

**Κεφ. 4.1. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Άλγεβρα Α' Λυκείου****ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ****Θέμα 2 - Κωδικοί :**

**1243, 1252, 1260, 1261, 1268, 1278, 1284, 1330, 1355, 1357, 1365,  
1367, 1374, 1376, 1378, 1379, 1383, 12909, 13025, 14295, 14319**

Η Τράπεζα Θεμάτων για την Άλγεβρα Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course της Άλγεβρας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύψος της Τράπεζας.

**1. Θέμα 1243**

- α) Να λύσετε την ανίσωση  $|x - 1| \geq 5$ . (Μονάδες 8)
- β) Να βρείτε τους αριθμούς  $x$  που απέχουν από το 5 απόσταση μικρότερη του 3. (Μονάδες 9)
- γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των (α) και (β). (Μονάδες 8)

**2. Θέμα 1252**

- α) Να βρείτε για ποιες πραγματικές τιμές του  $y$  ισχύει :  $|y - 3| < 1$ . (Μονάδες 12)
- β) Αν  $x, y$  είναι τα μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου, με  $1 < x < 3$  και  $2 < y < 4$ , τότε να αποδείξετε ότι:  $6 < Π < 14$ , όπου  $Π$  είναι η περίμετρος του ορθογωνίου. (Μονάδες 13)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**3. Θέμα 1260**

Δίνεται η παράσταση:  $A = |x-1| - |x-2|$

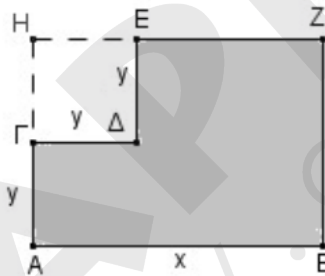
α) Για  $1 < x < 2$ , να δείξετε ότι:  $A = 2x - 3$  (Μονάδες 13)

β) Για  $x < 1$ , να δείξετε ότι η παράσταση  $A$  έχει σταθερή τιμή (ανεξάρτητη του  $x$ ), την οποία και να προσδιορίσετε. (Μονάδες 12)

**4. Θέμα 1261 Αρχέτυπο**

Από το ορθογώνιο  $ABZH$  αφαιρέθηκε το τετράγωνο  $ΓΔΕΗ$  πλευράς  $y$ .

α) Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του γραμμοσκιασμένου σχήματος  $EZBAΓΔ$  που απέμεινε δίνεται από τη σχέση:  $\Pi = 2x + 4y$



(Μονάδες 10)

β) Αν ισχύει  $5 < x < 8$  και  $1 < y < 2$ , να βρείτε μεταξύ ποιών αριθμών βρίσκεται η τιμή της περιμέτρου του παραπάνω γραμμοσκιασμένου σχήματος. (Μονάδες 15)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**5. Θέμα 1268**

Δίνονται δύο τμήματα με μήκη  $x$  και  $y$ , για τα οποία ισχύουν:  $|x-3| \leq 2$  και  $|y-6| \leq 4$ .

α) Να δείξετε ότι:  $1 \leq x \leq 5$  και  $2 \leq y \leq 10$ . (Μονάδες 12)

β) Να βρεθεί η μικρότερη και η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει η περίμετρος ενός ορθογωνίου με διαστάσεις  $2x$  και  $y$

(Μονάδες 13)

**6. Θέμα 1278 Αρχέτυπο**

Η θερμοκρασία  $T$  σε βαθμούς Κελσίου ( $^{\circ}\text{C}$ ), σε βάθος  $x$  χιλιομέτρων κάτω από την επιφάνεια της Γης, δίνεται κατά προσέγγιση από τη σχέση:

$$T = 15 + 25 \cdot x, \text{ όταν } 0 \leq x \leq 200$$

α) Να βρείτε τη θερμοκρασία ενός σημείου που βρίσκεται 30 χιλιόμετρα κάτω από την επιφάνεια της Γης. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το βάθος στο οποίο η θερμοκρασία είναι ίση με  $290^{\circ}\text{C}$ . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 10)

γ) Σε ποιο βάθος μπορεί να βρίσκεται ένα σημείο, στο οποίο η θερμοκρασία είναι μεγαλύτερη από  $440^{\circ}\text{C}$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 8)

**7. Θέμα 1284 Αρχέτυπο**

α) Να λύσετε την ανίσωση  $|x+4| \geq 3$  (Μονάδες 12)

β) Αν  $a \geq -1$ , να γράψετε την παράσταση  $A = ||a+4|-3|$  χωρίς απόλυτες τιμές. Να αιτιολογήσετε το συλλογισμό σας. (Μονάδες 13)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**8. Θέμα 1330**

α) Να λύσετε τις ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών:

i)  $|2x - 3| \leq 5$  (Μονάδες 9)

ii)  $|2x - 3| \geq 1$  (Μονάδες 9)

β) Να βρείτε τις τιμές του  $x$  για τις οποίες συναληθεύουν οι παραπάνω ανισώσεις.  
(Μονάδες 7)

**9. Θέμα 1355 Αρχέτυπο**

α) Να λύσετε την ανίσωση  $|x-5| < 2$  (Μονάδες 8)

β) Να λύσετε την ανίσωση  $|2-3x| > 5$  (Μονάδες 8)

γ) Να παραστήσετε τις λύσεις των δυο προηγούμενων ανισώσεων στον ίδιο άξονα των πραγματικών αριθμών. Με τη βοήθεια του άξονα, να προσδιορίσετε το σύνολο των κοινών τους λύσεων και να το αναπαραστήσετε με διάστημα ή ένωση διαστημάτων.

(Μονάδες 9)

**10. Θέμα 1357**

Δίνονται οι ανισώσεις:  $3x-1 < x+9$  και  $2 - \frac{x}{2} \leq x + \frac{1}{2}$ .

α) Να βρείτε τις λύσεις τους. (Μονάδες 15)

β) Να βρείτε το σύνολο των κοινών τους λύσεων. (Μονάδες 10)

*Έξυπνα & Εύκολα!*

**11. Θέμα 1365 Αρχέτυπο**

α) Να λύσετε την ανίσωση:  $\left|x - \frac{1}{2}\right| < 4$ . (Μονάδες 9)

β) Να λύσετε την ανίσωση:  $|x + 5| \geq 3$ . (Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων των ερωτημάτων (α) και (β) με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών και να τις γράψετε με τη μορφή διαστήματος.

(Μονάδες 7)

**12. Θέμα 1367**

α) Να λύσετε την εξίσωση:  $|2x - 4| = 3|x - 1|$  (Μονάδες 9)

β) Να λύσετε την ανίσωση:  $|3x - 5| > 1$  (Μονάδες 9)

γ) Είναι οι λύσεις της εξίσωσης του (α) ερωτήματος και λύσεις της ανίσωσης

του (β) ερωτήματος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 7)

**13. Θέμα 1374 Αρχέτυπο**

α) Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών:

i)  $|1 - 2x| < 5$  και (Μονάδες 9)

ii)  $|1 - 2x| \geq 1$  (Μονάδες 9)

β) Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του  $x$  για τις οποίες συναληθεύουν οι παραπάνω ανισώσεις.

(Μονάδες 7)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**14. Θέμα 1376**

Δίνεται η παράσταση:  $A = (\sqrt{x-4} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-4} - \sqrt{x+1})$

α) Για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση  $A$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι η παράσταση  $A$  είναι σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του  $x$ .

(Μονάδες 13)

**15. Θέμα 1378**

Δίνεται η παράσταση:  $A = \sqrt{x-4} + \sqrt{6-x}$

α) Για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση  $A$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του  $x$  σε μορφή διαστήματος.

(Μονάδες 13)

β) Για  $x=5$ , να αποδείξετε ότι:  $A^2 + A - 6 = 0$

(Μονάδες 12)

**16. Θέμα 1379 Αρχέτυπο**

Δίνεται η παράσταση:  $A = \sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{x-4}$

α) Για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται η παράσταση  $A$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του  $x$  σε μορφή διαστήματος.

(Μονάδες 12)

β) Αν  $x=4$ , να αποδείξετε ότι:  $A^2 - A = 2 \cdot (10 - \sqrt{5})$

(Μονάδες 13)

**17. Θέμα 1383**

Αν ο πραγματικός αριθμός  $x$  ικανοποιεί τη σχέση:  $|x+1| < 2$ ,

α) να δείξετε ότι  $x \in (-3, 1)$

(Μονάδες 12)

β) να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης:  $K = \frac{|x+3| + |x-1|}{4}$  είναι αριθμός ανεξάρτητος του  $x$ .

(Μονάδες 13)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**18. Θέμα 12909 Αρχέτυπο**

Δίνεται ο πραγματικός αριθμός  $x$  για τον οποίο ισχύει  $|x-3| < 5$ .

α) Να δείξετε ότι  $x \in (-2, 8)$ .

(Μονάδες 9)

β) Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του  $x$  για τις οποίες ισχύει  $|x-3| < 5$ .

(Μονάδες 7)

γ) Αν  $A$  το σύνολο που έχει στοιχεία τις ακέραιες τιμές του  $x$  που βρήκατε στο β) ερώτημα και  $B$  το σύνολο με  $B = \{-3, -2, -1, 0, 3, 4\}$ , να παραστήσετε τα σύνολα  $A \cup B$  και  $A \cap B$  με αναγραφή των στοιχείων τους.

(Μονάδες 9)

**19. Θέμα 13025 Αρχέτυπο**

α) Να λύσετε την ανίσωση  $-\frac{3-2x}{7} \geq 5$ .

(Μονάδες 10)

β) Να λύσετε την ανίσωση  $|-x-1| \leq 23$ .

(Μονάδες 10)

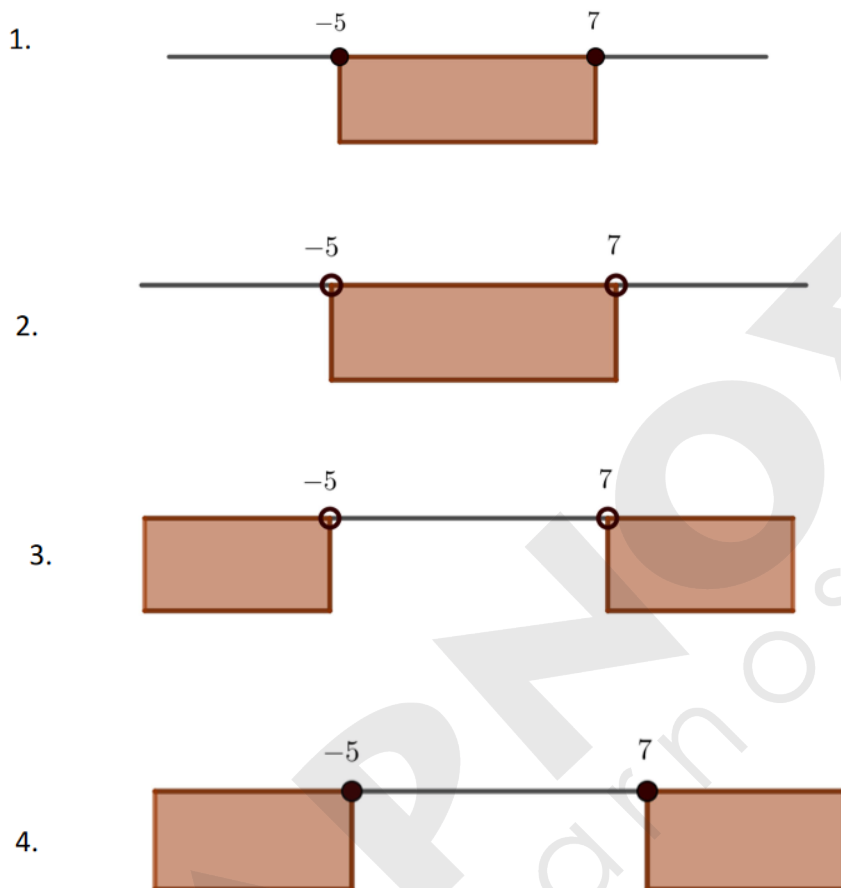
γ) Να βρείτε τις τιμές του  $x$  για τις οποίες συναληθεύουν οι παραπάνω ανισώσεις.

(Μονάδες 5)

**20. Θέμα 14295 Αρχέτυπο**

α) Να διατυπώσετε γεωμετρικά το ζητούμενο της ανίσωσης  $|x-1| \geq 6$  και στη συνέχεια να βρείτε τη θέση του πραγματικού αριθμού  $x$  πάνω στον άξονα, επιλέγοντας μια από τις παρακάτω αναπαραστάσεις:

*Έξυπνα & Εύκολα!*



(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε αλγεβρικά την απάντησή σας στο α) ερώτημα.

(Μονάδες 13)

Έξυπνα &amp; Εύκολα!



**21. Θέμα 14319 Αρχέτυπο**

Δίνεται η ανίσωση  $|2x - 5| < 3$

α) Να λύσετε την ανίσωση.

(Μονάδες 12)

β) αν ο αριθμός  $\alpha$  είναι μια λύση της ανίσωσης να βρείτε το πρόσημο του γινομένου:

$$A = (\alpha - 1)(\alpha - 5).$$

(Μονάδες 13)

**Θέμα 3 - Κωδικός: 14753****22. Θέμα 14753 Αρχέτυπο**

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί  $x$  για τους οποίους ισχύει  $2|x| - 2 \leq 0$  (1).

α) Να δείξετε ότι  $x \in [-1, 1]$ .

(Μονάδες 10)

β) Να δείξετε ότι όλοι οι πραγματικοί αριθμοί που ικανοποιούν την (1) απέχουν από το -3 απόσταση το πολύ 4.

(Μονάδες 5)

γ) Για τους πραγματικούς αριθμούς  $x$  που ικανοποιούν την (1) να γράψετε την παρακάτω παράσταση  $A$  χωρίς τις απόλυτες τιμές.

$$A = |2x - 3| - |4 - 3x|$$

(Μονάδες 10)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**Θέμα 4 – Κωδικοί:****1416, 1427, 1455, 1521, 13114, 13312, 13474, 14650****23. Θέμα 1416 Αρχέτυπο**

Δίνεται η εξίσωση  $\lambda x^2 + 2(\lambda - 1)x + \lambda - 2 = 0$ , (1) με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

α) Να λύσετε την εξίσωση όταν  $\lambda = 0$ .

(Μονάδες 5)

β) Έστω  $\lambda \neq 0$ .

- i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες πραγματικές και άνισες, τις οποίες στη συνέχεια να βρείτε.

(Μονάδες 10)

- ii. Αν  $x_1 = -1$  και  $x_2 = -1 + \frac{2}{\lambda}$  είναι οι δυο ρίζες της εξίσωσης (1), να

προσδιορίσετε τις τιμές του  $\lambda$ , για τις οποίες ισχύει  $|x_1 - x_2| > 1$ .

(Μονάδες 10)

**24. Θέμα 1427**

Δίνεται ένας πραγματικός αριθμός  $x$  που ικανοποιεί τη σχέση:  $d(x, 5) \leq 9$ .

α) Να αποδώσετε την παραπάνω σχέση λεκτικά.

(Μονάδες 5)

β) Με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών, να παραστήσετε σε μορφή διαστήματος το σύνολο των δυνατών τιμών του  $x$ .

(Μονάδες 5)

γ) Να γράψετε τη σχέση με το σύμβολο της απόλυτης τιμής και να επιβεβαιώσετε με αλγεβρικό τρόπο το συμπέρασμα του ερωτήματος (β).

(Μονάδες 10)

δ) Να χρησιμοποιήσετε το συμπέρασμα του ερωτήματος (γ) για να δείξετε ότι:

$$|x+4| + |x-14| = 18$$

(Μονάδες 5)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**25. Θέμα 1455 Αρχέτυπο**

Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 - x + \lambda - \lambda^2 = 0$ , με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$  (1)

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα  $\Delta$  της εξίσωσης και να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$ . (Μονάδες 10)

β) Για ποια τιμή του  $\lambda$  η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες ίσες; (Μονάδες 6)

γ) Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης (1), τότε να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  ισχύει  $0 < d(x_1, x_2) < 2$ . (Μονάδες 9)

**26. Θέμα 1521**

α) Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $x$  για τους οποίους ισχύει  $|x - 4| < 2$ .

(Μονάδες 10)

β) Θεωρούμε πραγματικό αριθμό  $x$  που η απόστασή του από το 4 στον άξονα των πραγματικών αριθμών είναι μικρότερη από 2.

i) Να αποδείξετε ότι η απόσταση του τριπλάσιου του αριθμού αυτού από το 4 είναι μεγαλύτερη του 2 και μικρότερη του 14.

(Μονάδες 5)

ii) Να βρείτε μεταξύ ποιων ορίων περιέχεται η τιμή της απόστασης του  $3x$  από το 19.

(Μονάδες 10)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**27. Θέμα 13114 Αρχέτυπο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{|x-1| - |3-3x| + |2x-4|}{2}$ .

α) Να δείξετε ότι  $f(x) = d(x, 2) - d(x, 1)$ .

(Μονάδες 9)

β) Αν τα σημεία  $A$  και  $B$  παριστάνουν στον άξονα των πραγματικών αριθμών τους αριθμούς 1 και 2, να διατυπώσετε γεωμετρικά το ζητούμενο της εξίσωσης  $f(x) = 0$  και να προσδιορίσετε τη λύση της.

(Μονάδες 8)

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 0$ .

(Μονάδες 8)

**28. Θέμα 13312**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - 6x + \lambda = 0$  (1) όπου  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  η εξίσωση (1) έχει πραγματικές ρίζες.

(Μονάδες 7)

β) Αν δύο πραγματικοί αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  έχουν σταθερό άθροισμα 6 και γινόμενο  $\alpha \cdot \beta = \lambda$ , τότε:

i. Να δείξετε ότι  $\alpha \cdot \beta \leq 9$ .

(Μονάδες 6)

ii. Να δείξετε ότι  $\alpha \cdot \beta = 9$  αν και μόνο αν  $\alpha = \beta$ .

(Μονάδες 5)

γ) Να δείξετε ότι από όλα τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα με διαστάσεις  $\alpha$ ,  $\beta$  και περίμετρο 12, μεγαλύτερο εμβαδόν έχει το τετράγωνο.

(Μονάδες 7)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**29. Θέμα 13474 Αρχέτυπο**

Δίνονται οι ανισώσεις

$$|x-1| \leq \sqrt{3} \quad (1) \quad \text{και} \quad 3 - \frac{x+4}{2} < 0 \quad (2)$$

α) Να λύσετε την ανίσωση (1).

(Μονάδες 5)

β) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τη μικρότερη και τη μεγαλύτερη λύση της (1).

(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων (1) και (2).

(Μονάδες 7)

δ) Να αποδείξετε ότι αν οι αριθμοί  $\alpha$ ,  $\beta$  είναι κοινές λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) τότε και ο αριθμός  $\frac{3\alpha + 4\beta}{7}$  είναι επίσης κοινή λύση τους.

(Μονάδες 8)

**30. Θέμα 14650**

α) Να λύσετε την ανίσωση:  $|x-1| \leq 3$  (1).

(Μονάδες 7)

β) Να απεικονίσετε το σύνολο των λύσεων της ανίσωσης αυτής πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα, με βάση τη γεωμετρική σημασία της παράστασης  $|x-1|$ .

(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε όλους τους ακέραιους αριθμούς  $x$  που ικανοποιούν την ανίσωση  $|x-1| \leq 3$ .

(Μονάδες 5)

δ) Να βρείτε τους ακέραιους αριθμούς  $x$  που ικανοποιούν την ανίσωση  $\|x-1| \leq 3$ . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

**Έξυπνα & Εύκολα!**