

Κεφ. 3.1. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Άλγεβρα Α' Λυκείου**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ****Θέμα 2 - Κωδικοί:****1327, 1351, 1369, 12857, 12917, 13169, 14224, 14649**

Η Τράπεζα Θεμάτων για την Άλγεβρα Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας www.arnos.gr για το Course της Άλγεβρας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύψος της Τράπεζας.

1. Θέμα 1327

Δίνεται η εξίσωση: $(\alpha+3)x = \alpha^2 - 9$, με παράμετρο $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να λύσετε την εξίσωση στις παρακάτω περιπτώσεις:

i) όταν $\alpha = 1$ (Μονάδες 5)

ii) όταν $\alpha = -3$ (Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις τιμές του α , για τις οποίες η εξίσωση έχει μοναδική λύση και να προσδιορίσετε τη λύση αυτή. (Μονάδες 12)

Έξυπνα & Εύκολα!

2. Θέμα 1351

Δίνεται η εξίσωση $\lambda \cdot x = x + \lambda^2 - 1$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση γράφεται ισοδύναμα:

$$(\lambda - 1)x = (\lambda - 1)(\lambda + 1), \lambda \in \mathbb{R} \quad (\text{Μονάδες } 8)$$

β) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η παραπάνω εξίσωση έχει ακριβώς μία λύση την οποία και να βρείτε. (Μονάδες 8)

γ) Για ποια τιμή του λ η παραπάνω εξίσωση είναι ταυτότητα στο σύνολο των πραγματικών αριθμών; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)

3. Θέμα 1369 Αρχέτυπο

Δίνεται η εξίσωση: $(\lambda^2 - 9)x = \lambda^2 - 3\lambda$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$ (1)

α) Επιλέγοντας τρεις διαφορετικές πραγματικές τιμές για το λ , να γράψετε τρεις εξισώσεις.

(Μονάδες 6)

β) Να προσδιορίσετε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η (1) να έχει μία και μοναδική λύση.

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η μοναδική λύση της (1) να ισούται με 4.

(Μονάδες 10)

Έξυπνα & Εύκολα!

4. Θέμα 12857

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda-1)x - 2\lambda + 2 = 0$.

α) i. Να λύσετε την εξίσωση για $\lambda = -2$.

(Μονάδες 7)

ii. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες το $x=1$ είναι ρίζα της εξίσωσης.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση είναι ταυτότητα.

(Μονάδες 8)

5. Θέμα 12917

Δίνεται η εξίσωση $(|\alpha - 1| - 3)x = \alpha + 2$ (1), με παράμετρο $\alpha \in \mathbb{R}$.

α) Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση για $\alpha = 0$ και $\alpha = 5$.

(Μονάδες 8)

β)

i. Να βρείτε για ποιες τιμές του α ισχύει $|\alpha - 1| = 3$.

(Μονάδες 8)

ii. Να λύσετε την εξίσωση (1) για τις τιμές του α που βρήκατε στο ερώτημα β)i.

(Μονάδες 9)

6. Θέμα 13169

Αν γνωρίζουμε ότι ο x είναι πραγματικός αριθμός με $3 \leq x \leq 5$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $x - 5 \leq 0 < x - 2$.

(Μονάδες 10)

β) Να λύσετε την εξίσωση $|x - 2| - |x - 5| = 2$.

(Μονάδες 15)

Έξυπνα & Εύκολα!

7. Θέμα 14224 Αρχέτυπο

Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{x^2 - 1}{x^2 - x}$, $x \neq 0, x \neq 1$.

α) Να δείξετε ότι $A = \frac{x+1}{x}$.

(Μονάδες 8)

β)

i. Να βρείτε για ποια τιμή του x η παράσταση A μηδενίζεται.

(Μονάδες 8)

ii. Μπορεί η παράσταση A να πάρει την τιμή 2; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

8. Θέμα 14649

Δίνεται η παράσταση $K = |x + 1| + 2$, όπου $x \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι $K = \begin{cases} x + 3, & \text{αν } x \geq -1 \\ 1 - x, & \text{αν } x < -1 \end{cases}$.

(Μονάδες 12)

β)

i. Να λυθεί η εξίσωση $|x - 2| = 4$.

ii. Να βρείτε την τιμή της παράστασης K αν ο αριθμός x είναι λύση της παραπάνω εξίσωσης.

(Μονάδες 13)

Έξυπνα & Εύκολα!

Θέμα 4 - Κωδικός: 13170**9. Θέμα 13170 Αρχέτυπο**

Υποθέτουμε ότι κάθε κεφάλαιο που κατατίθεται σε έναν λογαριασμό μιας τράπεζας, αυξάνεται στο τέλος κάθε έτους κατά ε % (το επίσημο επιτόκιο αύξησης που δίνει δηλαδή η τράπεζα είναι ε %).

α) Αποδείξτε ότι αν καταθέσουμε στη συγκεκριμένη τράπεζα κεφάλαιο x € με επιτόκιο ε %, ύστερα από δύο έτη θα εισπράξουμε κεφάλαιο $x \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{100}\right)^2$ €.

(Μονάδες 7)

β) Ένα κεφάλαιο 15.000 € το χωρίζουμε σε δύο ποσά. Το ένα από τα δύο, κατατέθηκε σε μια τράπεζα Α με επιτόκιο 2% και το άλλο, κατατέθηκε σε μια άλλη τράπεζα Β με επιτόκιο 3%. Ύστερα από 2 χρόνια, εισπράχθηκε, με βάση το α) ερώτημα, και από τις δύο τράπεζες συνολικό κεφάλαιο 15.811 €. Ονομάζουμε y το ποσό που κατατέθηκε στην τράπεζα Β.

i) Να αποδείξετε ότι το ποσό y είναι λύση της εξίσωσης

$$(1,03^2 - 1,02^2) \cdot y = 15811 - 15000 \cdot 1,02^2$$

(Μονάδες 10)

ii) Να βρείτε το κεφάλαιο που κατατέθηκε σε κάθε τράπεζα.

(Μονάδες 8)

Έξυπνα & Εύκολα!