Κεφ. 3.12. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Γεωμετρία Α' Λυκείου

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ & ΛΥΣΕΙΣ

Η Τράπεζα Θεμάτων για τη Γεωμετρία Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας www.arnos.gr για το Course της Γεωμετρίας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύφος της Τράπεζας.

Θέμα 2 - Κωδικοί:

1573

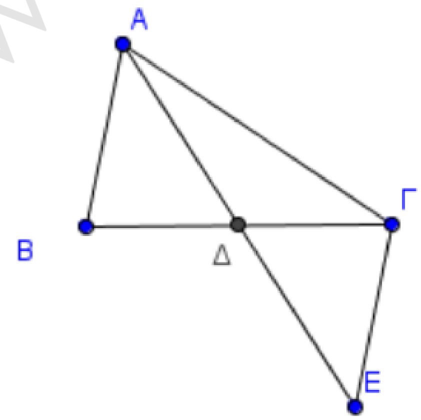
1. Θέμα 1573

Στο ακόλουθο σχήμα, η ΑΔ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ και το Ε είναι σημείο στην προέκταση της ΑΔ , ώστε ΔΕ=ΑΔ.

Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΒ = ΓΕ (Μονάδες 12)

β) ΑΕ < ΑΒ + ΑΓ (Μονάδες 13)

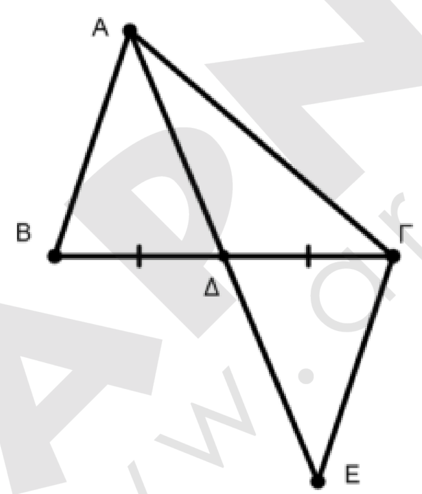


ΛΥΣΗ

α) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΔΓΕ έχουν:

- ΑΔ = ΔΕ
- ΒΔ = ΔΓ, διότι Δ μέσο της ΒΓ
- $A\hat{\Delta}B = E\hat{\Delta}\Gamma$ ως κατακορυφήν

Από το κριτήριο ΠΓΠ τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΔΓΕ είναι ίσα, οπότε και οι πλευρές ΑΒ και ΓΕ, που βρίσκονται απέναντι από τις $A\hat{\Delta}B = E\hat{\Delta}\Gamma$, θα είναι ίσες. Δηλ. ΑΒ = ΓΕ (1).



β) Εφαρμόζοντας την τριγωνική ανισότητα στο τρίγωνο ΑΓΕ, έχουμε ΑΕ < ΓΕ + ΑΓ και λόγω του (α) έχουμε ΑΕ < ΑΒ + ΑΓ.

Θέμα 4 - Κωδικοί:

1749

2. Θέμα 1749

Θεωρούμε δυο σημεία Α και Β τα οποία βρίσκονται στο ίδιο μέρος ως προς μια ευθεία (ε), τέτοια ώστε η ευθεία ΑΒ δεν είναι κάθετη στην (ε) . Έστω Α΄ το συμμετρικό του Α ως προς την ευθεία (ε).

α) Αν η Α΄Β τέμνει την ευθεία (ε) στο σημείο Ο, να αποδείξετε ότι:

i. Η ευθεία (ε) διχοτομεί τη γωνία $\widehat{AOA'}$. (Μονάδες 6)

ii. Οι ημιευθείες ΟΑ και ΟΒ σχηματίζουν ίσες οξείες γωνίες με την ευθεία (ε) (Μονάδες 6)

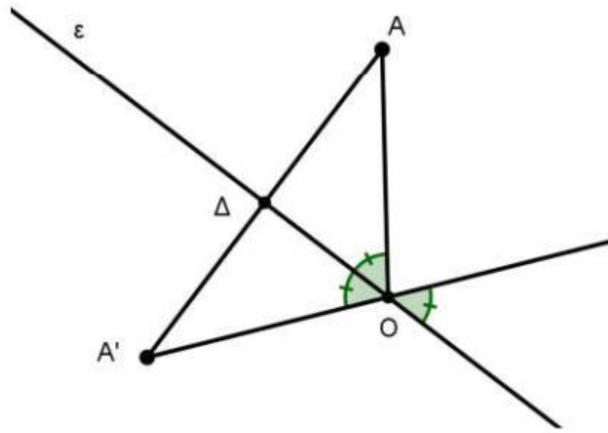
β) Αν Κ είναι ένα άλλο σημείο πάνω στην ευθεία (ε), να αποδείξετε ότι:

i. $KA = KA'$ (Μονάδες 6)

ii. $KA + KB > AO + OB$ (Μονάδες 7)

ΛΥΣΗ

α) i. Στο τρίγωνο ΟΑΑ΄ το ΟΔ είναι ύψος και διάμεσος, η ΟΔ είναι μεσοκάθετος του ΑΑ΄, οπότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές και η ΟΔ είναι και διχοτόμος της γωνίας $A\hat{O}A'$.

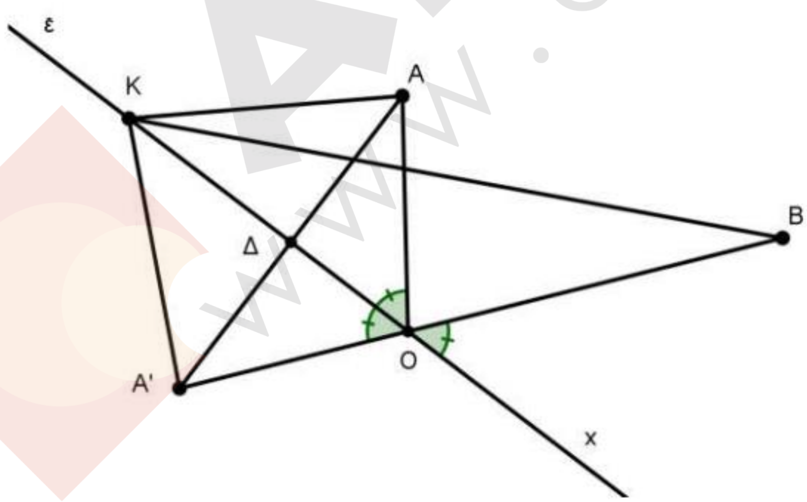


ii. Το τρίγωνο ΑΔΟ είναι ορθογώνιο οπότε η γωνία $A\widehat{O}\Delta$ είναι οξεία.

Είναι $A\widehat{O}\Delta = \Delta\widehat{O}A'$ (από το α.i) και $\Delta\widehat{O}A' = B\widehat{O}x$ ως κατακορυφήν. Επίσης, $\Delta\widehat{O}A' < 90^o$ άρα και $B\widehat{O}x < 90^o$.

Άρα οι $A\widehat{O}\Delta$ και $B\widehat{O}Z$ είναι οξείες γωνίες και ίσες.

β) i. Επειδή το Κ ανήκει στη μεσοκάθετο του ΑΑ΄ ισχύει ότι ΚΑ = ΚΑ΄.



ii. Εφαρμόζουμε την τριγωνική ανισότητα στο τρίγωνο ΚΒΑ΄ και βρίσκουμε:

$KA' + KB > BA'$ και επειδή $KA' = KA$ και $BA' = OA' + OB$, προκύπτει ότι

$KA + KB > OA' + OB \Leftrightarrow KA + KB > OA + OB$