

**Κεφ. 4.1. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Άλγεβρα Β' Λυκείου****ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ & ΛΥΣΕΙΣ****Θέμα 2 – Κωδικοί:****15113, 20640, 21998**

Η Τράπεζα Θεμάτων για την Άλγεβρα Β' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course της Άλγεβρας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύψος της Τράπεζας.

**1. Θέμα 15113 Αρχέτυπο**

Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2(x^3 - 1) + 9 \text{ και } Q(x) = \alpha x^2 + 7, \alpha \in \mathbb{R}.$$

α) Είναι το πολυώνυμο  $P(x)$  3<sup>ου</sup> βαθμού; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε την τιμή του  $\alpha$ , ώστε τα πολυώνυμα  $P(x)$  και  $Q(x)$  να είναι ίσα.

(Μονάδες 12)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**ΛΥΣΗ**

α) Έχουμε:

$$P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2(x^3 - 1) + 9 \Leftrightarrow$$

$$P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2x^3 - 2 + 9 \Leftrightarrow$$

$$P(x) = 0x^3 + 4x^2 + 7 \Leftrightarrow$$

$$P(x) = 4x^2 + 7.$$

Συνεπώς το πολυώνυμο  $P(x)$  είναι 2<sup>ου</sup> βαθμού.

β) Για να είναι τα πολυώνυμα  $P(x)$  και  $Q(x)$  ίσα, πρέπει να είναι ίδιου βαθμού και να έχουν τους αντίστοιχους συντελεστές ίσους. Άρα πρέπει  $\alpha = 4$ .

**2. Θέμα 20640 Αρχέτυπο**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 - 8x^2 + 7x - 1$ .

α) Να αποδείξετε ότι έχει ρίζα τον αριθμό 1.

(Μονάδες 9)

β) Έστω  $Q(x)$  πολυώνυμο το οποίο δεν έχει ρίζα τον αριθμό 1.

i. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο  $R_1(x) = P(x) + Q(x)$  δεν έχει ρίζα τον αριθμό 1.

(Μονάδες 8)

ii. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο  $R_2(x) = P(x) \cdot Q(x)$  έχει ρίζα τον αριθμό 1.

(Μονάδες 8)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**ΛΥΣΗ**

α) Είναι:

$$P(1) = 2 \cdot 1^3 - 8 \cdot 1^2 + 7 \cdot 1 - 1 = 2 - 8 + 7 - 1 = 9 - 9 = 0$$

οπότε το πολυώνυμο έχει ρίζα τον αριθμό 1.

β) Ισχύει:  $Q(1) \neq 0$ , οπότε:i. Για το πολυώνυμο  $R_1(x)$  έχουμε:

$$R_1(1) = P(1) + Q(1) = 0 + Q(1) \neq 0$$

Άρα το πολυώνυμο  $R_1(x)$  δεν έχει ρίζα τον αριθμό 1.ii. Για το πολυώνυμο  $R_2(x)$  έχουμε:

$$R_2(1) = P(1) \cdot Q(1) = 0 \cdot Q(1) = 0$$

Άρα το πολυώνυμο  $R_2(x)$  έχει ρίζα τον αριθμό 1.**3. Θέμα 21998 Αρχέτυπο**Δίδεται το πολυώνυμο  $P(x) = (x - 2) \cdot (x^6 + 1)$ .α) Ποιος είναι ο βαθμός του πολυωνύμου  $P(x)$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε όλες τις ρίζες του πολυωνύμου  $P(x)$ .

(Μονάδες 13)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**ΛΥΣΗ**

α) Γνωρίζουμε ότι ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

Εδώ, το πολυώνυμο  $x - 2$  είναι  $1^{\text{ου}}$  βαθμού και το πολυώνυμο  $x^6 + 1$  είναι  $6^{\text{ου}}$  βαθμού.

Επομένως, το γινόμενο τους  $P(x)$  είναι πολυώνυμο  $7^{\text{ου}}$  βαθμού.

β) Οι ρίζες του πολυωνύμου  $P(x)$  είναι οι λύσεις της εξίσωσης  $P(x) = 0$ . Όμως,

$$P(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 2) \cdot (x^6 + 1) = 0 \stackrel{x^6+1>0}{\Leftrightarrow} x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Άρα, το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει μοναδική ρίζα τον αριθμό 2.

**Έξυπνα & Εύκολα!**