

Κεφ. 3.6. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Γεωμετρία Α' Λυκείου**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

Η Τράπεζα Θεμάτων για τη Γεωμετρία Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας www.arnos.gr για το Course της Γεωμετρίας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύφος της Τράπεζας.

Κωδικοί Θεμάτων 2:

1532, 1545, 1546, 1547, 1569, 1571, 1593, 1599, 1656, 1657, 1659

1676, 1677, 1688, 1698, 12149, 13517, 13533

1. Θέμα 1532

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και οι διχοτόμοι του $B\Delta$ και ΓE . Αν $E\text{H} \perp B\Gamma$ και $\Delta Z \perp B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$ και $\Gamma B E$ είναι ίσα. (Μονάδες 13)

β) $E\text{H} = \Delta Z$. (Μονάδες 12)

Έξυπνα & εύκολα!

2. Θέμα 1545

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και τα ύψη του $B\Delta$ και ΓE .

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και $\Gamma E B$ είναι ίσα. (Μονάδες 15)

β) $A\Delta=AE$ (Μονάδες 10)

3. Θέμα 1546

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και το μέσο M της βάσης του $B\Gamma$. Φέρουμε τις αποστάσεις MK και $M\Lambda$ του σημείου M από τις ίσες πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $MK=M\Lambda$. (Μονάδες 13)

β) Η AM είναι διχοτόμος της γωνίας KML . (Μονάδες 12)

4. Θέμα 1547

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = AG$. Από το μέσο M της $B\Gamma$ φέρουμε τα κάθετα τμήματα $M\Delta$ και ME στις πλευρές AB και AG αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι

α) $M\Delta=ME$ (Μονάδες 12)

β) το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές (Μονάδες 13)

Έξυπνα & εύκολα!

5. Θέμα 1569

Σε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ προεκτείνουμε τη διάμεσο AM (προς το M) κατά ίσο τμήμα $M\Delta$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα ABM και $M\Gamma\Delta$ είναι ίσα. (Μονάδες 12)
- β) Τα σημεία A και Δ ισαπέχουν από την πλευρά $B\Gamma$. (Μονάδες 13)

6. Θέμα 1571

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $B\Delta$ η διχοτόμος της γωνίας \hat{B} . Από το Δ φέρουμε $\Delta E \perp B\Gamma$, και έστω Z το σημείο στο οποίο η ευθεία $E\Delta$ τέμνει την προέκταση της BA (προς το A).

Να αποδείξετε ότι:

- α) $AB=BE$ (Μονάδες 13)
- β) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ZEB είναι ίσα. (Μονάδες 12)

Έξυπνα & εύκολα!

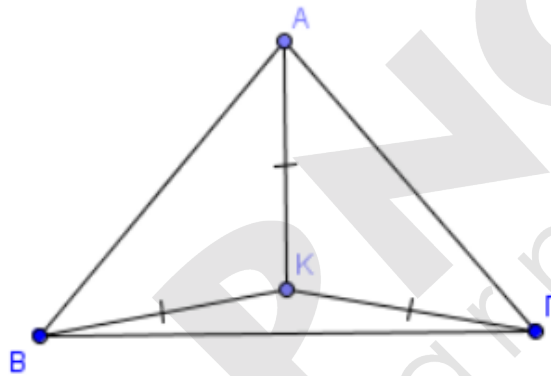
7. Θέμα 1593

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$ και $\hat{A} = 80^\circ$. Έστω K σημείο της διχοτόμου της γωνίας \hat{A} , τέτοιο ώστε $KB=KA=K\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα BKA και $ΓKA$ είναι ίσα. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες \widehat{ABK} και $\widehat{A\Gamma K}$. (Μονάδες 8)

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{BK\Gamma}$. (Μονάδες 7)


8. Θέμα 1599

Σε ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$, αν M και N είναι τα μέσα των AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α) $M\Delta=Μ\Gamma$. (Μονάδες 12)

β) Η ευθεία MN είναι μεσοκάθετος του τμήματος $\Gamma\Delta$. (Μονάδες 13)

Έξυπνα & εύκολα!

9. Θέμα 1656

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και $M\Delta$, NE οι μεσοκάθετοι των πλευρών του AB , $A\Gamma$ αντίστοιχα.

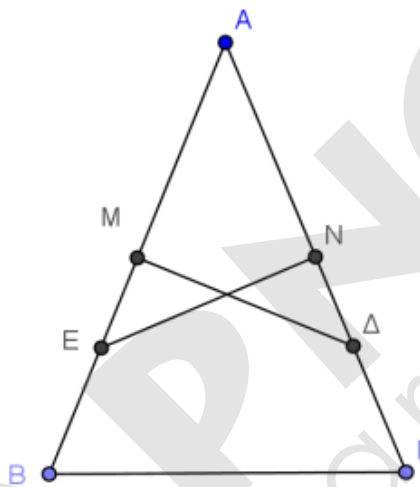
Να αποδείξετε ότι:

α) Αν $M\Delta = NE$ τότε το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 12)

β) Αν $AB = A\Gamma$ τότε $M\Delta = NE$

(Μονάδες 13)



Έξυπνα & εύκολα!

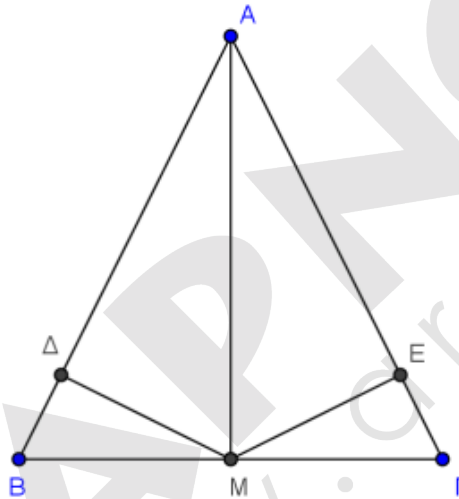
10. Θέμα 1657

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και από σημείο M της πλευράς $B\Gamma$ φέρουμε τα κάθετα τμήματα $M\Delta$ και ME στις πλευρές AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Αν $M\Delta = ME$, τότε τα τρίγωνα $AM\Delta$ και AME είναι ίσα. (Μονάδες 13)

β) Αν $AB = A\Gamma$ και M μέσο του $B\Gamma$, τότε $M\Delta = ME$. (Μονάδες 12)


11. Θέμα 1659

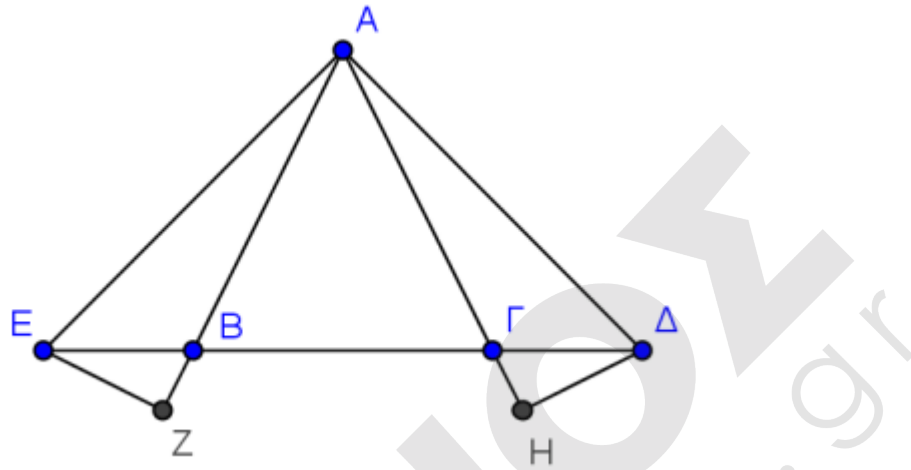
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Στην προέκταση της $B\Gamma$ (προς το Γ) θεωρούμε σημείο Δ και στην προέκταση της ΓB (προς το B) θεωρούμε σημείο E έτσι ώστε $\Gamma\Delta = BE$. Από το Δ φέρουμε ΔH κάθετη στην ευθεία $A\Gamma$ και από το E φέρουμε EZ κάθετη στην ευθεία AB .

Να αποδείξετε ότι:

α) $A\Delta = AE$ (Μονάδες 12)

β) $EZ = \Delta H$ (Μονάδες 13)

Έξυπνα & εύκολα!

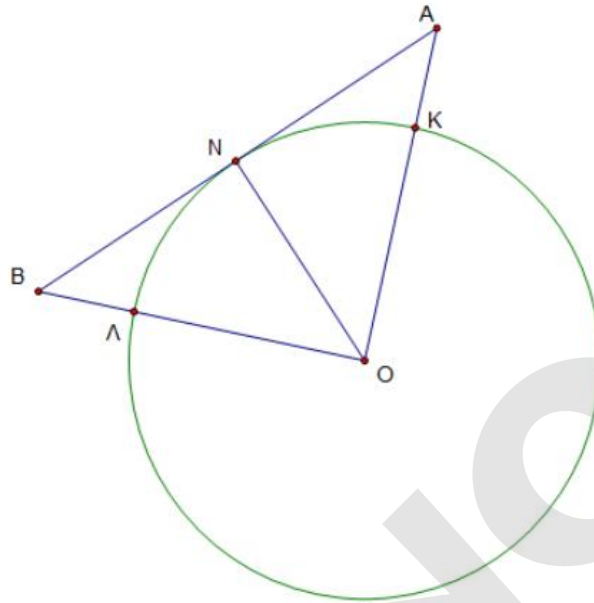

12. Θέμα 1676

Έστω κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Σε σημείο N του κύκλου φέρουμε την εφαπτόμενή του, και εκατέρωθεν του N θεωρούμε σημεία A και B , τέτοια ώστε $NA=NB$. Οι OA και OB τέμνουν τον κύκλο στα K και L αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $\triangle AOB$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)
- β) Το σημείο N είναι μέσο του τόξου KL . (Μονάδες 12)

Έξυπνα & εύκολα!

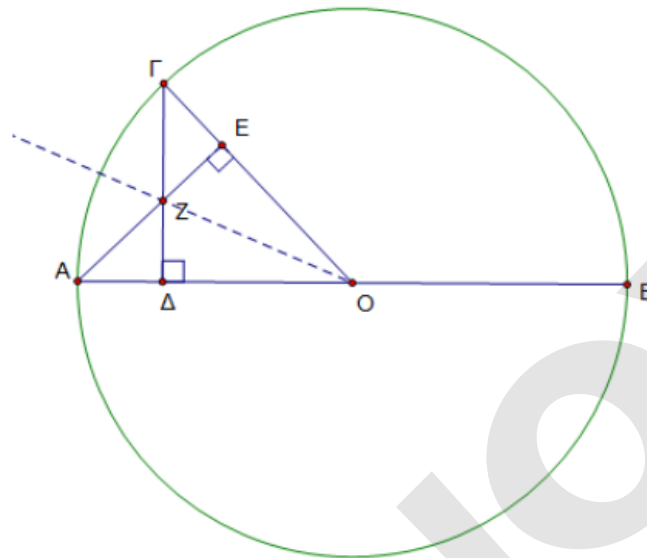

13. Θέμα 1677

Έστω κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ . Θεωρούμε διάμετρο AB και τυχαίο σημείο Γ του κύκλου. Αν AE κάθετο στην OG και GD κάθετο στην AO να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $\triangle O\Gamma E$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 13)

β) Η OZ διχοτομεί τη γωνία $\angle AOG$ και προεκτεινόμενη διέρχεται από το μέσο του τόξου AG . (Μονάδες 12)

Έξυπνα & εύκολα!


14. Θέμα 1688

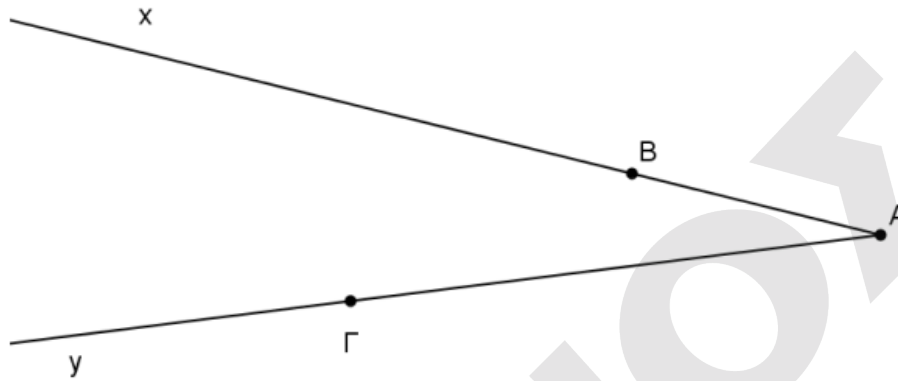
Στο παρακάτω σχήμα έχουμε το χάρτη μίας περιοχής όπου είναι κρυμμένος ένας θησαυρός. Οι ημιευθείες Ax και Ay παριστάνουν δύο ποτάμια και στα σημεία B και Γ βρίσκονται δύο πλατάνια.

Να προσδιορίσετε γεωμετρικά τις δυνατές θέσεις του θησαυρού, αν είναι γνωστό ότι:

- | | |
|---|-------------|
| α) ισαπέχει από τα δύο πλατάνια. | (Μονάδες 9) |
| β) ισαπέχει από τα δύο ποτάμια. | (Μονάδες 9) |
| γ) ισαπέχει και από τα δύο πλατάνια και από τα δύο ποτάμια. | (Μονάδες 7) |

Έξυπνα & εύκολα!

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση.


15. Θέμα 1698

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Στα σημεία B και Γ της $B\Gamma$ φέρουμε προς το ίδιο μέρος της $B\Gamma$ όπως στο σχήμα, τα τμήματα $B\Delta \perp B\Gamma$ και $\Gamma E \perp B\Gamma$ τέτοια ώστε $B\Delta = \Gamma E$.

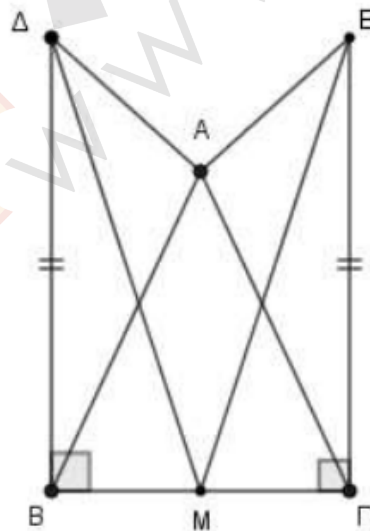
Αν M το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $B\Delta M$ και $\Gamma E M$ είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

β) $A\Delta = AE$.

(Μονάδες 13)



Έξυπνα & εύκολα!

16. Θέμα 12149

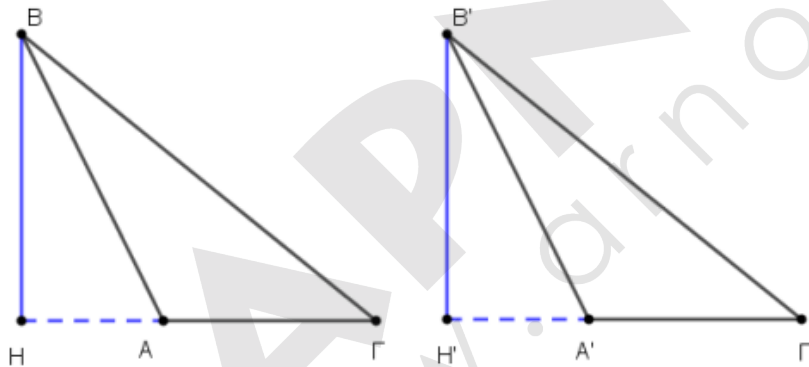
Δίνονται τα αμβλυγώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ ($\hat{A} > 90^\circ$) και $A'B'\Gamma'$ ($\hat{A}' > 90^\circ$) με $\gamma = \gamma'$ και $\beta = \beta'$. Αν τα ύψη BH και $B'H'$ των τριγώνων $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ αντίστοιχα είναι ίσα, να αποδείξετε ότι:

α) $B\hat{A}H = B'\hat{A}'H'$.

(Μονάδες 13)

β) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα.

(Μονάδες 12)



Έξυπνα & εύκολα!

17. Θέμα 13517

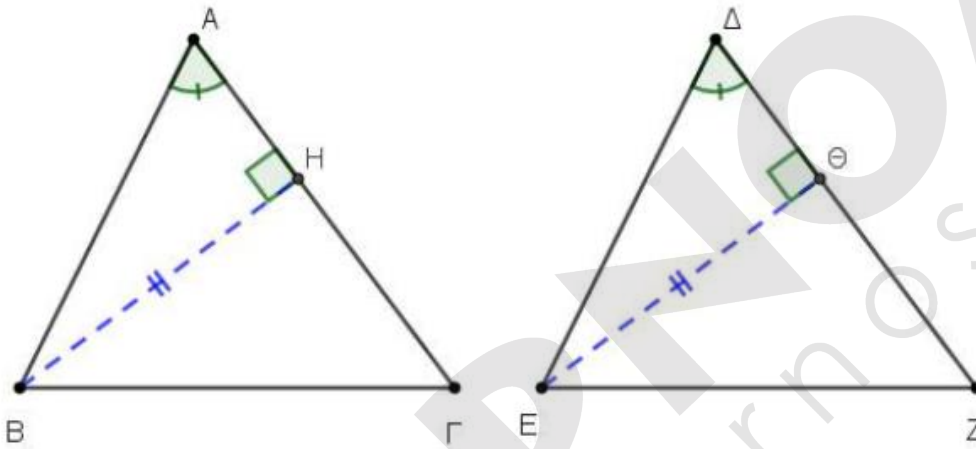
Δίνονται δύο οξυγώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ με $\widehat{A} = \widehat{\Delta}$, $A\widehat{B}\Gamma = \Delta\widehat{E}Z$. Αν τα ύψη τους BH και $E\Theta$ είναι ίσα τότε να αποδείξετε ότι:

α) $AB = \Delta E$.

(Μονάδες 13)

β) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι ίσα .

(Μονάδες 12)


18. Θέμα 13533

Δίνεται ισοσκελές και αμβλυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$. Η κάθετη στην AB στο σημείο A τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο Δ και η κάθετη στην $A\Gamma$ στο σημείο E τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι ίσα.

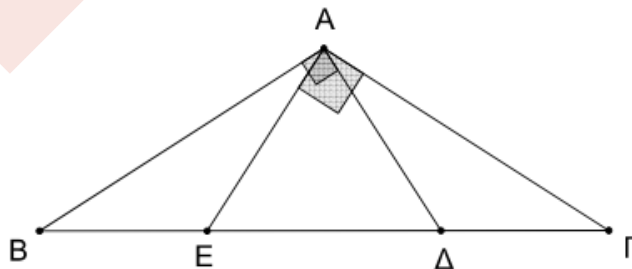
(Μονάδες 10)

β) το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 7)

γ) $BE = \Gamma\Delta$.

(Μονάδες 8)



Έξυπνα & εύκολα!

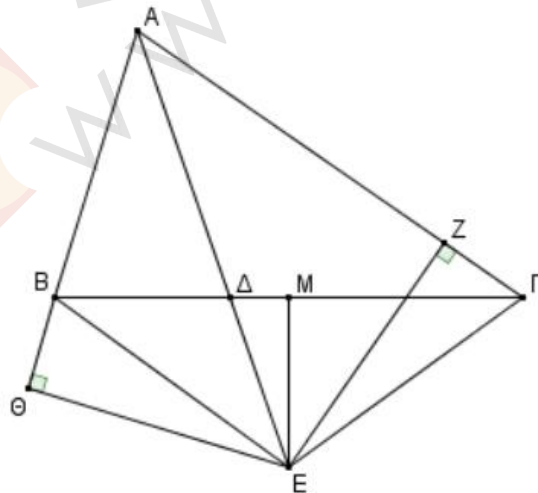
Κωδικοί - Θέμα 4:

1707, 1724, 13839, 13854

19. Θέμα 1707

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB < A\Gamma$) του παρακάτω σχήματος, η κάθετη στο μέσο M της $B\Gamma$ τέμνει την προέκταση της διχοτόμου AD στο σημείο E . Αν Θ, Z είναι οι προβολές του E στις $AB, A\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $EB\Gamma$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 5)
- β) Τα τρίγωνα ΘBE και $Z\Gamma E$ είναι ίσα. (Μονάδες 8)
- γ) $\widehat{A\Gamma E} + \widehat{A\hat{B}E} = 180^\circ$ (Μονάδες 12)



Έξυπνα & εύκολα!

20. Θέμα 1724

Έστω $AB\Gamma$ τρίγωνο και τα ύψη του BE και $\Gamma\Delta$ που αντιστοιχούν στις πλευρές AG και AB αντίστοιχα. Δίνεται η ακόλουθη πρόταση:

Π : Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB=AG$, τότε τα ύψη BE και $\Gamma\Delta$ που αντιστοιχούν στις ίσες πλευρές του είναι ίσα.

α) Να εξετάσετε αν ισχύει η πρόταση **Π** αιτιολογώντας την απάντησή σας
(Μονάδες 10)

β) Να διατυπώσετε την **αντίστροφη** πρόταση της **Π** και να αποδείξετε ότι ισχύει.
(Μονάδες 10)

γ) Να διατυπώσετε την πρόταση **Π** και την **αντίστροφή της** ως ενιαία πρόταση.
(Μονάδες 5)

21. Θέμα 13839

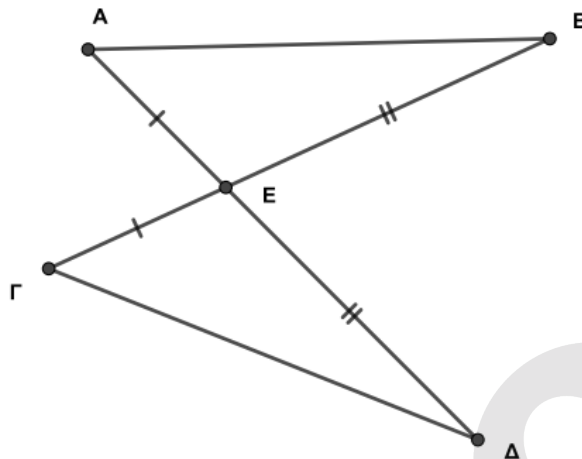
Τα ευθύγραμμα τμήματα $A\Delta$ και $B\Gamma$ τέμνονται στο σημείο E έτσι ώστε $AE=GE$ και $BE=ED$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και ΓDE είναι ίσα. (Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις EH και $E\Theta$ του σημείου E από τις πλευρές AB και $\Gamma\Delta$, αντίστοιχα, είναι ίσες. (Μονάδες 5)

γ) Αν οι προεκτάσεις των AB και $\Gamma\Delta$ προς τα A και Γ αντίστοιχα τέμνονται στο Z , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Delta Z$ είναι ισοσκελές. (Μονάδες 12)

Έξυπνα & εύκολα!



22. Θέμα 13854

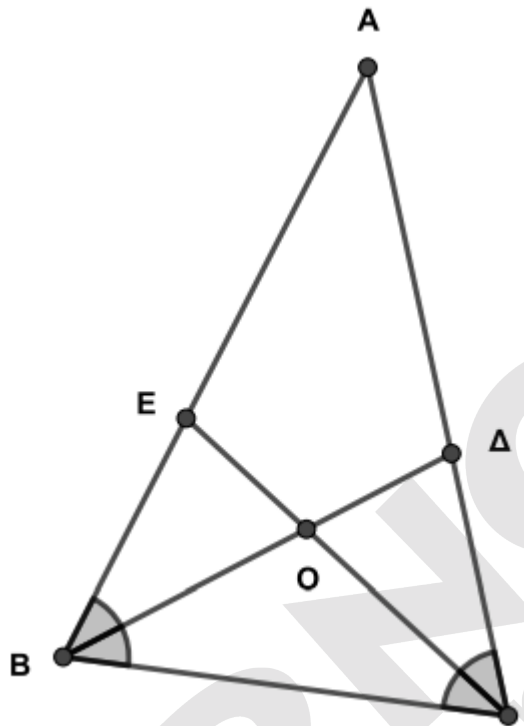
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Οι διχοτόμοι $B\Delta$ και ΓE των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ αντίστοιχα, τέμνονται στο σημείο O .

α) Να αποδείξετε ότι $B\Delta = \Gamma E$. (Μονάδες 9)

β) Από τα σημεία E και Δ φέρνουμε κάθετες EL και ΔK στις πλευρές AG και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι: $\Delta K = EL$. (Μονάδες 9)

γ) Να εντοπίσετε και να σχεδιάσετε σημείο Z της πλευράς $B\Gamma$ που η απόστασή του από το σημείο E να ισούται με την απόσταση των σημείων Δ και K αιτιολογώντας πλήρως την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

Έξυπνα & εύκολα!



Έξυπνα & εύκολα!