

Κεφ. 1.2. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Άλγεβρα Β' Λυκείου**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ & ΛΥΣΕΙΣ**

Κωδικός Θέματος 3: 14979

Η Τράπεζα Θεμάτων για την Άλγεβρα Β' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας www.arnos.gr για το Course της Άλγεβρας, μελετάς και προετοιμάζεις με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύψος της Τράπεζας.

1. Θέμα 14979 Αρχέτυπο

Δίνεται το σύστημα (Σ):
$$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$$

α) Να λύσετε το σύστημα (Σ).

(Μονάδες 12)

β) Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά, σε κατάλληλο σχήμα, τις λύσεις του συστήματος (Σ) που βρήκατε στο ερώτημα α.

(Μονάδες 13)

Έξυπνα & Εύκολα!

ΛΥΣΗ

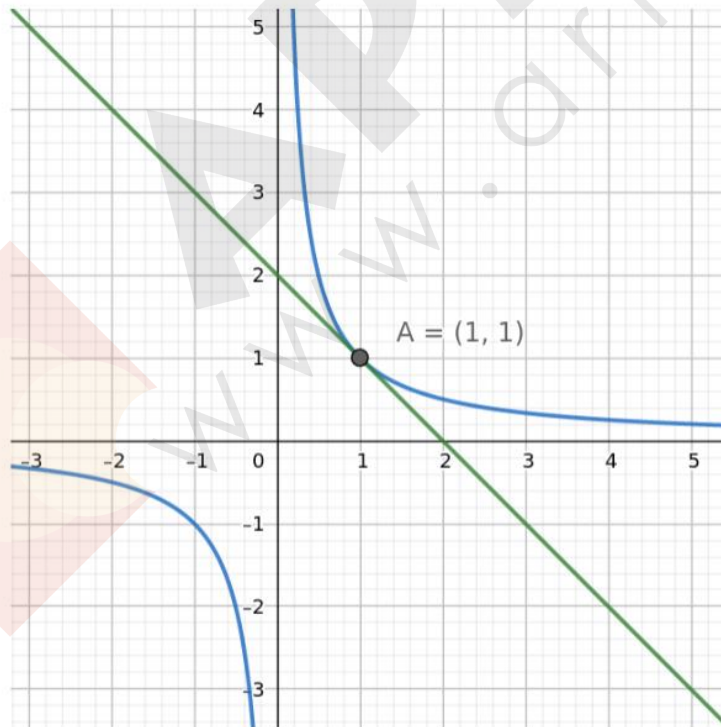
α) Το σύστημα (Σ) έχει νόημα για $x \neq 0$. Αντικαθιστώντας το y από την πρώτη εξίσωση στη δεύτερη έχουμε:

$$-x+2=\frac{1}{x} \Leftrightarrow -x^2+2x=1 \Leftrightarrow x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow (x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=1.$$

Για $x=1$ η πρώτη εξίσωση δίνει $y=-1+2 \Leftrightarrow y=1$.

Συνεπώς το σύστημα έχει μοναδική λύση την $(x,y)=(1,1)$.

β) Η εξίσωση $y=-x+2$ παριστάνει μία ευθεία, ενώ η εξίσωση $y=\frac{1}{x}$ παριστάνει μία υπερβολή. Η λύση του συστήματος $(x,y)=(1,1)$ είναι οι συντεταγμένες του μοναδικού σημείου τομής τους, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Έξυπνα & Εύκολα!

Θέμα 4 - Κωδικός: 15118**2. Θέμα 15118 Αρχέτυπο**

α) Να λύσετε το σύστημα (Σ_1) :
$$\begin{cases} xy = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

(Μονάδες 8)

β) Είναι όλες οι λύσεις του συστήματος (Σ_1) λύσεις και του (Σ_2) :
$$\begin{cases} |xy| = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases};$$
 Να

αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε:
$$\begin{cases} xy = 6 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{6}{x} \\ x^2 + \left(\frac{6}{x}\right)^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{6}{x} \\ x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \end{cases} \quad (1).$$

Θέτουμε $x^2 = \omega > 0$, οπότε η εξίσωση (1) γίνεται: $\omega^2 - 13\omega + 36 = 0$ που έχει ρίζες $\omega = 4$ και $\omega = 9$. Άρα $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$ και $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

Οπότε το σύστημα έχει τέσσερις λύσεις, τις $(2,3), (-2,-3), (3,2)$ και $(-3,-2)$.

β) Παρατηρούμε ότι:

$$|2 \cdot 3| = 6 \text{ και } 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13. \text{ Ομοίως } |-2 \cdot (-3)| = 6 \text{ και } (-2)^2 + (-3)^2 = 4 + 9 = 13, |3 \cdot 2| = 6$$

$$\text{και } 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13, |(-3) \cdot (-2)| = 6 \text{ και } (-3)^2 + (-2)^2 = 9 + 4 = 13, \text{ άρα οι λύσεις του}$$

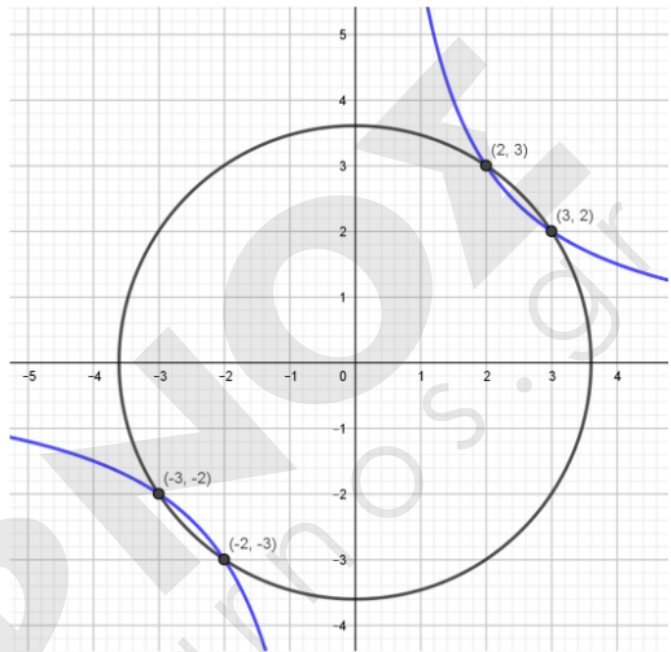
συστήματος (Σ_1) είναι και λύσεις του (Σ_2) .

Έξυπνα & Εύκολα!

γ)

i. Το (Σ_2) έχει οκτώ λύσεις, τις $(2,3), (-2,-3), (3,2), (-3,-2)$ (που είναι λύσεις και του (Σ_1)) και τις $(-2,3), (-3,2), (3,-2), (2,-3)$.

ii. Όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, η γεωμετρική αναπαράσταση του (Σ_1) είναι το τμήμα της γραφικής αναπαράστασης του (Σ_2) που αποτελείται από τον κύκλο και τους κλάδους της υπερβολής που βρίσκονται στο 1^ο και 3^ο τεταρτημόριο, όπου είναι σημειωμένα και τα σημεία τομής των δυο γραμμών, οι συντεταγμένες των οποίων είναι οι λύσεις του συστήματος αυτού.



Έξυπνα & Εύκολα!