Κεφ. 1.3. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 –

Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ & ΛΥΣΕΙΣ

Η Τράπεζα Θεμάτων για τα Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας www.arnos.gr για το Course Των Μαθηματικών, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύφος της Τράπεζας.

Θέμα 2 - Κωδικοί:

15010

1. Θέμα 15010 Αρχέτυπο

Δίνονται τα μη συνευθειακά σημεία του επιπέδου $\mathrm{A},\mathrm{B},\Gamma$ και τα διανύσματα $\vec{\mathrm{B}\Delta}$ και $\vec{\Gamma\mathrm{E}}$ τέτοια ώστε $\vec{\mathrm{B}\Delta}=\vec{\mathrm{BA}}+\vec{\mathrm{B}\Gamma}$ και $\vec{\Gamma\mathrm{E}}=\vec{\Gamma\mathrm{A}}+\vec{\Gamma\mathrm{B}}$.

α)

i. Να δείξετε ότι $\overrightarrow{\mathrm{A}\Delta}=\overrightarrow{\mathrm{B}\Gamma}$ και $\vec{\mathrm{AE}}=\overrightarrow{\Gamma\mathrm{B}}$.

(Μονάδες 8)

ii. Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\mathrm{A}\Delta}$ και $\vec{\mathrm{AE}}$ είναι αντίθετα.

(Μονάδες 8)

β) Να δικαιολογήσετε γιατί τα σημεία A,Δ και E είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 9)

ΛΥΣΗ

α)

i. Είναι $\vec{A\Delta} = \vec{AB} + \vec{B\Delta} = \vec{AB} + \left(\vec{BA} + \vec{B\Gamma}\right) = \vec{B\Gamma}$ (1)

και $\vec{AE} = \vec{A\Gamma} + \vec{\Gamma E} = \vec{A\Gamma} + \left(\vec{\Gamma A} + \vec{\Gamma B}\right) = \vec{\Gamma B}$ (2).

ii. Από τις σχέσεις (1) και (2) συμπεραίνουμε ότι $\vec{A\Delta} = -\vec{AE}$ δηλαδή τα διανύσματα $\vec{A\Delta}$ και $\vec{AE}$ είναι αντίθετα.

β) Από το α) ερώτημα είναι $\vec{A\Delta} = (-1)\vec{AE}$, οπότε τα διανύσματα $\vec{A\Delta}$ και $\vec{AE}$ είναι παράλληλα. Επιπλέον έχουν κοινό σημείο το A, άρα τα A, Δ και E είναι συνευθειακά.

Θέμα 4 - Κωδικοί:

21885

2. Θέμα 21885 Αρχέτυπο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Δ,Ε σημεία εσωτερικά των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα τέτοια ώστε $\vec{AB} = \kappa \cdot \vec{A\Delta}$ και $\vec{A\Gamma} = \lambda \cdot \vec{AE}$, όπου κ και λ θετικοί πραγματικοί αριθμοί. Αν $\vec{AB} = \vec{\alpha}$ και $\vec{A\Gamma} = \vec{\beta}$,τότε:

α) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\vec{\Delta E}$ και $\vec{B\Gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

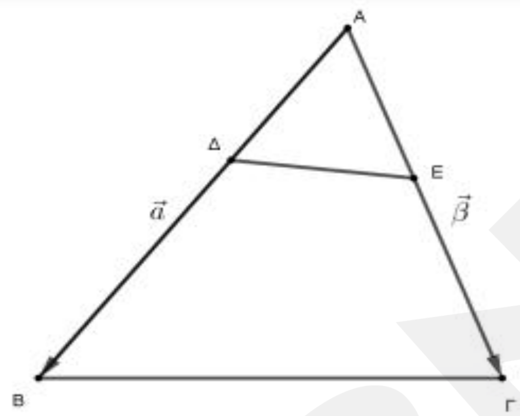
(Μονάδες 8)

β)

i. Αν κ=λ , να αποδείξετε ότι $\vec{B\Gamma} \parallel \vec{\Delta E}$ και $|\vec{B\Gamma}| = \kappa|\vec{\Delta E}|$. (Μονάδες 10)

ii. Αν κ=λ=2, να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα διανύσματα $\vec{\Delta E}$ και $\vec{B\Gamma}$ και να διατυπώσετε λεκτικά ποιο γνωστό θεώρημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας έχει αποδειχθεί. (Μονάδες 7)

ΛΥΣΗ



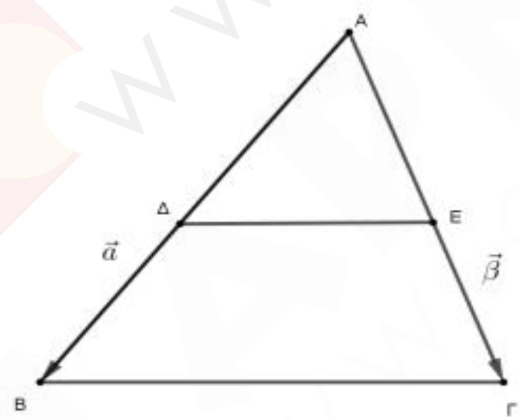
α) Είναι $\vec{ΔΕ} = \vec{ΔΑ} + \vec{ΑΕ} = -\frac{1}{κ}\cdot\vec{α} + \frac{1}{λ}\cdot\vec{β}$

$\vec{ΒΓ} = \vec{ΒΑ} + \vec{ΑΓ} = -\vec{α} + \vec{β}$

β)

i. Αν κ=λ τότε $\vec{ΒΓ} = = -\vec{α} + \vec{β} = κ(-\frac{1}{κ}\vec{α} + \frac{1}{κ}\vec{β}) = κ\cdot\vec{ΔΕ}$ άρα $\vec{ΒΓ} // \vec{ΔΕ}$ και $|\vec{ΒΓ}| = κ\cdot|\vec{ΔΕ}|$

ii.



Αν κ=λ=2 τότε τα σημεία Δ και Ε είναι μέσα των ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα , οπότε $\vec{ΒΓ} // \vec{ΔΕ}$ και $|\vec{ΒΓ}| = 2\cdot|\vec{ΔΕ}|$, επομένως ΔΕ//ΒΓ και ΒΓ=2·ΔΕ. Αποδείξαμε δηλαδή ότι το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο με την τρίτη πλευρά του τριγώνου και ισούται με το μισό της τρίτης πλευράς.