

**Κεφ. 3.3. – Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Γεωμετρία Α' Λυκείου****ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ & ΛΥΣΕΙΣ**

Η Τράπεζα Θεμάτων για τη Γεωμετρία Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course της Γεωμετρίας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύψος της Τράπεζας.

**Θέμα 2 - Κωδικοί:****1565, 1582, 1598****1. Θέμα 1565**

Έστω δυο ισοσκελή τρίγωνα  $AB\Gamma$  ( $AB=A\Gamma$ ) και  $A'B'\Gamma'$  ( $A'B'=A'\Gamma'$ ).

α) Να αποδείξετε ότι: αν ισχύει  $AB = A'B'$  και  $\hat{A} = \hat{A}'$ , τότε τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  είναι ίσα. (Μονάδες 13)

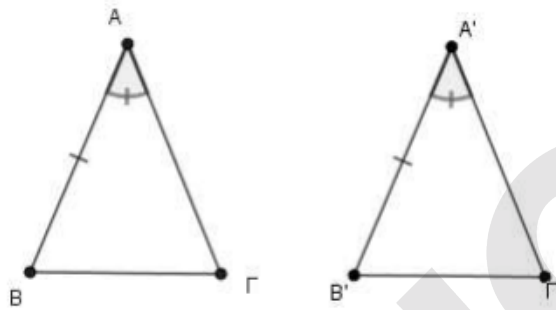
β) Να αποδείξετε ότι: αν ισχύει  $A\Gamma = A'\Gamma'$  και  $\hat{B} = \hat{B}'$ , τότε τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  είναι ίσα. (Μονάδες 12)

**Έξυπνα & εύκολα!**

**ΛΥΣΗ**

Έστω δυο ισοσκελή τρίγωνα  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  με  $A'B' = A'\Gamma'$ .

α) Έστω ότι τα ισοσκελή τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  έχουν  $AB = A'B'$  και  $\hat{A} = \hat{A}'$ .

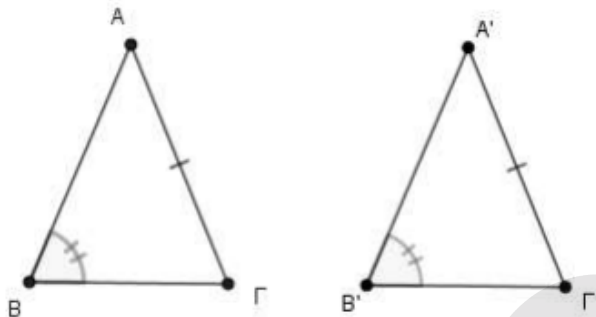


Τα ισοσκελή τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  έχουν το καθένα ένα ζεύγος ίσων πλευρών τις  $AB, A\Gamma$  και  $A'B', A'\Gamma'$  αντίστοιχα. Αφού είναι  $AB = A'B'$  (υπόθεση) θα είναι επίσης και  $A\Gamma = A'\Gamma'$ . Οπότε τα τρίγωνα έχουν δυο πλευρές ίσες (τις ίσες τους) και τις περιεχόμενες, στις πλευρές αυτές, γωνίες  $\hat{A}$  και  $\hat{A}'$  ίσες από την υπόθεση.

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα με το κριτήριο Π-Γ-Π.

Έξυπνα & εύκολα!

β) Έστω ότι τα ισοσκελή τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  έχουν  $A\Gamma = A'\Gamma'$  και  $\widehat{B} = \widehat{B}'$ .



Τα ισοσκελή τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  έχουν ένα ζεύγος ίσων πλευρών τις  $AB, A\Gamma$  και  $A'B', A'\Gamma'$  αντίστοιχα. Αφού είναι  $A\Gamma = A'\Gamma'$  θα είναι επίσης και  $AB = A'B'$ .

Επίσης τα δυο τρίγωνα έχουν ένα ζεύγος ίσων γωνιών,  $\widehat{B} = \widehat{\Gamma}$  και  $\widehat{B}' = \widehat{\Gamma}'$  αντίστοιχα ως γωνίες της βάσης ισοσκελούς τριγώνου. Επειδή  $\widehat{B} = \widehat{B}'$  από την υπόθεση, θα είναι και  $\widehat{\Gamma} = \widehat{\Gamma}'$ . Έχοντας όμως τα τρίγωνα τις δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία, θα είναι ίσες και οι τρίτες γωνίες τους, δηλαδή  $\widehat{A} = \widehat{A}'$ . Τελικά τα τρίγωνα έχουν:

- $A\Gamma = A'\Gamma'$
- $\widehat{\Gamma} = \widehat{\Gamma}'$
- $\widehat{A} = \widehat{A}'$

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα με το κριτήριο Γ-Π-Γ.

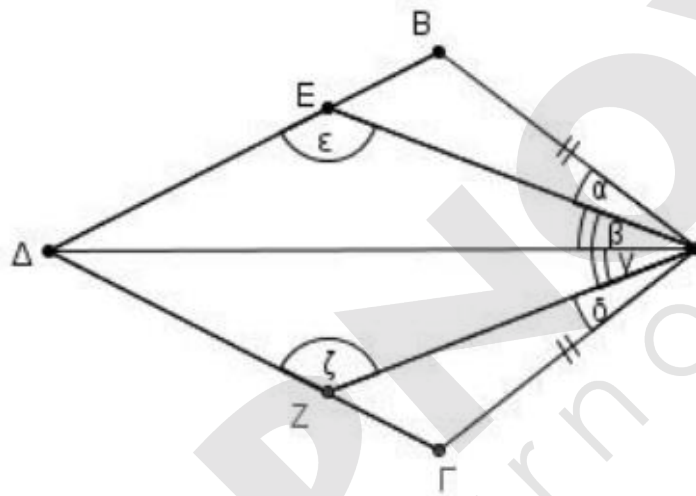
Έξυπνα & εύκολα!

## 2. Θέμα 1582

Αν στο παρακάτω σχήμα είναι  $\hat{\alpha} = \hat{\delta}$ ,  $\hat{\beta} = \hat{\gamma}$  και  $AB=AG$ , να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $A\Gamma\Delta$  είναι ίσα. (12 Μονάδες)

β) Οι γωνίες  $\epsilon$  και  $\zeta$  είναι ίσες. (13 Μονάδες)

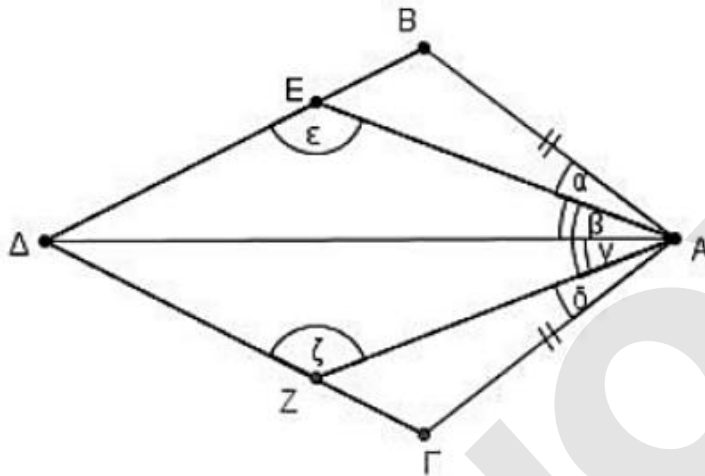

**ΛΥΣΗ**

α) Τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $A\Gamma\Delta$  έχουν:

- $AB = AG$ , από υπόθεση
- $AD$  κοινή πλευρά,
- $\widehat{B\hat{A}\Delta} = \widehat{G\hat{A}\Delta}$ , ως άθροισμα των ίσων γωνιών  $\hat{\alpha} = \hat{\delta}$  και  $\hat{\beta} = \hat{\gamma}$ .

*Έξυπνα & εύκολα!*

Από το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $A\Gamma\Delta$  είναι ίσα.



**β)** Τα τρίγωνα  $E\Delta A$  και  $Z\Delta A$  έχουν:

- $\hat{\beta} = \hat{\gamma}$ , από υπόθεση
- $A\Delta$  κοινή πλευρά,
- $\widehat{E\Delta A} = \widehat{Z\Delta A}$ , επειδή τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $A\Gamma\Delta$  είναι ίσα.

Από το κριτήριο Γ-Π-Γ τα τρίγωνα  $E\Delta A$  και  $Z\Delta A$  είναι ίσα. Οπότε θα είναι ίσες και οι οι γωνίες που βρίσκονται απέναντι από την κοινή πλευρά  $A\Delta$ , δηλαδή  $\hat{\epsilon} = \hat{\zeta}$ .

### 3. Θέμα 1598

Στις προεκτάσεις των πλευρών  $BA$  και  $\Gamma A$  τριγώνου  $AB\Gamma$  παίρνουμε τα τμήματα  $A\Delta = AB$  και  $A\epsilon = A\Gamma$ .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A\Delta\epsilon$  είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

Έξυπνα & εύκολα!

β) Αν AM είναι η διάμεσος του τριγώνου ABΓ και η προέκταση της AM τέμνει την ΕΔ στο Ζ, να δείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα ΑΔΖ και ΑΒΜ είναι ίσα.

(Μονάδες 7)

ii.  $Z\Delta = \frac{E\Delta}{2}$

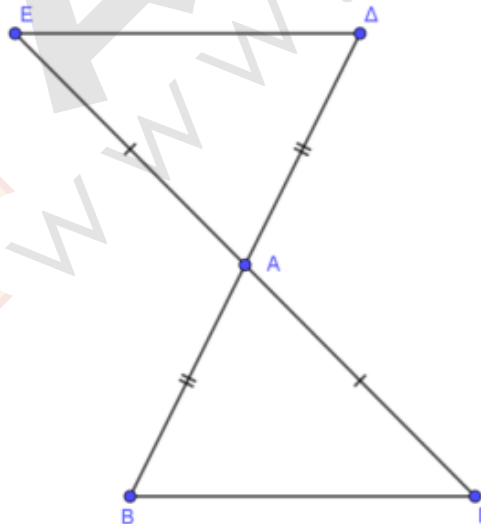
(Μονάδες 6)

**ΛΥΣΗ**

α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ έχουν:

- ΑΔ = ΑΒ από υπόθεση,
- ΑΕ = ΑΓ από υπόθεση,
- $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = \widehat{D\hat{A}E}$  ως κατακορυφήν

Από το κριτήριο Π – Γ – Π τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι ίσα.



*Έξυπνα & εύκολα!*

β) i. Τα τρίγωνα ΑΔΖ και ΑΒΜ έχουν:

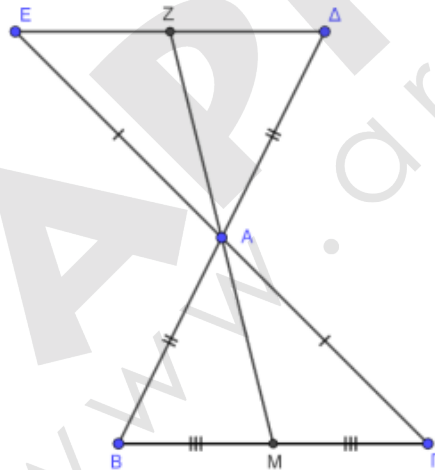
- $AD = AB$  από υπόθεση,
- $\widehat{BAM} = \widehat{DAZ}$  ως κατακορυφήν,
- $\widehat{B} = \widehat{D}$  από τα ίσα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ.

Από το κριτήριο Γ – Π – Γ τα τρίγωνα ΑΔΖ και ΑΒΜ είναι ίσα.

ii. Από την προηγούμενη ισότητα προκύπτει ότι και οι πλευρές που είναι απέναντι από τις ίσες γωνίες  $\widehat{BAM}$  και  $\widehat{DAZ}$  είναι ίσες, δηλαδή  $ZD = BM$ . Τότε

$$ZD = BM \Leftrightarrow ZD = \frac{B\Gamma}{2} = \frac{E\Delta}{2} \quad (1)$$

διότι  $B\Gamma = E\Delta$  αφού τα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι ίσα τρίγωνα.



Έξυπνα & εύκολα!