

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34
106 79 ΑΘΗΝΑ
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street
GR. 106 79 - Athens - HELLAS
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025
e-mail : info@hms.gr
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
81^{ος} ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΘΑΛΗΣ”
6 Νοεμβρίου 2020

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Πρόβλημα 1 (μονάδες 6)

Να αποδείξετε ότι ο ακέραιος αριθμός $A = 81^{3^n} + 4^{2n+1}$ είναι σύνθετος, για οποιονδήποτε θετικό ακέραιο αριθμό n .

Πρόβλημα 2 (μονάδες 7)

Ο Ανδρέας προσθέτει όλους τους θετικούς ακέραιους από το 1 μέχρι και το 2019. Ο Βασίλης προσθέτει τα τετράγωνα όλων των θετικών ακέραιων από το 1 μέχρι και το 2019. Η Γεωργία προσθέτει τα τριπλάσια των αριθμών που βρήκαν ο Ανδρέας και ο Βασίλης και στο άθροισμα που βρίσκει προσθέτει τον αριθμό 2020. Να προσδιορίσετε τον αριθμό που θα βρει η Γεωργία.

Πρόβλημα 3 (μονάδες 7)

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) με $\hat{A} = 30^\circ$ και έστω M, N τα μέσα των πλευρών του $B\Gamma$ και $A\Gamma$, αντίστοιχα. Ο περιγεγραμμένος κύκλος $C_{A\Gamma M}$ του τριγώνου $A\Gamma M$ τέμνει τη πλευρά AB στο σημείο Δ . Να αποδείξετε ότι η κάθετη από το σημείο N προς την πλευρά AB και η κάθετη από σημείο Γ προς την ΔN τέμνονται σε σημείο του κύκλου $C_{A\Gamma M}$ που είναι το κέντρο του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $A\Delta N$.
(**Σημείωση:** Σε ένα τρίγωνο XYZ , ο περιγεγραμμένος κύκλος του είναι ο κύκλος που περνά από τις κορυφές του X, Y, Z . Αν O είναι το κέντρο αυτού του κύκλου, τότε $OX=OY=OZ$).

Διάρκεια διαγωνισμού: 2 ώρες
Καλή επιτυχία!