

**Κεφ. 3.11. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Γεωμετρία Α' Λυκείου****ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

Η Τράπεζα Θεμάτων για τη Γεωμετρία Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course της Γεωμετρίας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύφος της Τράπεζας.

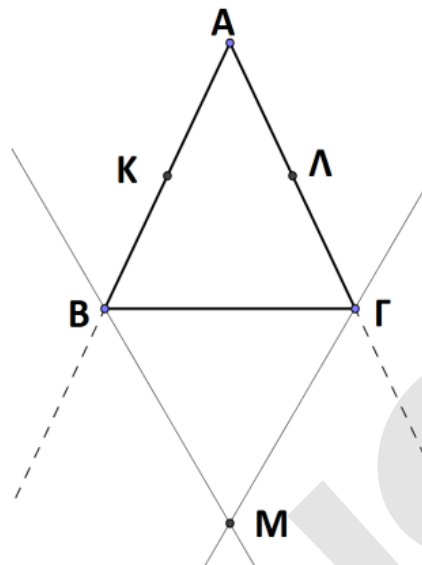
**Θέμα 2 - Κωδικοί:****1553, 1558, 1568, 1578, 1585, 1658****1. Θέμα 1553**

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ). Οι διχοτόμοι των εξωτερικών γωνιών  $B$  και  $\Gamma$  τέμνονται στο σημείο  $M$  και  $K, \Lambda$  είναι αντίστοιχα τα μέσα των πλευρών  $AB$  και  $AG$ .

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο  $BM\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $MB=M\Gamma$ . (Μονάδες 12)

β) Να δείξετε ότι  $MK=ML$ . (Μονάδες 13)

*Έξυπνα & εύκολα!*


**2. Θέμα 1558**

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) και  $I$  το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών  $\hat{B}$  και  $\hat{\Gamma}$ .

Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο  $B\Gamma I$  είναι ισοσκελές. (Μονάδες 8)
- β) Οι γωνίες  $\hat{A}\hat{\Gamma}I$  και  $\hat{A}\hat{I}B$  είναι ίσες. (Μονάδες 10)
- γ) Η ευθεία  $AI$  είναι μεσοκάθετος του τμήματος  $B\Gamma$ . (Μονάδες 7)

*Έξυπνα & εύκολα!*

**3. Θέμα 1568**

Θεωρούμε τρίγωνο  $AB\Gamma$  και τα ύψη του  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  που αντιστοιχούν στις πλευρές του  $A\Gamma$  και  $AB$  αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι :

α) Αν το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $AB=A\Gamma$ , τότε τα ύψη  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

β) Αν τα ύψη  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  είναι ίσα, τότε το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές με  $A\Gamma=AB$ .

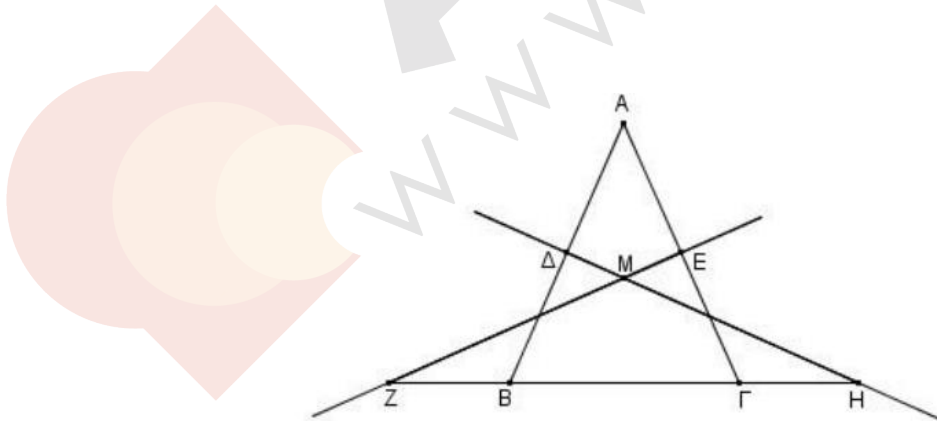
(Μονάδες 13)

**4. Θέμα 1578**

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=A\Gamma$ ). Οι μεσοκάθετες ευθείες των ίσων πλευρών του τέμνονται στο  $M$  και προεκτεινόμενες τέμνουν τη βάση  $B\Gamma$  στα  $Z$  και  $H$ .

α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα  $\Delta B\eta$  και  $E\zeta\Gamma$ . (Μονάδες 15)

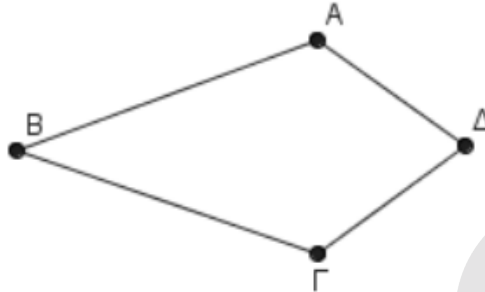
β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $M\zeta\eta$  είναι ισοσκελές. (Μονάδες 10)



*Έξυπνα & εύκολα!*

## 5. Θέμα 1585

Έστω κυρτό τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  με  $BA = B\Gamma$  και  $\hat{A} = \hat{\Gamma}$ .



Να αποδείξετε ότι:

α)  $B\hat{A}\Gamma = B\hat{\Gamma}A$ .

(Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο  $A\Delta\Gamma$  είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 10)

γ) Η ευθεία  $B\Delta$  είναι μεσοκάθετος του τμήματος  $A\Gamma$ .

(Μονάδες 7)

## 6. Θέμα 1658

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με τη γωνία  $A$  ορθή και από το μέσο  $M$  της πλευράς  $B\Gamma$  φέρουμε τα κάθετα τμήματα  $M\Delta$  και  $ME$  στις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Αν  $M\Delta = ME$  τότε:

i. τα τρίγωνα  $B\Delta M$  και  $\Gamma E M$  είναι ίσα.

(Μονάδες 8)

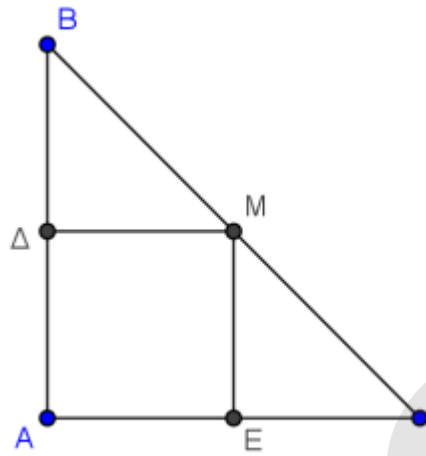
ii. το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές.

(Μονάδες 9)

β) Αν  $AB = A\Gamma$  τότε  $M\Delta = ME$ .

(Μονάδες 8)

Έξυπνα & εύκολα!



Θέμα 3 - Κωδικοί:

12069

7. Θέμα 12069

Σε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) παίρνουμε στην πλευρά  $AB$  σημείο  $\Delta$ , ώστε  $DB = 2AD$ , και στην πλευρά  $A\Gamma$  σημείο  $E$ , ώστε  $E\Gamma = 2AE$ . Το  $M$  είναι το μέσο της πλευράς  $B\Gamma$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Τα τμήματα  $DB$  και  $E\Gamma$  είναι ίσα. (Μονάδες 6)
- ii. Το τρίγωνο  $MDE$  είναι ισοσκελές. (Μονάδες 6)

β) Αν  $P$  το σημείο τομής των τμημάτων  $BE$  και  $\Gamma\Delta$  να δείξετε ότι:

- i. Οι γωνίες  $\widehat{B\Gamma E}$  και  $\widehat{B\Gamma\Delta}$  είναι ίσες. (Μονάδες 6)
- ii. Το τμήμα  $PM$  διχοτομεί τη γωνία  $B\hat{P}\Gamma$ . (Μονάδες 7)

Έξυπνα & εύκολα!

Κωδικοί Θεμάτων 4:  
1725, 1846, 1875

**8. Θέμα 1725**

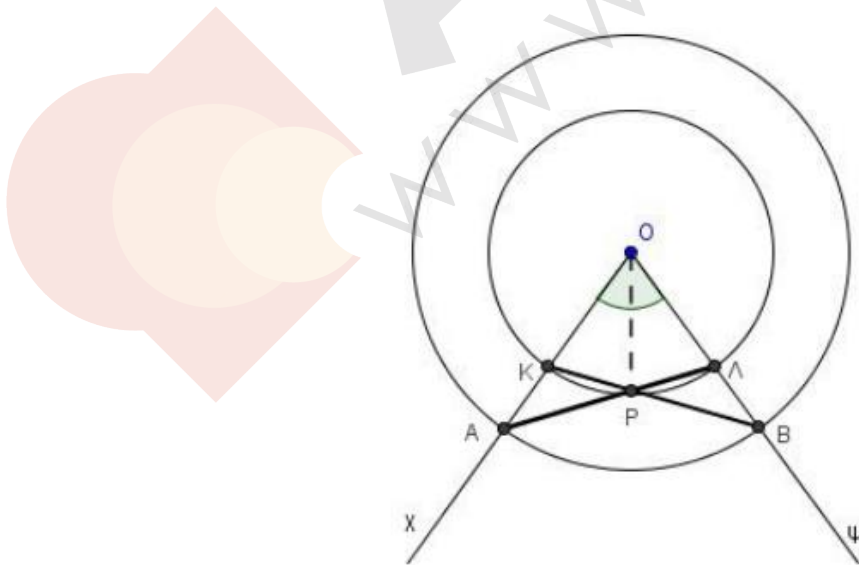
Δίνεται οξεία γωνία  $\hat{xOy}$  και δύο ομόκεντροι κύκλοι  $(O, \rho_1)$  και  $(O, \rho_2)$  με  $\rho_1 < \rho_2$ , που τέμνουν την  $Ox$  στα σημεία  $K, A$  και την  $O\psi$  στα  $\Lambda, B$  αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α)  $AL = BK$ . (Μονάδες 8)

β) Το τρίγωνο  $APB$  είναι ισοσκελές, όπου  $P$  το σημείο τομής των  $AL$  και  $BK$ . (Μονάδες 8)

γ) Η  $OP$  διχοτομεί την  $\hat{xOy}$ . (Μονάδες 9)



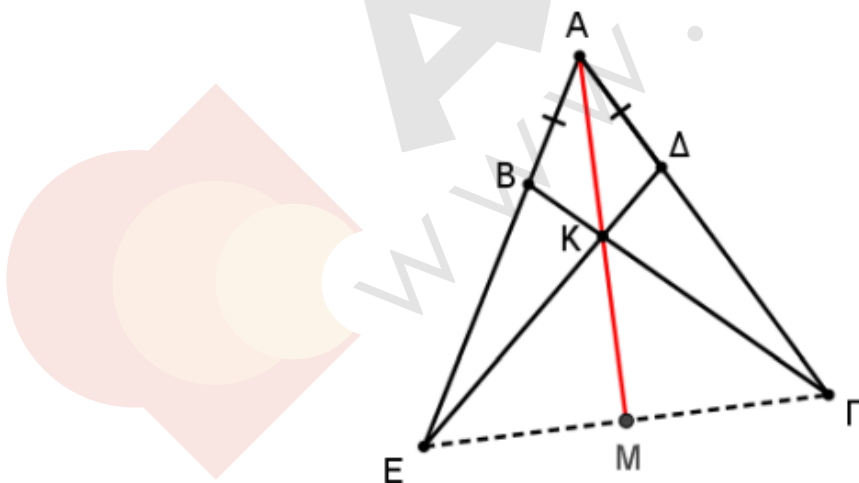
*Έξυπνα & εύκολα!*

## 9. Θέμα 1846

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB < A\Gamma$ . Στην προέκταση της  $AB$  (προς το  $B$ ) θεωρούμε σημείο  $E$  έτσι ώστε  $AE = A\Gamma$ . Στην πλευρά  $A\Gamma$  θεωρούμε σημείο  $\Delta$  έτσι ώστε  $A\Delta = AB$ . Αν τα τμήματα  $\Delta E$  και  $B\Gamma$  τέμνονται στο  $K$  και η προέκταση της  $AK$  τέμνει την  $E\Gamma$  στο  $M$ .

Να αποδείξετε ότι:

- α)  $B\Gamma = \Delta E$  (Μονάδες 6)
- β)  $BK = K\Delta$  (Μονάδες 7)
- γ) Η  $AK$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $A$ . (Μονάδες 6)
- δ) Η  $AM$  είναι μεσοκάθετος της  $E\Gamma$ . (Μονάδες 6)



Έξυπνα & εύκολα!

**10. Θέμα 1875**

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=A\Gamma$ ), και την ευθεία  $\epsilon$  της εξωτερικής διχοτόμου της γωνίας  $A$ . Η κάθετη στην πλευρά  $AB$  στο  $B$  τέμνει την  $\epsilon$  στο  $K$  και την ευθεία  $A\Gamma$  στο  $Z$ . Η κάθετη στην πλευρά  $A\Gamma$  στο  $\Gamma$  τέμνει την  $\epsilon$  στο  $\Lambda$  και την ευθεία  $AB$  στο  $E$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

i.  $AZ=AE$

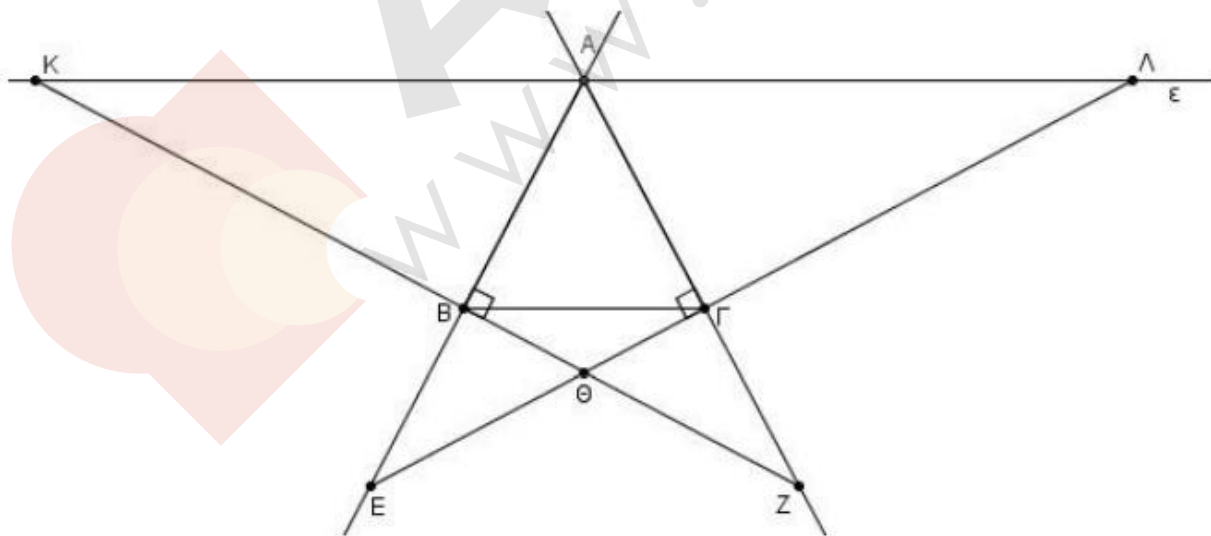
(Μονάδες 8)

ii.  $AK=A\Lambda$

(Μονάδες 9)

β) Ένας μαθητής κοιτώντας το σχήμα, διατύπωσε την άποψη ότι η  $A\Theta$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $A$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ , όπου  $\Theta$  το σημείο τομής των  $KZ$  και  $E\Lambda$ . Συμφωνείτε με την παραπάνω σκέψη του μαθητή ή όχι; Δικαιολογήστε πλήρως την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)



*Έξυπνα & εύκολα!*