

## Κεφ. 2.1. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 – Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

Η Τράπεζα Θεμάτων για τα Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course Των Μαθηματικών, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύψος της Τράπεζας.

#### Θέμα 2 – Κωδικοί:

15027, 15044, 15271, 15657, 16002, 16766, 18236, 18351, 21964, 21965, 22071, 22173

#### 1.Θέμα 15027 Αρχέτυπο

Δίνονται τα σημεία  $A(1,-1)$  και  $B(3,5)$  όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα

α) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας  $AB$ .

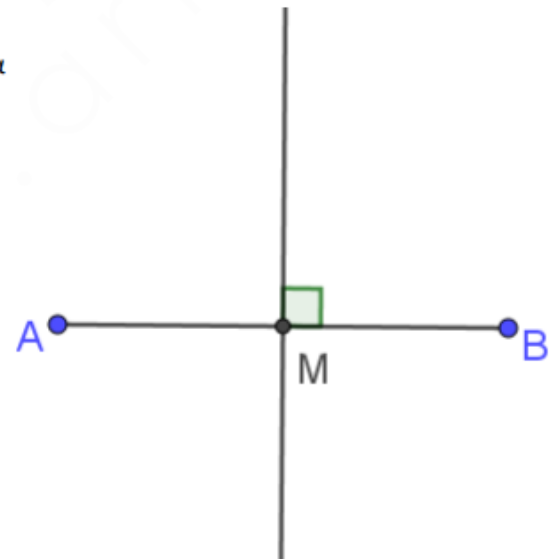
(Μονάδες 7)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου  $M$  του τμήματος  $AB$ .

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του τμήματος  $AB$ .

(Μονάδες 10)



Έξυπνα & Εύκολα!

**2.Θέμα 15044**

Δίνονται τα σημεία  $A(0,5)$  και  $B(6,-1)$ .

α)

- i. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία  $A$  και  $B$ .

(Μονάδες 5)

- ii. Να αποδείξετε ότι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ , είναι το σημείο  $M(3,2)$ .

(Μονάδες 5)

- β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετης ευθείας ( $\varepsilon$ ) του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ .

(Μονάδες 15)

**3.Θέμα 15271 Αρχέτυπο**

Δίνονται τα σημεία  $A(-3, 2)$ ,  $B(1, 6)$  και  $\Gamma(-13, -7)$ .

- α) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα  $A$ ,  $B$ .

(Μονάδες 8)

- β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από τα  $A$ ,  $B$  έχει εξίσωση  $y = x + 5$ .

(Μονάδες 7)

- γ) Να αιτιολογήσετε γιατί το σημείο  $\Gamma$  δεν είναι πάνω στην  $AB$ .

(Μονάδες 10)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**4.Θέμα 15657 Αρχέτυπο**

Δίνονται οι ευθείες:  $\varepsilon_1 : 2x + y = 6$  και  $\varepsilon_2 : x - 2y = -2$ .

α) Να βρείτε το κοινό τους σημείο  $M$ .

(Μονάδες 12)

β) Να δείξετε ότι οι ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  και  $\varepsilon_3 : 3x - y = 4$  διέρχονται από το ίδιο σημείο.

(Μονάδες 13)

**5.Θέμα 16002**

Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι  $A(3, -2)$  και  $\Gamma(5, 2)$ . Αν το σημείο  $M\left(3, \frac{1}{2}\right)$  είναι το μέσο της  $B\Gamma$ , τότε:

α) Να αποδείξετε ότι  $B(1, -1)$ .

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε το μήκος της πλευράς  $B\Gamma$ .

(Μονάδες 6)

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $AG$ .

(Μονάδες 10)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**6.Θέμα 16766 Αρχέτυπο**

Δίνονται οι ευθείες  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$  με εξισώσεις  $x - 3y = 4$  και  $9x + 3y = 6$  αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$  είναι κάθετες.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες  $(\epsilon_1)$  και  $(\epsilon_2)$  τέμνονται στο σημείο  $A(1, -1)$ .

(Μονάδες 8)

γ) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο  $A$  και είναι κάθετη στον άξονα  $x'x$ .

(Μονάδες 9)

**7.Θέμα 18236 Αρχέτυπο**

Σε τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι  $A(-1, 5)$  και  $B(2, 1)$ . Αν οι πλευρές  $A\Gamma$  και  $B\Gamma$  βρίσκονται πάνω στις

ευθείες  $\epsilon_1 : y = -x + 4$  και  $\epsilon_2 : y = -\frac{1}{2}x + 2$  αντίστοιχα, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι  $\Gamma(4, 0)$ .

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε:

i. το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας  $A\Gamma$

(Μονάδες 6)

ii. την εξίσωση του ύψους  $B\Delta$ .

(Μονάδες 7)

*Έξυπνα & Εύκολα!*

**8.Θέμα 18351**

Δίνονται τα σημεία  $A(-1,5)$ ,  $B(3,3)$ . Να υπολογίσετε:

α) Τις συντεταγμένες του μέσου  $M$  του τμήματος  $AB$ .

(Μονάδες 8)

β) Τον συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας  $AB$ .

(Μονάδες 8)

γ) Την εξίσωση της μεσοκαθέτου ( $\eta$ ) του τμήματος  $AB$ .

(Μονάδες 9)

**9.Θέμα 21964 Αρχέτυπο**

Δίνονται το σημείο  $A(4,-2)$  και η ευθεία ( $\epsilon_1$ ) με εξίσωση:  $x - y + 2 = 0$ . Να βρείτε:

α) την ευθεία ( $\epsilon_2$ ) που διέρχεται από το σημείο  $A$  και είναι κάθετη στην ευθεία ( $\epsilon_1$ ).

(Μονάδες 8)

β) το σημείο τομής  $B$ , των ευθειών ( $\epsilon_1$ ) και ( $\epsilon_2$ ):  $y = -x + 2$ .

(Μονάδες 8)

γ) το συμμετρικό  $\Gamma$  του σημείου  $A$ , ως προς την ευθεία ( $\epsilon_1$ ).

(Μονάδες 9)

**10.Θέμα 21965**

Δίνονται τα σημεία  $A(2, -4)$  και  $B(0, -2)$

α) Να βρείτε το μέσο  $M$  του τμήματος  $AB$ .

(Μονάδες 4)

β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου ( $\zeta$ ) του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ .

(Μονάδες 5)

γ) Αν ( $\zeta$ ):  $y = x - 4$  και ( $\epsilon$ ):  $y = 2 \cdot x - 6$ , τότε να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών ( $\zeta$ ), ( $\epsilon$ ).

(Μονάδες 9)

δ) Να δείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία  $A$ ,  $B$  και το κέντρο του ανήκει στην ευθεία ( $\epsilon$ ) είναι η  $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$ .

(Μονάδες 7)

*Έξυπνα & Εύκολα!*

**11.Θέμα 22071 Αρχέτυπο**

Οι πλευρές AB και AD ενός παραλληλογράμμου ABΓΔ έχουν εξισώσεις  $x+2y+1=0$  και  $2x+y+5=0$  αντίστοιχα και το κέντρο του παραλληλογράμμου είναι το σημείο Κ(1,2).

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. Η κορυφή Α του παραλληλογράμμου έχει συντεταγμένες Α(-3, 1). (Μονάδες 08)
- ii. Η κορυφή Γ του παραλληλογράμμου έχει συντεταγμένες Γ(5, 3). (Μονάδες 07)

β) Να βρείτε τις εξισώσεις των άλλων δύο πλευρών του ΒΓ και ΓΔ. (Μονάδες 10)

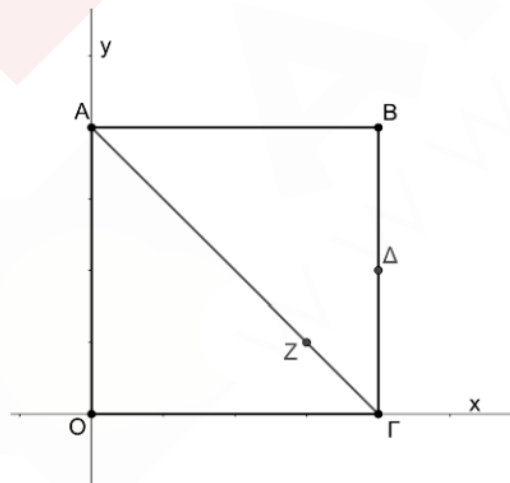
**12.Θέμα 22173 Αρχέτυπο**

Δίνεται το τετράγωνο ΑΒΓΟ με κορυφές τα σημεία Α(0,4), Β(4,4), Γ(4,0), Ο(0,0). Στην διαγώνιο ΑΓ παίρνουμε σημείο Ζ, τέτοιο ώστε  $\vec{AZ} = \frac{3}{4} \vec{AG}$ . Επίσης, θεωρούμε το μέσο Δ της ΒΓ.

α) Να βρείτε:

- i. Τις συντεταγμένες του σημείου Δ. (Μονάδες 07)
- ii. Τις συντεταγμένες του σημείου Ζ. (Μονάδες 09)

β) Αν το σημείο Δ είναι το (4,2) και το σημείο Ζ το (3,1), να αποδείξετε ότι η ευθεία ΖΔ είναι κάθετη στην ευθεία ΑΓ. (Μονάδες 09)



**Έξυπνα & Εύκολα!**

**Θέμα 4 – Κωδικοί:**
**14970, 15029, 15275, 15658, 17078, 18568**
**13.Θέμα 14970 Αρχέτυπο**

Σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων θεωρούμε το σημείο  $M(2, 1)$ .

α) Μια ευθεία ( $\epsilon$ ) με συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  διέρχεται από το  $M$ . Να βρείτε:

- i. Την εξίσωση της.
- ii. Για ποιες τιμές του  $\lambda$  η ευθεία σχηματίζει τρίγωνο με τους άξονες.

(Μονάδες 6) (2+4)

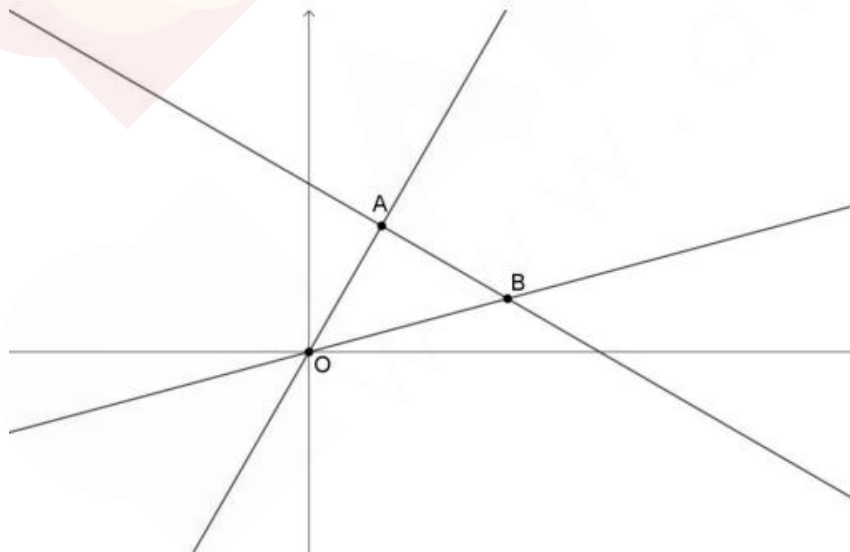
β) Έστω ότι η ευθεία ( $\epsilon$ ) τέμνει τους άξονες  $x'$  και  $y'$  στα σημεία  $A, B$  αντίστοιχα.

- i. Να βρείτε, με τη βοήθεια του  $\lambda$ , τα μήκη των τμημάτων  $OA, OB$ .
- ii. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  η ευθεία σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.
- iii. Να υπολογίσετε, σε κάθε περίπτωση, το εμβαδόν του ισοσκελούς τριγώνου που σχηματίζεται.

(Μονάδες 19) (6+7+6)

**14.Θέμα 15029 Αρχέτυπο**

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται τα σημεία  $O(0,0)$ ,  $A(1,\sqrt{3})$ ,  $B(\sqrt{3}+1,\sqrt{3}-1)$ .



**Έξυπνα & Εύκολα!**

α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $OA$  καθώς και τη γωνία  $\omega$  που σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$ .

(Μονάδες 6)

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $AB$  καθώς και τη γωνία  $\phi$  που σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$ .

(Μονάδες 6)

γ) Να δείξετε ότι το τρίγωνο  $OAB$  είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με  $\hat{A} = 90^\circ$ .

(Μονάδες 7)

δ) Να δείξετε ότι  $\varepsilon\phi 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ .

(Μονάδες 6)

### 15.Θέμα 15275 Αρχέτυπο

Σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων θεωρούμε το σημείο  $M(2, 1)$ .

α) Μια ευθεία ( $\varepsilon$ ) με συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$  διέρχεται από το  $M$ . Να βρείτε:

i. Την εξίσωση της.

(Μονάδες 2)

ii. Για ποιες τιμές του  $\lambda$  η ευθεία σχηματίζει τρίγωνο με τους άξονες.

(Μονάδες 5)

β) Έστω ότι η ευθεία ( $\varepsilon$ ) τέμνει τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  στα σημεία  $A, B$  αντίστοιχα.

i. Να βρείτε, με τη βοήθεια του  $\lambda$ , τα μήκη των τμημάτων  $OA, OB$ . (Μονάδες 6)

ii. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  η ευθεία σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο. (Μονάδες 6)

iii. Να υπολογίσετε, σε κάθε περίπτωση, το εμβαδόν του ισοσκελούς τριγώνου που σχηματίζεται. (Μονάδες 6)

*Έξυπνα & Εύκολα!*



**16.Θέμα 15658 Αρχέτυπο**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (2, -2)$  και  $\vec{\beta} = (1, 1)$  τα οποία έχουν κοινή αρχή το σημείο  $K(2, 1)$ .

α) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  είναι κάθετα.

(Μονάδες 4)

β) Αν το σημείο  $A$  είναι το πέρας του διανύσματος  $\vec{\alpha}$ ,  $B$  είναι το πέρας του διανύσματος  $\vec{\beta}$  και  $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$  ένα τυχαίο σημείο της ευθείας  $AB$ ,

i. να δείξετε ότι οι συντεταγμένες των σημείων  $A$  και  $B$  είναι  $A(4, -1)$  και  $B(3, 2)$ .

(Μονάδες 5)

ii. να δείξετε ότι  $3x_\Gamma + y_\Gamma = 11$ .

(Μονάδες 6)

iii. να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου  $\Gamma(x_\Gamma, y_\Gamma)$ , αν ισχύει ότι το  $\Gamma$  είναι εσωτερικό σημείο του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$  και  $|\overline{K\Gamma}| = \frac{1}{2}|\overline{AB}|$ .

(Μονάδες 10)

**17.Θέμα 17078 Αρχέτυπο**

Δίνονται τα σημεία  $A(3, 2\alpha)$ ,  $B(4, \alpha)$ ,  $\Gamma(\alpha + 1, 1 - \alpha)$  και  $\Delta(\alpha, 1)$ , με  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία  $A$  και  $B$  έχει εξίσωση  $y = -\alpha x + 5\alpha$ .

(Μονάδες 6)

ii. Τα σημεία  $\Gamma$  και  $\Delta$  ανήκουν στην ευθεία  $AB$  αν και μόνο αν  $\alpha = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ .

(Μονάδες 7)

iii. Το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι παραλληλόγραμμο όταν  $\alpha \neq \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ .

(Μονάδες 7)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

β) Θεωρήστε τον ισχυρισμό: «Υπάρχει πραγματικός αριθμός  $\alpha$  ώστε το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  να είναι τετράγωνο.» Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

**18.Θέμα 18568 Αρχέτυπο**

Δίνονται τα σημεία  $A(2,4)$ ,  $B(-1,0)$  και  $\Gamma(3,-2)$ .

α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $A$ ,  $B$ ,  $\Gamma$  αποτελούν κορυφές τριγώνου  $AB\Gamma$ . (Μονάδες 04)

β) Αν η ευθεία  $AB$  τέμνει τον άξονα  $y'y$  σε ένα σημείο  $\Delta$  και η ευθεία  $A\Gamma$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε ένα σημείο  $E$ , τότε:

i. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων  $\Delta$  και  $E$ . (Μονάδες 10)

ii. Να αποδείξετε ότι  $\vec{A\Delta} = 2\vec{\Delta B}$  και  $\vec{A\tilde{E}} = 2\vec{E\tilde{\Gamma}}$ . (Μονάδες 06)

γ) Να αποδείξετε ότι η ευθεία  $\Delta E$  είναι παράλληλη της  $B\Gamma$ . (Μονάδες 05)

**Έξυπνα & Εύκολα!**