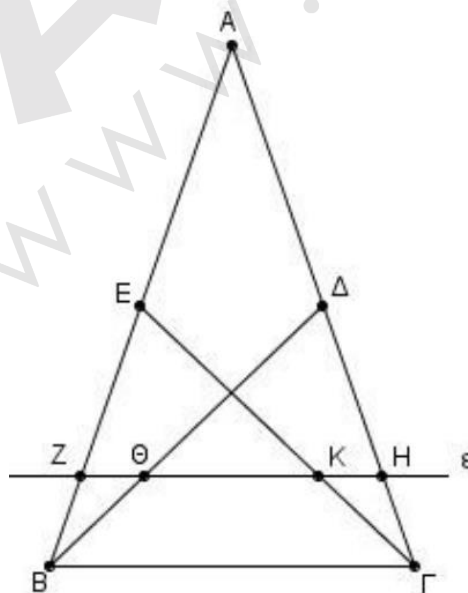
1744, 1783, 1818, 13822, 13843

8. Θέμα 1744

Στο ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) φέρουμε τις διαμέσους  $B\Delta$  και  $\Gamma E$ . Μία ευθεία  $\epsilon$  παράλληλη στη βάση  $B\Gamma$  τέμνει τις πλευρές  $AB$  και  $AG$  στα  $Z$  και  $H$  αντίστοιχα και τις διαμέσους  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  στα σημεία  $\Theta$  και  $K$  αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α)  $BZ=GH$ . (Μονάδες 8)
- β) τα τρίγωνα  $ZB\Theta$  και  $HK\Gamma$  είναι ίσα. (Μονάδες 9)
- γ)  $ZK=H\Theta$ . (Μονάδες 8)



Έξυπνα & εύκολα!

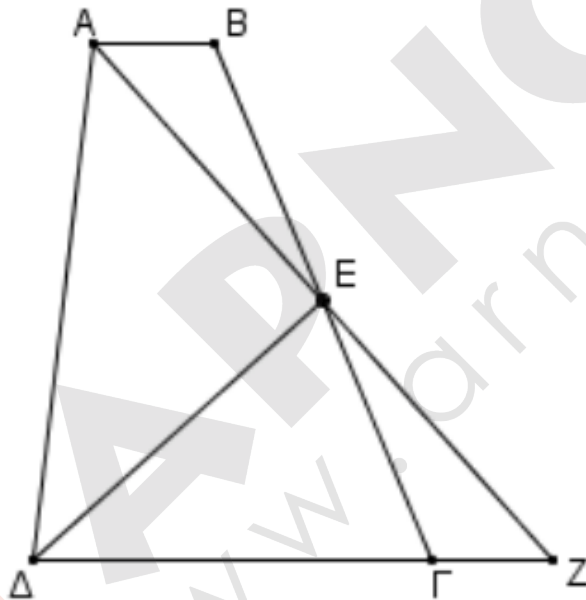
**9. Θέμα 1783**

Σε τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  ( $AB//\Gamma\Delta$ ) ισχύει  $AB+\Gamma\Delta=A\Delta$ . Αν η διχοτόμος της γωνίας  $A$  τέμνει την  $B\Gamma$  στο  $E$  και την προέκταση της  $\Delta\Gamma$  στο  $Z$ , να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο  $\Delta AZ$  είναι ισοσκελές. (Μονάδες 7)

β) Το  $E$  είναι το μέσο της  $B\Gamma$  (Μονάδες 10)

γ) Η  $DE$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\Delta$  του τραπεζίου. (Μονάδες 8)



*Έξυπνα & εύκολα!*

**10. Θέμα 1818**

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB < A\Gamma$ , η διχοτόμος του  $A\Delta$  και ευθεία  $(\epsilon)$  παράλληλη από το  $B$  προς την  $A\Gamma$ . Από το μέσο  $M$  της  $B\Gamma$  φέρουμε ευθεία παράλληλη στην  $A\Delta$  η οποία τέμνει την  $A\Gamma$  στο σημείο  $Z$ , την ευθεία  $(\epsilon)$  στο σημείο  $\Lambda$  και την προέκταση της  $BA$  στο σημείο  $E$ .

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα  $AEZ$  και  $B\Lambda E$  είναι ισοσκελή.

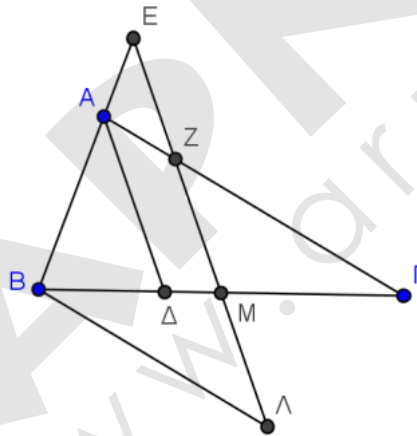
(Μονάδες 8)

β)  $B\Lambda = \Gamma Z$ .

(Μονάδες 9)

γ)  $AE = A\Gamma - B\Lambda$ .

(Μονάδες 8)


**11. Θέμα 13822**

Δίνονται οι ευθείες  $(\epsilon)$  και  $(\psi)$ .

α) Αν η γωνία  $B\hat{A}\Gamma$  είναι μεγαλύτερη από την  $A\hat{B}\psi$ :

i. Να αποδείξετε ότι  $B\hat{A}\epsilon + A\hat{B}\psi < 180^\circ$ .

(Μονάδες 6)

ii. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες  $\epsilon$  και  $\psi$  τέμνονται. Σε ποιο από τα ημιεπίπεδα που χωρίζει το επίπεδο η  $AB$  βρίσκεται το σημείο τομής των  $\epsilon$  και  $\psi$  και γιατί;

(Μονάδες 6)

*Έξυπνα & εύκολα!*

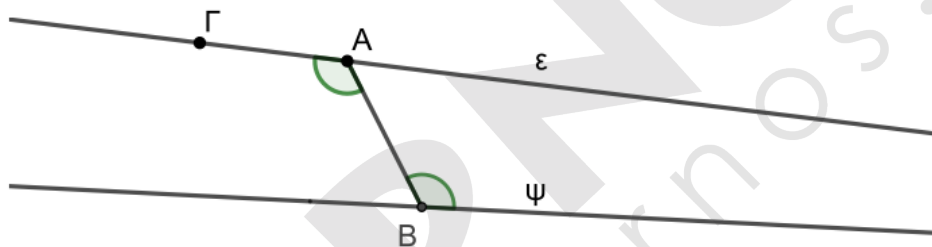


β) Να διατυπώσετε την πρόταση που αποδείχθηκε στο α) για τις εντός και εναλλάξ γωνίες δύο ευθειών που τέμνονται από τρίτη και το σημείο τομής των ευθειών αυτών.

(Μονάδες 7)

γ) Αν ισχύει  $B\hat{A}\Gamma < A\hat{B}\psi$ , τότε σε ποιο από τα ημιεπίπεδα που χωρίζει το επίπεδο η  $AB$  βρίσκεται το σημείο τομής των  $\epsilon$  και  $\psi$  και γιατί;

(Μονάδες 6)



## 12. Θέμα 13843

Έστω ότι οι ευθείες  $x'x$  και  $y'y$  εφάπτονται στον κύκλο  $(O,R)$  στα άκρα μιας διαμέτρου του  $AB$ . Να αποδείξετε ότι:

α) οι ευθείες  $x'x$  και  $y'y$  είναι παράλληλες. (Μονάδες 4)

β) οι διχοτόμοι των γωνιών  $B\hat{A}x$  και  $A\hat{B}y$  τέμνονται σε σημείο  $M$ . (Μονάδες 6)

γ) το σημείο  $M$  είναι το μέσο του ημικυκλίου  $AB$ . (Μονάδες 10)

δ) αν η διχοτόμος της γωνίας  $B\hat{A}x$  τέμνει την  $y'y$  στο σημείο  $\Gamma$  και η διχοτόμος της γωνίας  $A\hat{B}y$  τέμνει την  $x'x$  στο σημείο  $\Delta$ , τότε  $M\Gamma = M\Delta$ . (Μονάδες 5)

Έξυπνα & εύκολα!