

**Κεφ. 4.4. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Άλγεβρα Β' Λυκείου****ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ****Θέμα 4 – Κωδικοί:****15037, 15187, 15270, 15377, 17941, 20647, 22016****1. Θέμα 15037 Αρχέτυπο**

Στο σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = \sqrt{x+3}$ και

$$g(x) = 3x - 1.$$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και τη μονοτονία των συναρτήσεων f, g .

(Μονάδες 4)

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = g(x)$.

(Μονάδες 6)

γ)

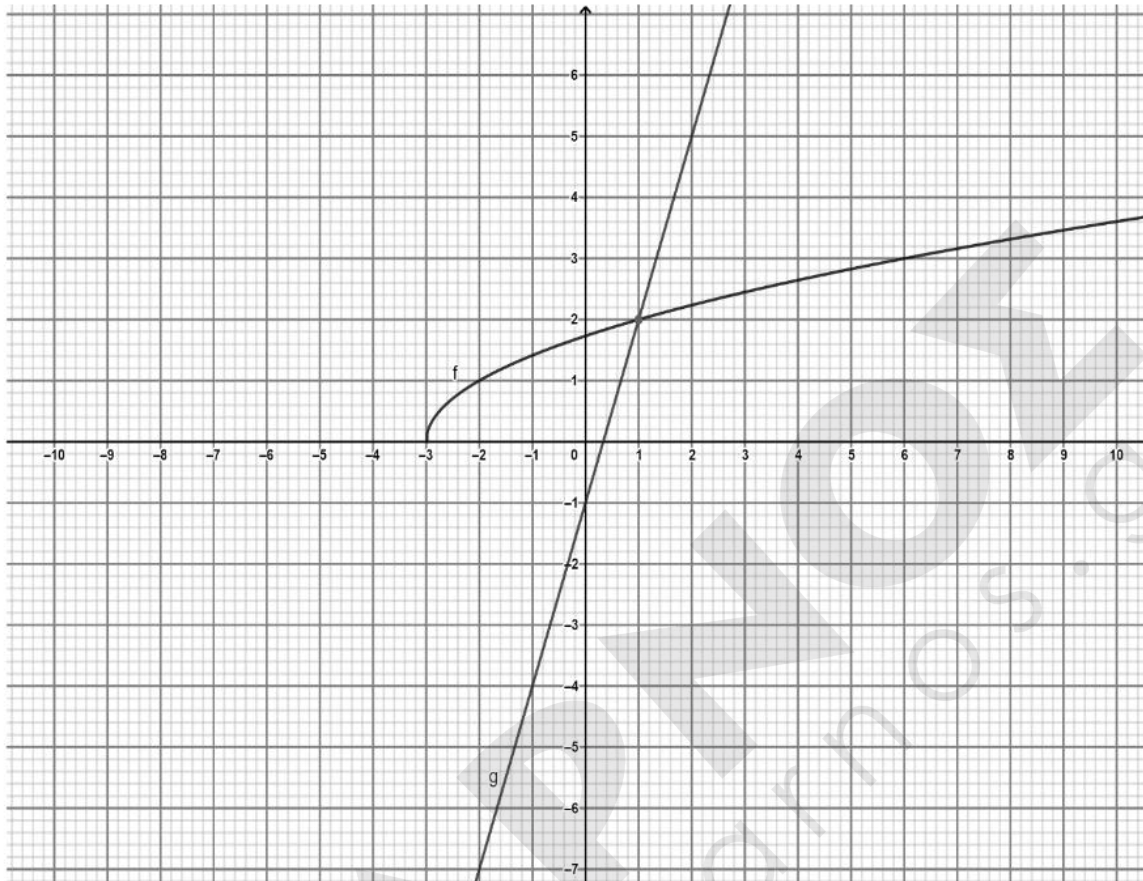
i. Να λύσετε γραφικά την ανίσωση $f(x) < g(x)$.

(Μονάδες 7)

ii. Να επιβεβαιώσετε αλγεβρικά το αποτέλεσμα του i ερωτήματος.

(Μονάδες 8)

Έξυπνα & Εύκολα!



Έξυπνα & Εύκολα!

**2. Θέμα 15187 Αρχέτυπο**

Για τη γωνία ω του παρακάτω σχήματος ισχύει

$$5\eta\mu^3\omega - 8\eta\mu^2\omega - 7\eta\mu\omega + 6 = 0.$$

α) Να δείξετε ότι $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$.

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε:

i. την τιμή του $\sigma\upsilon\nu\omega$,

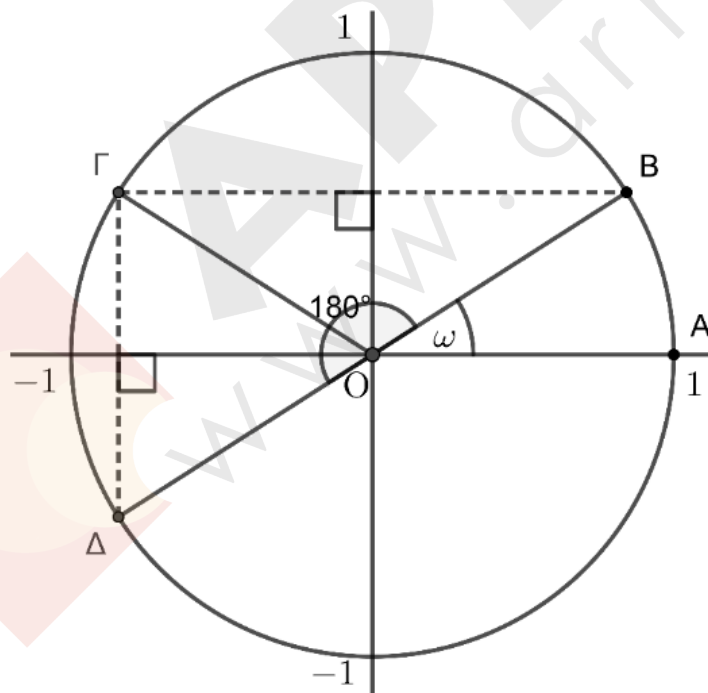
(Μονάδες 6)

ii. τις συντεταγμένες των σημείων B , Γ και Δ ,

(Μονάδες 6)

iii. το ημίτονο και το συνημίτονο των θετικών γωνιών $A\hat{O}B$, $A\hat{O}\Gamma$ και $A\hat{O}\Delta$.

(Μονάδες 5)



Έξυπνα & Εύκολα!

**3. Θέμα 15270 Αρχέτυπο**

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε την μονοτονία της και την μέγιστη τιμή της.

(Μονάδες 6)

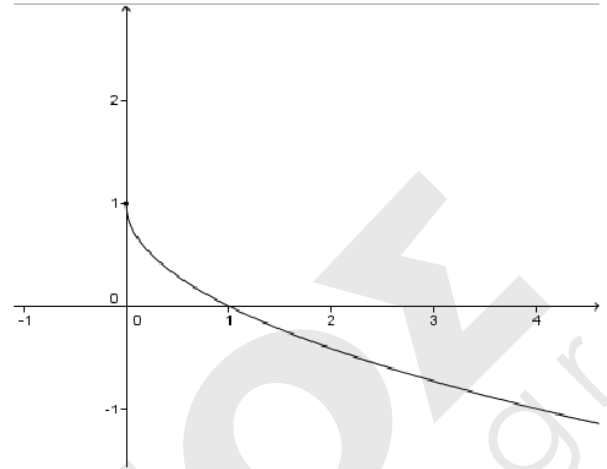
β) Αν $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$, και $0 < \alpha < \frac{1}{4} < \beta$, να βρείτε το

πρόσημο του γινομένου $P = (2f(\alpha) - 1)(2f(\beta) - 1)$

(Μονάδες 10)

γ) Έστω ότι η συνάρτηση του προβλήματος είναι η $f(x) = 1 - \sqrt{x}$, $x \geq 0$. Να βρείτε τα κοινά σημεία της γραφικής της παράστασης με την ευθεία $y = 2x$.

(Μονάδες 9)



Έξυπνα & Εύκολα!

**4. Θέμα 15377 Αρχέτυπο**

Μία κυβική δεξαμενή A έχει ακμή με μήκος x μέτρα.

Αν αυξηθεί η μία μόνο ακμή της κατά μία μονάδα θα μετατραπεί στη δεξαμενή B σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με τετράγωνη βάση.

α) Να βρείτε τη διαφορά $\Delta(x)$ των όγκων των δύο δεξαμενών ως συνάρτηση του x .

(Μονάδες 4)

β) Αν ο όγκος της δεξαμενής B είναι 36 κυβικά μέτρα να βρείτε:

i. Τις διαστάσεις των δεξαμενών A και B.

(Μονάδες 9)

ii. Τη διαφορά των όγκων $\Delta(x)$.

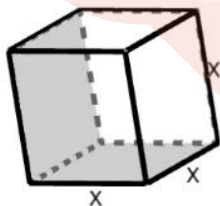
(Μονάδες 4)

γ) Αν επιπλέον αυξηθεί η μία ακμή της βάσης της δεξαμενής B κατά 2 μονάδες, να βρείτε τη μικρότερη τιμή του x ώστε ο όγκος της νέας δεξαμενής Γ να είναι τουλάχιστον 60 κυβικά μέτρα.

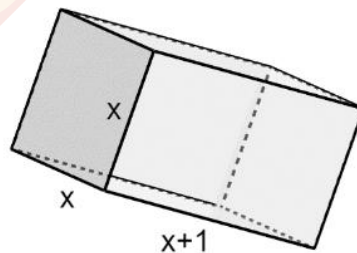
(Μονάδες 8)

Βοηθητικά δίνονται τα σχήματα των δεξαμενών A, B και Γ

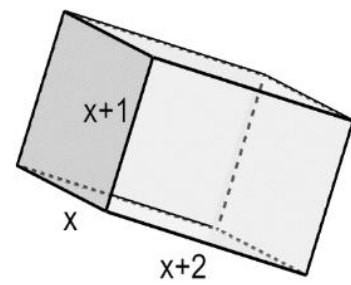
Δεξαμενή A



Δεξαμενή B



Δεξαμενή Γ



Έξυπνα & Εύκολα!

**5. Θέμα 17941 Αρχέτυπο**

Δίνεται η εξίσωση $\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2} = a, a \in \mathbb{R}$. (1)

α) Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ορίζεται η εξίσωση (1).

(Μονάδες 5)

β) Να λύσετε την εξίσωση (1) για $a=0$.

(Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}$ είναι άρτια.

(Μονάδες 5)

δ) Να αποδείξετε ότι:

i) Για $a = 2\sqrt{2}$ η εξίσωση (1) έχει μοναδική ρίζα.

ii) Για $a \neq 2\sqrt{2}$ αν η εξίσωση (1) έχει ως ρίζα τον αριθμό $\rho \in [-2, 2]$, τότε θα έχει ως ρίζα και τον αριθμό $-\rho$.

(Μονάδες 10)

Έξυπνα & Εύκολα!

**6. Θέμα 20647 Αρχέτυπο**

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = ax^3 + bx^2 - bx + 3$, $a, b \in \mathbb{R}$. Αν είναι γνωστό ότι έχει ρίζα τον αριθμό 2, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι τουλάχιστον ένας συντελεστής του δεν είναι ακέραιος.

(Μονάδες 7)

Αν επιπλέον $P(1) = 0$, τότε:

β) Να αποδείξετε ότι $a = -3$ και $b = \frac{21}{2}$.

(Μονάδες 6)

γ) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) \leq 0$.

(Μονάδες 6)

δ) Να λύσετε την εξίσωση $P(\sin x) = 0$.

(Μονάδες 6)

7. Θέμα 22016 Αρχέτυπο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. Να λύσετε:

α) Την εξίσωση $P(x) = 0$.

(Μονάδες 9)

β) Την ανίσωση: $P(x) \geq 0$.

(Μονάδες 8)

γ) Την εξίσωση: $1 + \sqrt{P(x)} = x$.

(Μονάδες 8)

Έξυπνα & Εύκολα!