

**Κεφ. 1.2. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 –  
Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου**

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ & ΛΥΣΕΙΣ**

Η Τράπεζα Θεμάτων για τα Μαθηματικά Προσανατολισμού Β' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course Των Μαθηματικών, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύψος της Τράπεζας.

**Θέμα 2 - Κωδικοί:**

**21165**

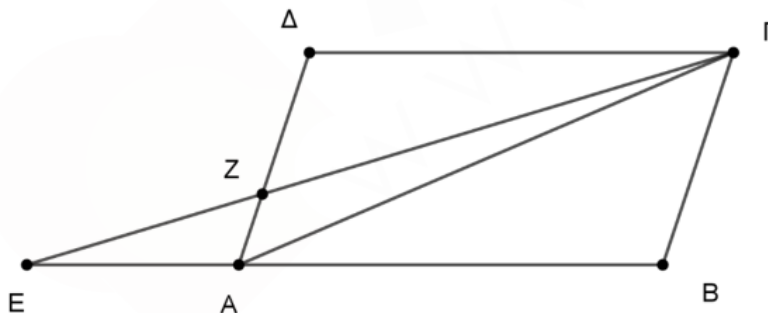
**Θέμα 21165 Αρχέτυπο**

Θεωρούμε το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και έστω  $\vec{AB} = \vec{\alpha}$  και  $\vec{AD} = \vec{\beta}$ . Τα σημεία Ε και Ζ είναι τέτοια ώστε  $\vec{AE} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{AB}$  και  $\vec{AZ} = \frac{1}{3} \cdot \vec{AD}$ .

α) Να αποδείξετε ότι:  $\vec{EZ} = \frac{1}{2} \cdot \vec{\alpha} + \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta}$  και  $\vec{Z\Gamma} = \vec{\alpha} + \frac{2}{3} \cdot \vec{\beta}$ . (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι:  $\vec{Z\Gamma} = 2\vec{EZ}$ . (Μονάδες 9)

γ) Να δείξετε ότι τα σημεία Ζ, Ε και Γ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 6)



*Έξυπνα & εύκολα!*

**ΛΥΣΗ**

α) Αφού είναι  $\overline{AB} = \vec{\alpha}$  και  $\overline{AD} = \vec{\beta}$ , τότε τα διανύσματα  $\overline{AE}$  και  $\overline{AZ}$  γράφονται:

$$\overline{AE} = -\frac{1}{2} \cdot \overline{AB} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{\alpha} \quad \text{και} \quad \overline{AZ} = \frac{1}{3} \cdot \overline{AD} = \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta}.$$

τότε τα διανύσματα  $\overline{EZ}$  και  $\overline{Z\Gamma}$  έχουμε ότι:

$$\overline{EZ} = \overline{AZ} - \overline{AE} = \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta} - \left( -\frac{1}{2} \cdot \vec{\alpha} \right) = \frac{1}{2} \cdot \vec{\alpha} + \frac{1}{3} \vec{\beta} \quad \text{και}$$

$$\overline{Z\Gamma} = \overline{A\Gamma} - \overline{AZ} = \overline{AB} + \overline{AD} - \overline{AZ} = \vec{\alpha} + \vec{\beta} - \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} + \frac{2}{3} \cdot \vec{\beta}$$

β) Επειδή  $\overline{EZ} = \frac{1}{2} \cdot \vec{\alpha} + \frac{1}{3} \vec{\beta}$  και  $\overline{Z\Gamma} = \vec{\alpha} + \frac{2}{3} \cdot \vec{\beta}$  έχουμε ότι:

$$\overline{Z\Gamma} = \vec{\alpha} + \frac{2}{3} \cdot \vec{\beta} = 2 \left( \frac{1}{2} \vec{\alpha} + \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta} \right) = 2\overline{EZ} \quad \text{ή} \quad \overline{Z\Gamma} = 2\overline{EZ}.$$

γ) Επειδή είναι  $\overline{Z\Gamma} // \overline{EZ}$  και τα διανύσματα έχουν κοινό άκρο το σημείο Z έχουμε το συμπέρασμα ότι τα σημεία Z, E και Γ είναι συνευθειακά.

**Έξυπνα & εύκολα!**