

Κεφ. 3.13. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Γεωμετρία Α' Λυκείου**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ & ΛΥΣΕΙΣ**

Η Τράπεζα Θεμάτων για τη Γεωμετρία Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας www.arnos.gr για το Course της Γεωμετρίας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύφος της Τράπεζας.

Θέμα 2 - Κωδικοί:

1540, 1646, 13844

1. Θέμα 1540

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$), η διχοτόμος τη γωνίας $\hat{\Gamma}$ τέμνει την πλευρά AB στο σημείο Δ . Από το Δ φέρουμε προς την πλευρά $B\Gamma$ την κάθετο ΔE , η οποία τέμνει τη $B\Gamma$ στο σημείο E .

Να αποδείξετε ότι:

α) $A\Delta = \Delta E$

(Μονάδες 13)

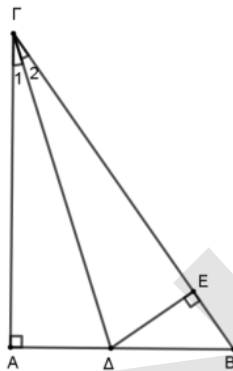
β) $A\Delta < \Delta B$

(Μονάδες 12)

Έξυπνα & εύκολα!

ΛΥΣΗ

Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με \hat{A} ορθή, $\Gamma\Delta$ η διχοτόμος της $\hat{\Gamma}$ και τμήμα ΔE κάθετο στη $B\Gamma$.



α) Τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $\Gamma\Delta E$ έχουν:

- $\hat{A} = \hat{E} = 90^\circ$ (Υπόθεση και $\Delta E \perp B\Gamma$)
- $\Gamma\Delta$ κοινή πλευρά
- $\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2$, αφού $\Gamma\Delta$ διχοτόμος της γωνίας $\hat{\Gamma}$.

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, γιατί είναι ορθογώνια με ίσες υποτεινούσες και μία οξεία γωνία ίση. Οπότε οι πλευρές $A\Delta$ και ΔE είναι ίσες γιατί βρίσκονται απέναντι από τις ίσες γωνίες $\hat{\Gamma}_1$ και $\hat{\Gamma}_2$ αντίστοιχα.

β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο $\Delta E B$ η ΔB είναι η υποτεινούσα, οπότε είναι η μεγαλύτερη πλευρά του τριγώνου. Άρα $\Delta B > \Delta E$. Επειδή $A\Delta = \Delta E$ από το α) ερώτημα, προκύπτει ότι $A\Delta < \Delta B$.

Έξυπνα & εύκολα!

2. Θέμα 1646

Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με ορθή τη γωνία A . Η $B\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας B , η DE είναι κάθετη στην $B\Gamma$ και η γωνία Γ είναι μικρότερη της γωνίας B . Να αποδείξετε ότι:

α) $AD = DE$

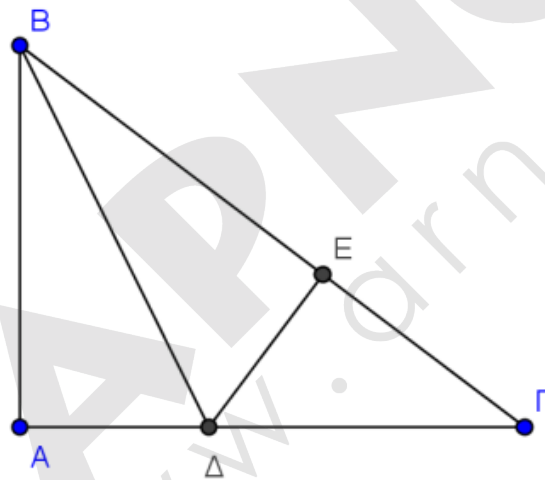
(Μονάδες 8)

β) $AD < DG$

(Μονάδες 9)

γ) $AG > AB$

(Μονάδες 8)



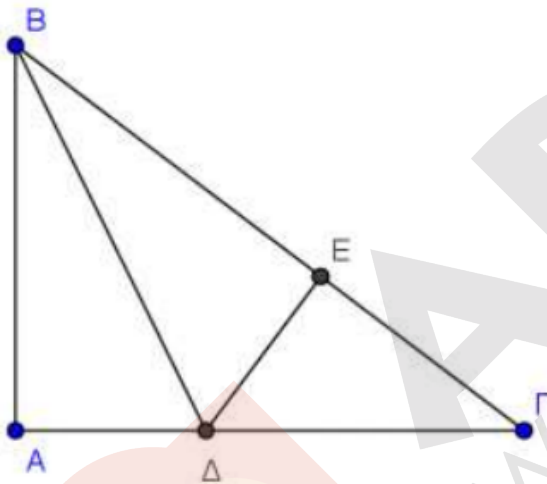
Έξυπνα & εύκολα!

ΛΥΣΗ

α) Το σημείο Δ ανήκει στη διχοτόμο της γωνίας Β άρα ισαπέχει από τις πλευρές ΒΑ, ΒΓ της γωνίας αυτής. Οπότε $AD = DE$ αφού $AD \perp AB$ και $DE \perp BG$.

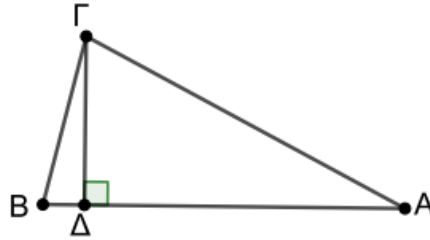
β) Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΔΕΓ η ΔΓ είναι απέναντι από την ορθή γωνία Ε, άρα είναι η μεγαλύτερη πλευρά του τριγώνου. Οπότε $ΔΓ > ΔΕ$. Επειδή $AD = DE$, προκύπτει ότι: $AD < ΔΓ$.

γ) Γνωρίζουμε ότι σ' ένα τρίγωνο απέναντι από άνισες γωνίες βρίσκονται ομοίως άνισες πλευρές. Στο τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\hat{\Gamma} < \hat{B}$ οπότε $AB < ΑΓ$.



Έξυπνα & εύκολα!

3. Θέμα 13844



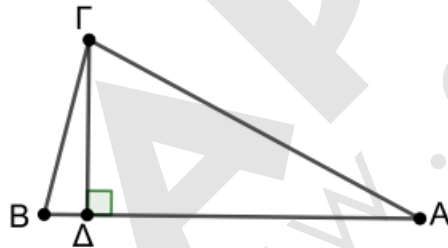
Στο παραπάνω σχήμα ισχύει ότι $B\Delta < A\Delta$, $AB = A\Gamma$ και $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 90^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma > B\Gamma$.

(Μονάδες 10)

β) Ποια είναι η μικρότερη γωνία του τριγώνου $AB\Gamma$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 15)

ΛΥΣΗ


α) Από το σημείο Γ που είναι εκτός της ευθείας AB έχουμε το κάθετο τμήμα $\Gamma\Delta$ και τα πλάγια τμήματα ΓB και ΓA . Το Δ είναι το ίχνος της καθέτου $\Gamma\Delta$ στην AB .

Το ίχνος της $A\Gamma$ στην AB είναι το A , ενώ το ίχνος της $B\Gamma$ στην AB είναι το B .

Εφόσον $A\Delta > B\Delta$, το ίχνος της $A\Gamma$ (δηλαδή το A) απέχει από το ίχνος της καθέτου (δηλαδή το Δ) περισσότερο από όσο απέχει το ίχνος της $B\Gamma$ (δηλαδή το B). Άρα $A\Gamma > B\Gamma$.

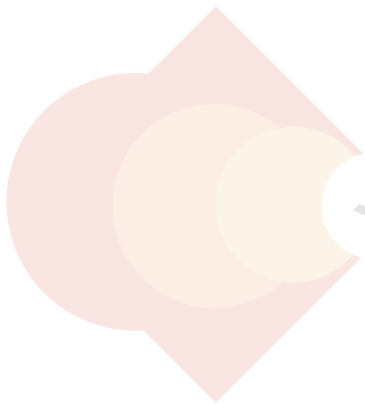
β) Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ η γωνία \hat{B} βρίσκεται απέναντι από την πλευρά $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$, ενώ η γωνία \hat{A} βρίσκεται απέναντι από την πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$. Εφόσον $A\Gamma > B\Gamma$, ομοίως άνισες είναι και οι απέναντι γωνίες, άρα $\hat{B} > \hat{A}$.

Έξυπνα & εύκολα!

Επιπλέον, το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές με $AB = AG$. Επομένως για τις γωνίες της βάσης του, ΒΓ ισχύει ότι $\hat{B} = \hat{\Gamma}$.

Άρα $\hat{\Gamma} > \hat{A}$.

Συνεπώς η μικρότερη γωνία του τριγώνου ABΓ είναι η \hat{A} .



ARNOS
www.arnos.gr

Έξυπνα & εύκολα!