

**Κεφ. 2.2. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 –  
Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου**

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

Η Τράπεζα Θεμάτων για τα Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course Των Μαθηματικών, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύψος της Τράπεζας.

**Θέμα 2 – Κωδικοί:**

**15986, 21162, 21662, 22072, 22092, 22171**

**1.Θέμα 15986**

Δίνονται τα σημεία  $A(1,1)$  και  $B(2,3)$

α) i) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα  $A, B$ .

ii) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας  $AB$  είναι η  $(\epsilon): y = 2x - 1$ .

(Μονάδες 12)

β) Να εξετάσετε αν το σημείο  $\Gamma(2^{100}, 5)$  ανήκει στην ευθεία  $(\epsilon)$ .

(Μονάδες 13)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**2.Θέμα 21162**

Δίνονται τα σημεία  $A(3,2)$  και  $B(-1,-6)$ . Να βρεθούν:

α) Οι συντεταγμένες του μέσου  $M$  του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ . (Μονάδες 8)

β) Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία  $A$  και  $B$ .  
(Μονάδες 8)

γ) Η εξίσωση της μεσοκαθέτου ευθείας ( $\epsilon$ ) του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ . (Μονάδες 9)

**3.Θέμα 21662 Αρχέτυπο**

Δίνεται η ευθεία  $\epsilon: -x + y - 2 = 0$  και τα σημεία  $A(-5,1)$  και  $B(-3,5)$ .

α) Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου  $A$  ως προς το σημείο  $B$ . (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε:

i. την εξίσωση της ευθείας  $\epsilon'$  που διέρχεται από το  $B$  και είναι κάθετη στην  $\epsilon$ .  
(Μονάδες 5)

ii. το σημείο τομής των ευθειών  $\epsilon$  και  $\epsilon'$ . (Μονάδες 5)

iii. το συμμετρικό του σημείου  $B$  ως προς την ευθεία  $\epsilon$ . (Μονάδες 5)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**4.Θέμα 22072 Αρχέτυπο**

Δίνονται οι εξισώσεις (1):  $\lambda x + (\lambda - 1)y - 4 = 0$  και (2):  $(3\lambda + 1)x - 2\lambda y - 7 = 0$  με  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι οι εξισώσεις (1) και (2) παριστάνουν εξισώσεις ευθειών για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 15)

β) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε οι ευθείες με εξισώσεις τις (1) και (2) να είναι μεταξύ τους κάθετες.

(Μονάδες 10)

**5.Θέμα 22092 Αρχέτυπο**

Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφή Α(1,4). Η πλευρά ΑΔ έχει εξίσωση  $3x - 2y + 5 = 0$  και η διαγώνιος ΒΔ έχει εξίσωση  $y = x + 2$ .

α) Να αποδείξετε ότι η κορυφή Δ έχει συντεταγμένες Δ(-1,1). (Μονάδες 12)

β) Αν οι διαγώνιοι ΑΓ και ΒΔ του τετραπλεύρου τέμνονται κάθετα, να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου ΑΓ. (Μονάδες 13)

**6.Θέμα 22171**

Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1: 3x - y = 5$  και  $\varepsilon_2: x - y + 1 = 0$ .

α) Να βρεθεί το σημείο τομής τους Μ. (Μονάδες 10)

β) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο Μ(3,4) και είναι κάθετη στην  $(\varepsilon_2)$ . (Μονάδες 10)

γ) Να βρεθεί ένα διάνυσμα παράλληλο στην  $(\varepsilon_1)$ . (Μονάδες 05)

*Έξυπνα & Εύκολα!*

Θέμα 3 – Κωδικοί:  
15178

7.Θέμα 15178 Αρχέτυπο

Δίνεται η εξίσωση  $(\mu + 1)x + (\mu + 2)y = 0$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$  (1).

α)

- i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία για κάθε  $\mu \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 08)

- ii. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (1) διέρχονται από την αρχή των αξόνων.

(Μονάδες 02)

β)

- i. Πότε η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία που έχει συντελεστή διεύθυνσης 0; Ποια είναι η εξίσωσή της;

(Μονάδες 03)

- ii. Πότε η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία για την οποία δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης; Ποια είναι η εξίσωσή της;

(Μονάδες 03)

γ) Να βρείτε για ποια τιμή του πραγματικού αριθμού  $\mu$ , προκύπτει ευθεία η οποία σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με τον άξονα  $x'x$ . Ποια είναι η εξίσωσή της;

(Μονάδες 09)

Έξυπνα & Εύκολα!

**Θέμα 4 – Κωδικοί:****14978, 15004, 15253, 15439, 15475, 16003, 16477, 18244, 21160****8.Θέμα 14978 Αρχέτυπο**Δίνονται τα σημεία  $A(1,1), B(3,3)$ .

α) Αν  $M(x, y)$  σημείο του επιπέδου, να βρείτε τις αποστάσεις  $d_1, d_2$  του  $M$  από τα  $A$  και  $B$  αντίστοιχα.

(Μονάδες 6)

β) Να γράψετε τη σχέση που πρέπει να πληρούν οι  $d_1, d_2$ , ώστε το σημείο  $M$  να ανήκει στη μεσοκάθετο του  $AB$ .

(Μονάδες 4)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του  $AB$ .

(Μονάδες 8)

δ) Να βρείτε σημείο  $\Sigma$  τέτοιο ώστε το τρίγωνο  $\Sigma AB$  να είναι ισόπλευρο.

(Μονάδες 7)

**9.Θέμα 15004 Αρχέτυπο**

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon_1$  που διέρχεται από τα σημεία  $A(4,2)$  και  $B(8,5)$ .

(Μονάδες 5)

β) Αν  $\varepsilon_1: 3x - 4y - 4 = 0$ , να δείξετε ότι σχηματίζει με την ευθεία  $\varepsilon_2: 7x - y - 1 = 0$  γωνία  $\hat{\varphi} = 45^\circ$ .

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε το σημείο τομής των  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .

(Μονάδες 4)

δ) Να βρείτε την εξίσωση ευθείας  $\varepsilon_3$  τέτοιας ώστε η  $\varepsilon_2$  να διχοτομεί τη γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_3$ .

(Μονάδες 8)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**10.Θέμα 15253 Αρχέτυπο**

Δίνεται η εξίσωση  $(\mu^2 - 1)x + (3\mu^2 - 2\mu - 1)y - 5\mu^2 + 4\mu + 1 = 0$  (1), όπου  $\mu \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\mu$  η (1) παριστάνει ευθεία  $\varepsilon$ .

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\mu$  οι ευθείες  $\varepsilon$  :

i. είναι παράλληλες στον  $xx'$ .

(Μονάδες 4)

ii. είναι παράλληλες στον  $yy'$ .

(Μονάδες 4)

iii. διέρχονται από το  $(0, 0)$ .

(Μονάδες 4)

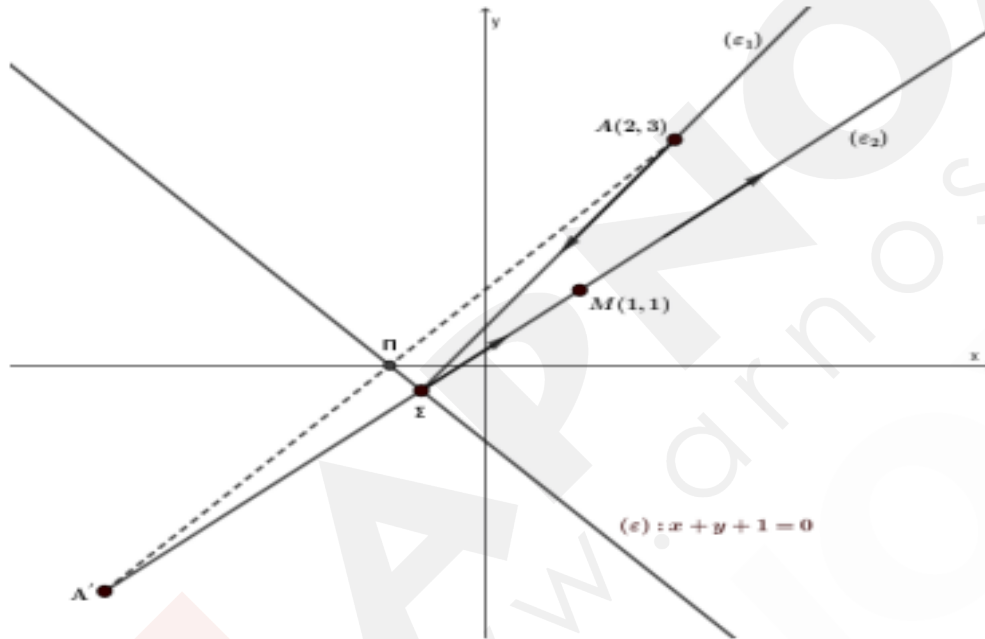
γ) Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες  $\varepsilon$  που προκύπτουν από την (1) διέρχονται από σταθερό σημείο.

(Μονάδες 8)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**11.Θέμα 15439 Αρχέτυπο**

Μία φωτεινή ακτίνα διερχόμενη από το σημείο  $A(2,3)$  και προσπίπτουσα στην ευθεία  $(\varepsilon)$  με εξίσωση  $x + y + 1 = 0$ , μετά την ανάκλασή της διέρχεται από το σημείο  $M(1,1)$ .



- α)
- i. Να αποδείξετε ότι η προβολή του σημείου  $A$  πάνω στην ευθεία  $(\varepsilon)$  είναι το σημείο  $\Pi(-1,0)$ .  
(Μονάδες 7)
  - ii. Να αποδείξετε ότι το συμμετρικό του σημείου  $A$  ως προς την ευθεία  $(\varepsilon)$ , είναι το σημείο  $A'(-4,-3)$ .  
(Μονάδες 5)
- β)
- i. Αν γνωρίζετε ότι η ανακλώμενη ακτίνα είναι η ευθεία  $(\varepsilon_2)$ , η οποία διέρχεται από τα σημεία  $A', \Sigma, M$ , τότε να βρείτε την εξίσωσή της.  
(Μονάδες 4)
  - ii. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου πρόσπτωσης  $\Sigma$  της φωτεινής ακτίνας  $(\varepsilon_1)$  πάνω στην ευθεία  $(\varepsilon)$ .  
(Μονάδες 5)

*Έξυπνα & Εύκολα!*

**12.Θέμα 15475 Αρχέτυπο**

Δύο εργοστάσια  $A$  και  $B$  τα οποία σε ένα σύστημα συντεταγμένων έχουν συντεταγμένες  $A(2,1), B(4,3)$ , βρίσκονται κοντά σε μια ακτή που πρόκειται να κατασκευαστεί μια αποβάθρα και θα εξυπηρετεί τα δύο εργοστάσια.



α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που συνδέει τα δύο εργοστάσια.

(Μονάδες 8)

β) Αν η ακτή είναι ευθύγραμμη με εξίσωση  $\epsilon: y = 2x - 7$ , να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου της ακτής στο οποίο πρέπει να τοποθετηθεί η αποβάθρα ώστε να απέχει εξ ίσου από τα δύο εργοστάσια.

(Μονάδες 10)

γ) Αν το ζητούμενο σημείο του ερωτήματος β) είναι  $N(4,1)$ , να βρείτε πόσο απέχει το κάθε εργοστάσιο από το σημείο αυτό.

(Μονάδες 7)

**Έξυπνα & Εύκολα!**



**13.Θέμα 16003**

Θεωρούμε την οικογένεια των ευθειών  $\varepsilon_\alpha : (\alpha - 4)x - 2\alpha y + \alpha + 4 = 0, \alpha \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε τις ευθείες που προκύπτουν όταν  $\alpha = 0$  και όταν  $\alpha = 1$  και κατόπιν να προσδιορίσετε το κοινό τους σημείο M.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες της οικογένειας διέρχονται από το M.

(Μονάδες 6)

γ) Έστω ότι μια ευθεία της παραπάνω οικογένειας τέμνει τους θετικούς ημιάξονες OX, OY στα σημεία A και B αντίστοιχα.

i. Να αποδείξετε ότι  $0 < \alpha < 4$ .

(Μονάδες 6)

ii. Να βρείτε για ποια τιμή του  $\alpha$  ισχύει  $(OA) = 2(OB)$

(Μονάδες 5)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**14.Θέμα 16477 Αρχέτυπο**

Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων  $Oxy$ , η εξίσωση ευθείας

$\varepsilon_\lambda : \lambda x + (1 - \lambda)y + 2 = 0$ , όπου  $\lambda$  αριθμός που μεταβάλλεται στο  $\mathbb{R}$ , παριστάνει τη φωτεινή ακτίνα που εκπέμπει ένας περιστρεφόμενος φάρος  $\Phi$ . Ακόμη δίνεται ότι ένα φορτηγό πλοίο είναι αγκυροβολημένο στο σημείο  $O(0,0)$ .

α)

- i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του φάρου  $\Phi$ .

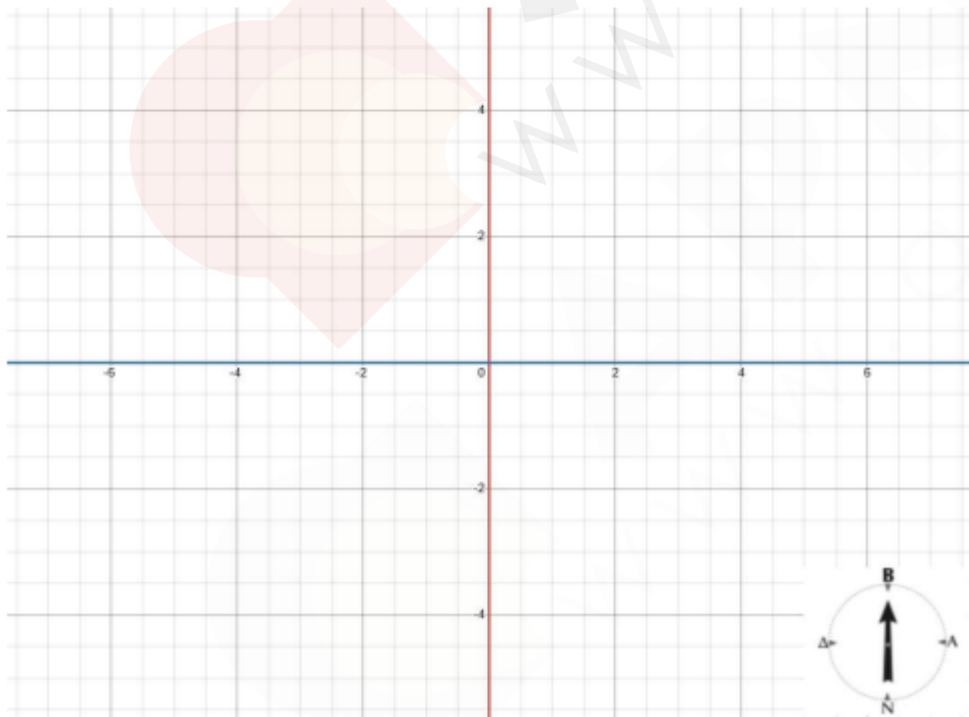
(Μονάδες 10)

- ii. Να εξετάσετε αν υπάρχει φωτεινή ακτίνα που εκπέμπεται από το φάρο προς το αγκυροβολημένο πλοίο.

(Μονάδες 5)

β) Ένα ρυμουλκό πλοίο  $P$  βρίσκεται βόρεια του φάρου  $\Phi$ . Η φωτεινή ακτίνα που φωτίζει το  $P$  έχει εξίσωση  $x + y + 4 = 0$ . Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου  $P$  όταν είναι γνωστό ότι η συντομότερη διαδρομή που πρέπει να διανύσει το ρυμουλκό πλοίο για να πάει προς το αγκυροβολημένο φορτηγό πλοίο είναι ίση με 4 μονάδες μήκους.

(Μονάδες 10)



**Έξυπνα & Εύκολα!**

**15.Θέμα 18244 Αρχέτυπο**

Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1 : y = \sqrt{3}x$  και  $\varepsilon_2 : y = x$ .

α) Να σχεδιάσετε τις  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  στο ίδιο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει κάθε μια από τις ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  με τον άξονα  $xx'$ .

(Μονάδες 6)

γ) Να αιτιολογήσετε γιατί η οξεία γωνία των  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  είναι  $15^\circ$ .

(Μονάδες 3)

δ) Να αποδείξετε ότι  $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ .

(Μονάδες 10)

**16.Θέμα 21160 Αρχέτυπο**

Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων  $Oxy$  θεωρούμε το τρίγωνο που ορίζεται από τα σημεία  $O(0, 0)$ ,  $B(k, 0)$  και  $\Gamma(0, 2k)$  όπου  $k$  θετικός πραγματικός αριθμός. Εξωτερικά του τριγώνου  $OB\Gamma$  κατασκευάζουμε τετράγωνα  $OB\Delta E$  και  $O\Gamma ZH$ , τότε:

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που ανήκουν τα ευθύγραμμα τμήματα  $\Gamma\Delta$  και  $BZ$ .

(Μονάδες 10)

β) Να βρεθεί η εξίσωση του ύψους του τριγώνου  $OB\Gamma$  που διέρχεται από το  $O$ . (Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες  $\Gamma\Delta$ ,  $BZ$  και το ύψος του β) ερωτήματος διέρχονται από το ίδιο σημείο.

(Μονάδες 8)

**Έξυπνα & Εύκολα!**