

**Κεφ. 6.1. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Άλγεβρα Α' Λυκείου****ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ****Θέμα 2 - Κωδικοί:**

**1244, 1255, 1263, 1283, 1295, 1297, 1354, 1385, 12765,  
12908, 12997, 13026, 13031, 13032, 14681, 14728, 14781**

Η Τράπεζα Θεμάτων για την Άλγεβρα Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course της Άλγεβρας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύφος της Τράπεζας.

**1. Θέμα 1244**

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \begin{cases} 2x + 4, & x < 0 \\ x - 1, & x \geq 0 \end{cases}$

α) Να δείξετε ότι  $f(-1) = f(3)$  (Μονάδες 13)

β) Να προσδιορίσετε τις τιμές του  $x \in \mathbb{R}$ , ώστε:  $f(x) = 0$  (Μονάδες 12)

**2. Θέμα 1255 Αρχέτυπο**

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \frac{x + 2}{x^2 - x - 6}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ . (Μονάδες 15)

β) Να δείξετε ότι:  $f(2) + f(4) = 0$ . (Μονάδες 10)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**3. Θέμα 1263**

Η απόσταση  $y$  (σε χιλιόμετρα) ενός αυτοκινήτου από μια πόλη Α, μετά από  $x$  λεπτά, δίνεται από τη σχέση:

$$y=35+0,8x$$

- α) Ποια θα είναι η απόσταση του αυτοκινήτου από την πόλη Α μετά από 25 λεπτά;  
(Μονάδες 12)
- β) Πόσα λεπτά θα έχει κινηθεί το αυτοκίνητο, όταν θα απέχει 75 χιλιόμετρα από την πόλη Α;  
(Μονάδες 13)

**4. Θέμα 1283 Αρχέτυπο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$ , με  $f(x) = \begin{cases} 8-x & \text{αν } x < 0 \\ 2x+5 & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$ .

- α) Να δείξετε ότι  $f(-5) = f(4)$ . (Μονάδες 13)
- β) Να βρείτε τις τιμές του  $x \in \mathbb{R}$ , ώστε  $f(x) = 9$ . (Μονάδες 12)

**5. Θέμα 1295 Αρχέτυπο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^3 - 16x}{x - 4}$

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  και να αποδείξετε ότι, για τα  $x$  που ανήκουν στο πεδίο ορισμού της, ισχύει  $f(x) = x^2 + 4x$ . (Μονάδες 15)
- β) Να βρείτε τις τιμές του  $x$  για τις οποίες ισχύει  $f(x) = 32$ . (Μονάδες 10)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**6. Θέμα 1297**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$ .

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  $A = f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) - f(2)$ . (Μονάδες 10)

β) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = \frac{5}{2}$ . (Μονάδες 15)

**7. Θέμα 1354 Αρχέτυπο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$ , με  $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 1}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $A$ . (Μονάδες 5)

β) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο  $2x^2 - 5x + 3$ . (Μονάδες 10)

γ) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $x \in A$  ισχύει:  $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$  (Μονάδες 10)

**8. Θέμα 1385**

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο  $x^2 - 5x + 6$ . (Μονάδες 12)

β) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6}$ .

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της συνάρτησης. (Μονάδες 5)

ii) Να αποδείξετε ότι για κάθε  $x \in A$  ισχύει:  $f(x) = \frac{1}{x-3}$ . (Μονάδες 8)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**9. Θέμα 12765 Αρχέτυπο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{x-2}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

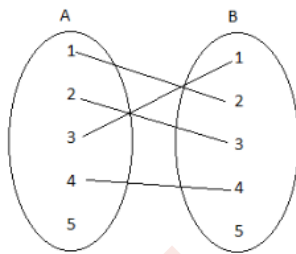
(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε τις τιμές της συνάρτησης  $f$  για όποιους από τους αριθμούς  $-1, \frac{\sqrt{2}}{2}, 6$ , είναι αυτό δυνατό.

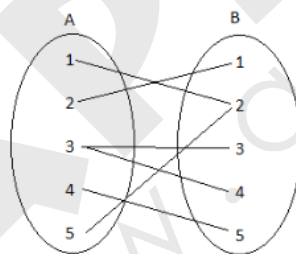
(Μονάδες 12)

**10. Θέμα 12908 Αρχέτυπο**

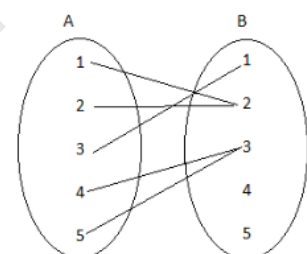
Στα παρακάτω σχήματα δίνονται 3 αντιστοιχίσεις από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B.



Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3

**Έξυπνα & Εύκολα!**

α) Να αιτιολογήσετε γιατί οι αντιστοιχίσεις των σχημάτων 1 και 2 δεν παριστάνουν συνάρτηση από το A στο B ενώ του σχήματος 3 παριστάνει συνάρτηση από το A στο B.

(Μονάδες 9)

β) Αν η αντιστοίχιση του σχήματος 3 είναι η συνάρτηση  $f$ ,

i. Να παραστήσετε με αναγραφή των στοιχείων του το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 4)

ii. Να παραστήσετε με αναγραφή των στοιχείων του το σύνολο τιμών  $f(A)$  της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 4)

iii. Να βρείτε τις τιμές  $f(1)$  και  $f(2)$ .

(Μονάδες 8)

### 11. Θέμα 12997 Αρχέτυπο

Έχουμε μπροστά μας τη λίστα με τα ονοματεπώνυμα των μαθητών ενός τμήματος της Α' λυκείου ενός Γενικού Λυκείου.

Σχηματίζουμε τα σύνολα A, με στοιχεία τα μικρά ονόματα μαθητών της Α' τάξης ενός Γενικού Λυκείου και B με στοιχεία τα επώνυμα μαθητών της Α' τάξης του ίδιου Γενικού Λυκείου.

Ορίζουμε την αντιστοίχιση  $f: A \rightarrow B$  σύμφωνα με την οποία αντιστοιχούμε κάθε μικρό όνομα μαθητή στο επώνυμό του και την  $g: B \rightarrow A$  με την οποία αντιστοιχούμε σε κάθε επώνυμο μαθητή το μικρό του όνομα.

α) Να εξετάσετε αν η αντιστοίχιση  $f: A \rightarrow B$  ορίζει πάντα συνάρτηση από το σύνολο A στο σύνολο B.

**Έξυπνα & Εύκολα!**

β) Να προσδιορίσετε υπό ποιες προϋποθέσεις η αντιστοίχιση  $g: B \rightarrow A$  αποτελεί συνάρτηση από το σύνολο  $B$  στο σύνολο  $A$  και να προσδιορίσετε ποια είναι η εξαρτημένη και ποια η ανεξάρτητη μεταβλητή.

(Μονάδες 15)

**12. Θέμα 13026 Αρχέτυπο**

Θεωρούμε τη συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{αν } x \text{ άρρητος} \\ 2x, & \text{αν } x \text{ ρητός} \end{cases}$

α) Να υπολογίσετε τις τιμές  $f(\sqrt{2})$  και  $f\left(\frac{1}{2}\right)$

(Μονάδες 10)

β) Αν  $x$  ρητός, να λύσετε την εξίσωση  $[f(x)]^2 = 4x - 1$ .

(Μονάδες 15)

**13. Θέμα 13031**

Δίνεται η συνάρτηση  $G$ , με  $G(x) = \frac{2x+3}{x-4}$ .

α) Να βρείτε τις τιμές της συνάρτησης  $G$  για  $x=2$ ,  $x=0$ ,  $x=-\frac{1}{2}$ .

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε την τιμή του  $x$  για την οποία δεν ορίζεται η συνάρτηση  $G$ .

(Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε την τιμή του  $x$  που αντιστοιχίζεται, μέσω της  $G$ , στο 3.

(Μονάδες 9)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**14. Θέμα 13032 Αρχέτυπο**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = 1 - 3x$  και  $g(x) = \sqrt{x+5}$ .

α) Να προσδιορίσετε το πεδίο ορισμού των παραπάνω συναρτήσεων  $f$  και  $g$ .

(Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι  $f(-1) = g(11)$ .

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε την τιμή του  $x$ , ώστε  $f(x) = g(4)$ .

(Μονάδες 9)

**15. Θέμα 14681**

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 0 \\ 2x + 2, & x \geq 0 \end{cases}$

α) Να βρείτε τις τιμές  $f(3)$  και  $f(-3)$ .

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε τις τιμές του  $x \in \mathbb{R}$  για τις οποίες ισχύει:  $f(x) = 8$ .

(Μονάδες 13)

**16. Θέμα 14728 Αρχέτυπο**

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x < 0 \\ x^2 + 1, & x \geq 0 \end{cases}$

α) Να βρείτε τις τιμές της συνάρτησης  $f(-1)$  και  $f(1)$ .

(Μονάδες 12)

β) Για  $x \geq 0$  να λύσετε την ανίσωση:  $f(x) \geq 2$ .

(Μονάδες 13)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**17. Θέμα 14781 Αρχέτυπο**

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας τιμών μιας αντιστοίχισης  $x \rightarrow y$  με το  $x$  να παίρνει μόνο τις τιμές:  $-2, -1, 0, \frac{1}{2}, 1$  και  $3$ .

$x$	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	3
$y$	0	-4	-6	$-\frac{25}{4}$	-6	0

α)

- i. Να αιτιολογήσετε γιατί η παραπάνω αντιστοίχιση  $x \rightarrow y$  είναι συνάρτηση.
- ii. Είναι η αντιστοίχιση  $y \rightarrow x$  συνάρτηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

β) Να γράψετε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης  $x \rightarrow y$ .

(Μονάδες 12)

**Έξυπνα & Εύκολα!**



**Θέμα 4 – Κωδικοί:****1422, 1454, 1467, 1479, 1495, 1501, 1506, 1510, 1513, 12911, 14562, 14629, 14702****18. Θέμα 1422 Αρχέτυπο**

Για τη μέτρηση θερμοκρασιών χρησιμοποιούνται οι κλίμακες βαθμών Κελσίου (Celsius), Φαρενάιτ (Fahrenheit) και Κέλβιν (Kelvin). Οι μετατροπές της θερμοκρασίας από Κελσίου σε Φαρενάιτ και από Κελσίου σε Κέλβιν, περιγράφονται από τις προτάσεις Π1 και Π2:

*Π1: Για να μετατρέψουμε τη θερμοκρασία από βαθμούς Κελσίου ( $^{\circ}\text{C}$ ) σε βαθμούς Φαρενάιτ ( $^{\circ}\text{F}$ ), πολλαπλασιάζουμε τους βαθμούς Κελσίου με 1,8 και προσθέτουμε 32.*

*Π2: Για να μετατρέψουμε τη θερμοκρασία από βαθμούς Κελσίου ( $^{\circ}\text{C}$ ) σε βαθμούς Κέλβιν ( $^{\circ}\text{K}$ ), προσθέτουμε στους βαθμούς Κελσίου ( $^{\circ}\text{C}$ ) το 273.*

α) Να εκφράσετε συμβολικά τη σχέση που περιγράφει η κάθε πρόταση.

(Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι η εξίσωση που παριστάνει τη σχέση μεταξύ της θερμοκρασίας σε βαθμούς Κέλβιν ( $^{\circ}\text{K}$ ) και της θερμοκρασίας σε βαθμούς Φαρενάιτ ( $^{\circ}\text{F}$ ) είναι η:

$$K = \frac{F - 32}{1,8} + 273 \quad (\text{Μονάδες } 7)$$

γ) Στη διάρκεια μιας νύχτας η θερμοκρασία σε μια πόλη κυμάνθηκε από  $278^{\circ}\text{K}$  μέχρι  $283^{\circ}\text{K}$ . Να βρείτε το διάστημα μεταβολής της θερμοκρασίας σε  $^{\circ}\text{F}$ .

(Μονάδες 10)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**19. Θέμα 1454 Αρχέτυπο**

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \sqrt{x^2 - x + \frac{\alpha}{4}}$

α) Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού  $\alpha$ , ώστε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  να είναι το σύνολο  $\mathbb{R}$ . (Μονάδες 10)

β) Αν είναι γνωστό ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A\left(0, \frac{1}{2}\right)$ , τότε:

i) Να αποδείξετε ότι  $\alpha=1$  και να γράψετε τον τύπο της χωρίς το σύμβολο της τετραγωνικής ρίζας. (Μονάδες 7)

ii) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = \frac{1}{2}$ . (Μονάδες 8)

**20. Θέμα 1467 Αρχέτυπο**

Αν ένας κάτοικος μιας πόλης  $A$  καταναλώσει  $x$  κυβικά νερού σε ένα χρόνο, το ποσό που θα πρέπει να πληρώσει δίνεται (σε ευρώ) από τη συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} 12 + 0,5x & \text{αν } 0 \leq x \leq 30 \\ 0,7x + 6 & \text{αν } x > 30 \end{cases}$$

α) Να βρείτε πόσα ευρώ θα πληρώσει όποιος:

i) έλειπε από το σπίτι του και δεν είχε καταναλώσει νερό. (Μονάδες 2)

ii) έχει καταναλώσει 10 κυβικά μέτρα νερού. (Μονάδες 3)

ii) έχει καταναλώσει 50 κυβικά μέτρα νερού. (Μονάδες 5)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

β) Σε μια άλλη πόλη Β το ποσό (σε ευρώ) που αντιστοιχεί σε κατανάλωση  $x$  κυβικών μέτρων δίνεται από τον τύπο:

$$g(x) = 12 + 0,6x, \text{ για } x \geq 0.$$

Ένας κάτοικος της πόλης Α και ένας κάτοικος της πόλης Β κατανάλωσαν τα ίδια κυβικά νερού, για το 2013. Αν ο κάτοικος της πόλης Α πλήρωσε μεγαλύτερο ποσό στο λογαριασμό του από τον κάτοικο της πόλη Β, να αποδείξετε ότι ο κάθε ένας από τους δύο κατανάλωσε περισσότερα από 60 κυβικά μέτρα νερού. (Μονάδες 15)

### 21. Θέμα 1479

Για την ενοικίαση ενός συγκεκριμένου τύπου αυτοκινήτου για μία ημέρα, η εταιρεία Α χρεώνει τους πελάτες της σύμφωνα με τον τύπο:

$$y = 60 + 0,20x$$

όπου  $x$  είναι η απόσταση που διανύθηκε σε Km και  $y$  είναι το ποσό της χρέωσης σε ευρώ.

α) Τι ποσό θα πληρώσει ένας πελάτης της εταιρείας Α, ο οποίος σε μία ημέρα ταξίδεψε 400 Km ; (Μονάδες 5)

β) Πόσα χιλιόμετρα οδήγησε ένας πελάτης ο οποίος, για μία ημέρα, πλήρωσε 150 ευρώ; (Μονάδες 5)

γ) Μία άλλη εταιρεία, η Β, χρεώνει τους πελάτες της ανά ημέρα σύμφωνα με τον τύπο

$$y = 80 + 0,10x$$

όπου, όπως προηγουμένως,  $x$  είναι η απόσταση που διανύθηκε σε Km και  $y$  είναι το ποσό της χρέωσης σε ευρώ. Να εξετάσετε ποια από τις δύο εταιρείες μας συμφέρει να επιλέξουμε, ανάλογα με την απόσταση που σκοπεύουμε να διανύσουμε.

(Μονάδες 10)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

δ) Αν  $f(x) = 60 + 0,20 \cdot x$  και  $g(x) = 80 + 0,10 \cdot x$

είναι οι συναρτήσεις που εκφράζουν τον τρόπο χρέωσης των εταιρειών Α και Β αντίστοιχα, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων  $f$  και  $g$  και να εξηγήσετε τι εκφράζει η τιμή καθεμιάς από αυτές τις συντεταγμένες σε σχέση με το πρόβλημα του ερωτήματος ( $\gamma$ ).

(Μονάδες 5)

## 22. Θέμα 1495 Αρχέτυπο

Θεωρούμε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ( $A=90^\circ$ ) με κάθετες πλευρές που έχουν μήκη  $x, y$  τέτοια, ώστε:  $x + y = 10$ .

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ συναρτήσει του  $x$  δίνεται από τον τύπο:

$$E(x) = \frac{1}{2}(-x^2 + 10x), \quad x \in (0, 10). \quad (\text{Μονάδες } 9)$$

β) Να αποδείξετε ότι  $E(x) \leq \frac{25}{2}$  για κάθε  $x \in (0, 10)$ . (Μονάδες 8)

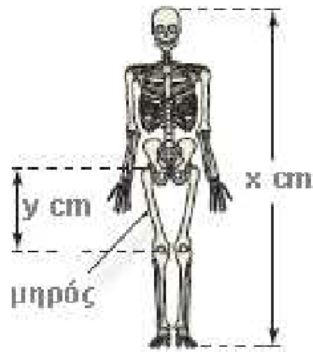
γ) Για ποια τιμή του  $x \in (0, 10)$  το εμβαδόν  $E(x)$  γίνεται μέγιστο, δηλαδή ίσο με  $\frac{25}{2}$ ; Τι

παρατηρείτε τότε για το τρίγωνο ΑΒΓ; (Μονάδες 8)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**23. Θέμα 1501 Αρχέτυπο**

Οι ανθρωπολόγοι για να προσεγγίσουν το ύψος ενός ενήλικα, χρησιμοποιούν τις παρακάτω εξισώσεις που παριστάνουν τη σχέση μεταξύ του μήκους  $y$  (σε cm) οστού του μηρού και του ύψους  $x$  (σε cm) του ενήλικα ανάλογα με το φύλο του :



Γυναίκα:  $y = 0,43x - 26$

Άνδρας:  $y = 0,45x - 31$

α) Ένας ανθρωπολόγος ανακαλύπτει ένα μηριαίο οστό μήκους 38,5cm που ανήκει σε γυναίκα. Να υπολογίσετε το ύψος της γυναίκας. (Μονάδες 8)

β) Ο ανθρωπολόγος βρίσκει μεμονωμένα οστά χεριού, τα οποία εκτιμά ότι ανήκουν σε άντρα ύψους περίπου 164cm. Λίγα μέτρα πιο κάτω, ανακαλύπτει ένα μηριαίο οστό μήκους 42,8cm που ανήκει σε άντρα. Είναι πιθανόν το μηριαίο οστό και τα οστά χεριού να προέρχονται από το ίδιο άτομο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

γ) Να εξετάσετε αν μπορεί ένας άνδρας και μια γυναίκα ίδιου ύψους να έχουν μηριαίο οστό ίδιου μήκους. (Μονάδες 9)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**24. Θέμα 1506**

Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει περίμετρο  $\Pi=40\text{cm}$ . Αν  $x$  cm είναι το μήκος του παραλληλογράμμου, τότε :

α) να αποδείξετε ότι  $0 < x < 20$ . (Μονάδες 4)

β) να αποδείξετε ότι το εμβαδόν  $E(x)$  του ορθογωνίου δίνεται από τη σχέση:

$$E(x)=20x-x^2. \quad (\text{Μονάδες } 8)$$

γ) να αποδείξετε ότι ισχύει  $E(x) \leq 100$ , για κάθε  $x \in (0, 20)$ . (Μονάδες 6)

δ) να αποδείξετε ότι από όλα τα ορθογώνια με σταθερή περίμετρο  $40\text{cm}$ , εκείνο που έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν είναι το τετράγωνο πλευράς  $10\text{cm}$ .

(Μονάδες 7)

**25. Θέμα 1510 Αρχέτυπο**

Δυο φίλοι αποφασίζουν να συνεταιριστούν και ανοίγουν μια επιχείρηση που γεμίζει τόνερ (toner) για φωτοτυπικά μηχανήματα.

Τα πάγια μηνιαία έξοδα της εταιρείας ανέρχονται στο ποσό των 6500 ευρώ (για ενοίκιο, παροχές, μισθούς, φόρους κ.α ).

Το κόστος γεμίσματος ενός τόνερ είναι 15 ευρώ, η δε τιμή πώλησης του ενός τόνερ καθορίζεται σε 25 ευρώ.

α) Να γράψετε μια σχέση που να περιγράφει το μηνιαίο κόστος  $K(v)$  της επιχείρησης, αν γεμίζει  $v$  τόνερ το μήνα. (Μονάδες 5)

β) Να γράψετε μια σχέση που να εκφράζει τα μηνιαία έσοδα  $E(v)$  της επιχείρησης από την πώληση  $v$  αριθμού τόνερ το μήνα. (Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε πόσα τόνερ πρέπει να πωλούνται κάθε μήνα ώστε η επιχείρηση

i) να μην έχει ζημιά. (Μονάδες 7)

ii) να έχει μηνιαίο κέρδος τουλάχιστον 500 ευρώ. (Μονάδες 8)

**Έξυπνα & Εύκολα!**



**26. Θέμα 1513 Αρχέτυπο**

Δίνεται το τριώνυμο  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

α) Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου  $f(x)$  για τις διάφορες τιμές του  $x$ .

(Μονάδες 10)

β) Να προσδιορίσετε, αιτιολογώντας την απάντησή σας, το πρόσημο του γινομένου:

$$f(2,999) \cdot f(-1,002)$$

(Μονάδες 7)

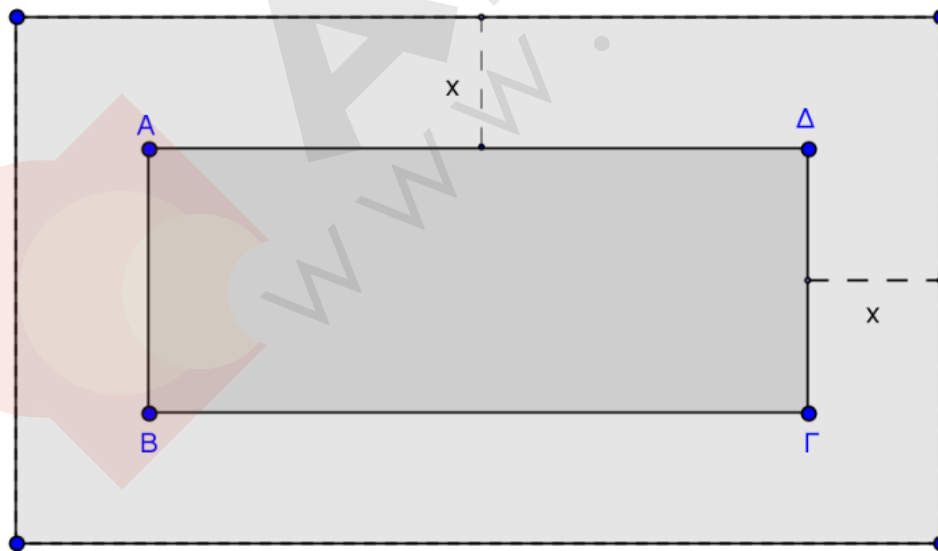
γ) Αν  $-3 < \alpha < 3$ , να βρείτε το πρόσημο του αριθμού:

$$-\alpha^2 + 2|\alpha| + 3$$

(Μονάδες 8)

**27. Θέμα 12911 Αρχέτυπο**

Ένα δημοτικό κολυμβητήριο έχει σχήμα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, με διαστάσεις  $15m$  και  $25m$ . Ο δήμος, για λόγους ασφάλειας, θέλει να κατασκευάσει γύρω από το κολυμβητήριο μια πλακοστρωμένη ζώνη με σταθερό πλάτος  $x$  m ( $x > 0$ ), όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



**Έξυπνα & Εύκολα!**

α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν της ζώνης δίνεται από τη σχέση:  $E(x) = 4x^2 + 80x, x > 0$ .

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε το πλάτος  $x$  της ζώνης, αν αυτή έχει εμβαδό  $E = 500 m^2$ .

(Μονάδες 7)

γ) Ποιο μπορεί να είναι το πλάτος της ζώνης, αν αυτή έχει εμβαδόν μικρότερο από  $500 m^2$ ;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

### 28. Θέμα 14562

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - 3x + 2}$ .

α)

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 7)

ii. Να δείξετε ότι  $f(x) = \frac{x}{x-2}$  για κάθε  $x \in A$ .

(Μονάδες 8)

β) Να εξετάσετε αν η ευθεία  $y = 1$  έχει κοινά σημεία με τη γραφική παράσταση της  $|f(x)|$ .

(Μονάδες 10)

**Έξυπνα & Εύκολα!**



**29. Θέμα 14629 Αρχέτυπο**

Σε μια γραπτή εξέταση 100 ερωτήσεων Σ-Λ (Σωστό - Λάθος) σε κάποιο Πανεπιστήμιο, κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 1 μονάδα και κάθε λανθασμένη απάντηση βαθμολογείται με  $-\frac{1}{3}$  της μονάδας ( για κάθε τριάδα λανθασμένων απαντήσεων αφαιρείται μια μονάδα).

α) Να αποδείξετε ότι αν ένας φοιτητής απαντήσει σωστά σε  $x$  από τις 100 ερωτήσεις, τότε η βαθμολογία του  $E(x)$  δίνεται από τον τύπο  $E(x) = \frac{4}{3}(x - 25)$ .

(Μονάδες 7)

β) Ένας φοιτητής βαθμολογήθηκε με 88. Πόσες ήταν οι σωστές και πόσες οι λανθασμένες απαντήσεις που έδωσε;

(Μονάδες 4)

γ) Να αποδείξετε ότι η βαθμολογία ενός φοιτητή δεν μπορεί να είναι ίση με 50. Πόσες σωστές απαντήσεις πρέπει να δώσει ένας φοιτητής για να πάρει βαθμολογία μεγαλύτερη από τη βάση που είναι 50;

(Μονάδες 8)

δ) Το άθροισμα των επιδόσεων δυο φοιτητών ήταν 140. Πόσες ήταν οι λανθασμένες απαντήσεις και των δυο μαζί;

(Μονάδες 6)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**30. Θέμα 14702**

Για τις ανάγκες ενός αρχιτεκτονικού σχεδίου ενός κτηρίου, απαιτείται η κατασκευή μιας μακέτας ενός πάρκου, σχήματος ορθογώνιου ΑΒΓΔ, με διαστάσεις  $x$  και  $2x - 1$ , όπου  $x > \frac{1}{2}$ .

α) Να εκφράσετε την περίμετρο  $\Pi$  και το εμβαδόν  $E$  της μακέτας σε συνάρτηση του  $x$ .

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνονται οι διαστάσεις της μακέτας, ώστε η περιφέρεια του πάρκου στη μακέτα, να μη ξεπερνά τα 8 μέτρα.

(Μονάδες 7)

γ) Να βρείτε τις τιμές του  $x$ , ώστε το εμβαδόν της μακέτας, να είναι το πολύ 1 τετραγωνικό μέτρο.

(Μονάδες 10)

**Έξυπνα & Εύκολα!**