Κεφ. 2.4. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Άλγεβρα Α' Λυκείου

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ & ΛΥΣΕΙΣ

Θέμα 2 - Κωδικοί:

1270, 1281, 1308, 1335, 1338, 1340, 1375, 1377, 1380,

1381, 1382, 12943, 14452, 14599, 14682, 14774

Η Τράπεζα Θεμάτων για την Άλγεβρα Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας www.arnos.gr για το Course της Άλγεβρας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύφος της Τράπεζας.

1. Θέμα 1270

Δίνεται η παράσταση: $K=\dfrac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x+2}-\dfrac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3}$.

α) Να βρεθούν οι τιμές που πρέπει να πάρει το x, ώστε η παράσταση K να έχει νόημα πραγματικού αριθμού. (Μονάδες 12)

β) Αν $-2<x<3$, να αποδείξετε ότι παράσταση K σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του x.

(Μονάδες 13)

ΛΥΣΗ

α)

$$\mathrm{K}=\frac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x+2}-\frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x-3}=\frac{\sqrt{(x+2)^2}}{x+2}-\frac{\sqrt{(x-3)^2}}{x-3}=\frac{|x+2|}{x+2}-\frac{|x-3|}{x-3}$$

Η παράσταση Κ έχει νόημα πραγματικού αριθμού αν και μόνο αν:

$$\begin{cases} x+2\neq 0 \\ \kappa\alpha\iota \\ x-3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ \kappa\alpha\iota \\ x\neq 3 \end{cases}$$

β) Ισχύει: $-2 < x < 3$, οπότε $x + 2 > 0$ και $x - 3 < 0$.

Άρα $|x + 2| = x + 2$ και $|x - 3| = -(x - 3)$.

Οπότε: $K = \dfrac{|x+2|}{x+2} - \dfrac{|x-3|}{x-3} = \dfrac{x+2}{x+2} - \dfrac{-(x-3)}{x-3} = 1 + 1 = 2$

2. Θέμα 1281 Αρχέτυπο

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = \left(\sqrt{2}\right)^6, \qquad B = \left(\sqrt[3]{3}\right)^6, \qquad \Gamma = \left(\sqrt[6]{6}\right)^6 \quad .$$

α) Να δείξετε ότι:

$$A + B + \Gamma = 23 \ .$$ (Μονάδες 13)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

$$\sqrt[3]{3} \ \text{ και } \ \sqrt[6]{6} \ .$$

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 12)

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$\mathrm{A} + \mathrm{B} + \Gamma = \left(\sqrt{2}\right)^6 + \left(\sqrt[3]{3}\right)^6 + \left(\sqrt[6]{6}\right)^6 = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^6 + \left(3^{\frac{1}{3}}\right)^6 + \left(6^{\frac{1}{6}}\right)^6 =$$
$$= 2^{\frac{6}{2}} + 3^{\frac{6}{3}} + 6^{\frac{6}{6}} = 2^3 + 3^2 + 6 = 8 + 9 + 6 = 23$$

β) Είναι: $\sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}} = (3^2)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{9}$. Τότε:

$$6 < 9 \Leftrightarrow \sqrt[6]{6} < \sqrt[6]{9} \Leftrightarrow \sqrt[6]{6} < \sqrt[3]{3}$$

3. Θέμα 1308

Δίνεται η παράσταση: $A=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

α) Να δείξετε ότι: *Α= 4.* (Μονάδες 12)

β) Να λύσετε την εξίσωση: $|x+A|=1$. (Μονάδες 13)

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$\mathrm{A}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}+\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=$$

$$=\frac{\sqrt{3}\sqrt{5}+\sqrt{3}\sqrt{3}+\sqrt{5}\sqrt{5}-\sqrt{5}\sqrt{3}}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=$$

$$=\frac{\sqrt{9}+\sqrt{25}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}=$$

$$=\frac{3+5}{5-3}=\frac{8}{2}=4$$

β) Η εξίσωση γράφεται:

$$|\mathrm{x}+\mathrm{A}|=1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |\mathrm{x}+4|=1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\mathrm{x}+4=1 \text{ ή } \mathrm{x}+4=-1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\mathrm{x}=-3 \text{ ή } \mathrm{x}=-5)$$

4. Θέμα 1335

Δίνονται οι παραστάσεις: $A=\sqrt{(x-2)^2}$ και $B=\sqrt[3]{(2-x)^3}$, όπου x πραγματικός αριθμός

α) Για ποιες τιμές του *x* ορίζεται η παράσταση *A*; (Μονάδες 7)

β) Για ποιες τιμές του *x* ορίζεται η παράσταση *B*; (Μονάδες 8)

γ) Να δείξετε ότι, για κάθε $x \le 2$, ισχύει *A*=B. (Μονάδες 10)

ΛΥΣΗ

α) Πρέπει:

$$(x-2)^2 \ge 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

β) Πρέπει:

$$(2-x)^3 \ge 0 \Leftrightarrow 2-x \ge 0 \Leftrightarrow -x \ge -2 \Leftrightarrow x \le 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 2]$$

γ) Για κάθε $x \le 2$, είναι:

$$|x-2| = -(x-2) = 2-x$$

Τότε:

$$A=\sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = 2-x \quad \text{και} \quad B=\sqrt[3]{(2-x)^3} = 2-x$$

Άρα $A=B$

5. Θέμα 1338 Αρχέτυπο

Αν είναι $A=\sqrt[3]{5}$, $B=\sqrt{3}$, $\Gamma=\sqrt[6]{5}$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $A \cdot B \cdot \Gamma = \sqrt{15}$ (Μονάδες 15)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς Α, Β . (Μονάδες 10)

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$A \cdot B \cdot \Gamma = \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{5} =$$

$$= 5^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{3} \cdot 5^{\frac{1}{6}} = \sqrt{3} \cdot 5^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} =$$

$$= \sqrt{3} \cdot 5^{\frac{3}{6}} = \sqrt{3} \cdot 5^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{15}$$

β) Είναι:

$$A = \sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}} = (5^2)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{25} \quad \text{και} \quad B = \sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} = (3^3)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{27}$$

Ισχύει ότι:

$$25 < 27 \Leftrightarrow \sqrt[6]{25} < \sqrt[6]{27} \Leftrightarrow A < B$$

6. Θέμα 1340 Αρχέτυπο

Αν είναι $A = 2-\sqrt{3}$, $B = 2+\sqrt{3}$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $A \cdot B = 1$. (Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\Pi = A^2 + B^2$. (Μονάδες 13)

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$A \cdot B = (2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 2^2 - \sqrt{3}^2 = 4 - 3 = 1$$

β) Ισχύει ότι:

$$\Pi = A^2 + B^2 =$$

$$= (2-\sqrt{3})^2 + (2+\sqrt{3})^2 =$$

$$= 2^2 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 + 2^2 + 2\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 =$$

$$= 4 + 3 + 4 + 3 = 14$$

7. Θέμα 1375 Αρχέτυπο

Στον πίνακα της τάξης σας είναι γραμμένες οι παρακάτω πληροφορίες (προσεγγίσεις):

$\sqrt{2} \cong 1{,}41$

$\sqrt{3} \cong 1{,}73$

$\sqrt{5} \cong 2{,}24$

$\sqrt{7} \cong 2{,}64$

α) Να επιλέξετε έναν τρόπο, ώστε να αξιοποιήσετε τα παραπάνω δεδομένα (όποια θεωρείτε κατάλληλα) και να υπολογίσετε με προσέγγιση εκατοστού τους αριθμούς $\sqrt{20}$, $\sqrt{45}$ και $\sqrt{80}$ (Μονάδες 12)

β) Αν δεν υπήρχαν στον πίνακα οι προσεγγιστικές τιμές των ριζών πώς θα μπορούσατε να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\dfrac{3\cdot\sqrt{20}+\sqrt{80}}{\sqrt{45}-\sqrt{5}}$; (Μονάδες 13)

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

- $\sqrt{20} = \sqrt{4\cdot 5} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{5} = 2\sqrt{5} \cong 2\cdot 2{,}24 = 4{,}48$
- $\sqrt{45} = \sqrt{9\cdot 5} = \sqrt{9}\cdot\sqrt{5} = 3\sqrt{5} \cong 3\cdot 2{,}24 = 6{,}72$
- $\sqrt{80} = \sqrt{16\cdot 5} = \sqrt{16}\cdot\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \cong 4\cdot 2{,}24 = 8{,}96$

β) Ισχύει ότι:

$$\frac{3\sqrt{20}+\sqrt{80}}{\sqrt{45}-\sqrt{5}} = \frac{3\cdot 2\sqrt{5}+4\sqrt{5}}{3\sqrt{5}-\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = 5$$

8. Θέμα 1377

α) Να δείξετε ότι: $3<\sqrt[3]{30}<4$ (Μονάδες 12)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $\sqrt[3]{30}$ και $6-\sqrt[3]{30}$ (Μονάδες 13)

ΛΥΣΗ

α) Ισοδύναμα και διαδοχικά βρίσκουμε:

$$3<\sqrt[3]{30}<4 \Leftrightarrow \sqrt[3]{3^3}<\sqrt[3]{30}<\sqrt[3]{4^3} \Leftrightarrow \sqrt[3]{27}<\sqrt[3]{30}<\sqrt[3]{64} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 27<30<64, \text{ το οποίο ισχύει}$$

β) Έστω ότι $\sqrt[3]{30}<6-\sqrt[3]{30}$. Τότε:

$$\sqrt[3]{30}<6-\sqrt[3]{30} \Leftrightarrow 2\sqrt[3]{30}<6 \Leftrightarrow \sqrt[3]{30}<3 \Leftrightarrow \left(\sqrt[3]{30}\right)^3<3^3 \Leftrightarrow 30<27, \text{ άτοπο}$$

Άρα $\sqrt[3]{30}>6-\sqrt[3]{30}$.

9. Θέμα 1380

Δίνεται η παράσταση: $A=\sqrt{1-x}-\sqrt[4]{x^4}$

α) Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος. (Μονάδες 13)

β) Αν $x=-3$, να αποδείξετε ότι: $A^3+A^2+A+1=0$ (Μονάδες 12)

ΛΥΣΗ

α) Πρέπει:

$$(1-x\geq 0 \text{ και } x^4\geq 0) \Leftrightarrow (-x\geq -1 \text{ και } x\in\mathbb{R}) \Leftrightarrow x\leq 1 \Leftrightarrow x\in(-\infty, 1]$$

β) Για $x=-3$, είναι:

$$A=\sqrt{1-(-3)}-\sqrt[4]{(-3)^4}=\sqrt{1+3}-\sqrt[4]{3^4}=\sqrt{4}-3=2-3=-1$$

Τότε:

$$A^3+A^2+A+1=(-1)^3+(-1)^2+(-1)+1=-1+1-1+1=0$$

10. Θέμα 1381

Δίνεται η παράσταση: $B=\sqrt[5]{(x-2)^5}$

α) Για ποιες τιμές του *x* ορίζεται η παράσταση *B*; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του *x* υπό μορφή διαστήματος. (Μονάδες 13)

β) Για *x=4*, να αποδείξετε ότι: $B^2+6B=B^4$ (Μονάδες 12)

ΛΥΣΗ

α) Πρέπει:

$$(x-2)^5\geq 0 \Leftrightarrow x-2\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 2 \Leftrightarrow x\in[2,+\infty)$$

β) Για x = 4, είναι:

$$B=\sqrt[5]{(4-2)^5}=\sqrt[5]{2^5}=2$$

Τότε:

$$B^2+6B=2^2+6\cdot 2=4+12=16=2^4=B^4$$

11. Θέμα 1382

Δίνονται οι αριθμοί: $A=\left(\sqrt{2}\right)^6$ και $B=\left(\sqrt[3]{2}\right)^6$

α) Να δείξετε ότι: *A-B=4* (Μονάδες 13)

β) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους αριθμούς:

$\sqrt{2}$, 1, $\sqrt[3]{2}$ (Μονάδες 12)

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$A-B=\left(\sqrt{2}\right)^6-\left(\sqrt[3]{2}\right)^6=\left[\left(\sqrt{2}\right)^2\right]^3-\left[\left(\sqrt[3]{2}\right)^3\right]^2=$$
$$=2^3-2^2=8-4=4$$

β) Ισχύει ότι:

$$1<2\Leftrightarrow \sqrt[3]{1}<\sqrt[3]{2}\Leftrightarrow 1<\sqrt[3]{2}\ \ (1)$$

και

$$A-B=4>0\Leftrightarrow A>B\Leftrightarrow \left(\sqrt{2}\right)^6>\left(\sqrt[3]{2}\right)^6\Leftrightarrow \sqrt{2}>\sqrt[3]{2}\ \ (2)$$

Από τις ανισώσεις (1) και (2) βρίσκουμε:

$$1<\sqrt[3]{2}<\sqrt{2}$$

12. Θέμα 12943 Αρχέτυπο

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha=\frac{1}{2}(3+\sqrt{5})$ και $\beta=\frac{1}{2}(3-\sqrt{5})$

α) Να υπολογίσετε το άθροισμα $\alpha+\beta$ και το γινόμενο $\alpha\cdot\beta$

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι $\alpha^2+\beta^2=7$

(Μονάδες 13)

ΛΥΣΗ

α) Είναι:

$$\alpha+\beta=\frac{1}{2}(3+\sqrt{5})+\frac{1}{2}(3-\sqrt{5})=\frac{1}{2}(3+\sqrt{5}+3-\sqrt{5})=\frac{6}{2}=3$$

και

$$\alpha\cdot\beta=\frac{1}{2}(3+\sqrt{5})\frac{1}{2}(3-\sqrt{5})=\frac{1}{4}\left(3^2-\sqrt{5}^2\right)=\frac{1}{4}(9-5)=\frac{4}{4}=1$$

Άρα, $\alpha+\beta=3$ και $\alpha\cdot\beta=1$

β) Έχουμε:

$$\alpha^2+\beta^2=\frac{1}{4}(3+\sqrt{5})^2+\frac{1}{4}(3-\sqrt{5})^2=\frac{1}{4}(9+5+6\sqrt{5}+9+5-6\sqrt{5})$$

$$=\frac{1}{4}\cdot 28=7$$

που είναι το ζητούμενο.

Υπόδειξη για εναλλακτική λύση.

Το ερώτημα (β) μπορεί να αποδειχθεί άμεσα από το (α) με τη βοήθεια της ταυτότητας

$$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$$

13. Θέμα 14452 Αρχέτυπο

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha=\sqrt{3}-1$ και $\beta=\sqrt{3}+1$.

α) Να δείξετε ότι $\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=10$.

(Μονάδες 15)

β) Να δείξετε ότι $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}+1=5$.

(Μονάδες 10)

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε :

$$\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta=\left(\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1\right)^2-\left(\sqrt{3}-1\right)\cdot\left(\sqrt{3}+1\right)=\left(2\sqrt{3}\right)^2-2=10$$

β) Είναι

$\alpha\beta=\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)=3-1=2$ οπότε

$$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}+1=\frac{\beta^2+\alpha^2+\alpha\beta}{\alpha\beta}=\frac{10}{2}=5$$

14. Θέμα 14599

Αν για τον πραγματικό αριθμό x ισχύει $|2x|<2$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι $-1<x<1$.

(Μονάδες 12)

β) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x\in(-1,1)$, ισχύει $x^2<1$.

(Μονάδες 13)

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε ισοδύναμα:

$|2x|<2$, οπότε

$2|x|<2$, διαιρούμε τα μέλη της ανίσωσης με το 2 και έχουμε

$|x|<1$ και τελικά

$-1<x<1$

β) Η ανίσωση

$x^2<1$ ισχύει, αν και μόνο αν ισχύει η

$\sqrt{x^2}<1$,που ισχύει αν και μόνο αν ισχύει η

$|x|<1$, που ισχύει αν και μόνο αν ισχύει

$-1<x<1$, δηλαδή $x\in(-1,1)$,που ισχύει.

Άρα για κάθε $x\in(-1,1)$, ισχύει $x^2<1$.

15. Θέμα 14682

Δίνονται οι αριθμοί: $A=(\sqrt{3})^6$ και $B=(\sqrt[3]{3})^6$.

α) Να δείξετε ότι: $A-B=18$.

(Μονάδες 12)

β) Να διατάξετε από το μικρότερο στο μεγαλύτερο τους αριθμούς $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{3}$.

(Μονάδες 13)

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε: $A=(\sqrt{3})^6=((\sqrt{3})^2)^3=3^3=27$ και $B=(\sqrt[3]{3})^6=((\sqrt[3]{3})^3)^2=3^2=9$.

Άρα : $A-B=27-9=18$.

β) Αφού οι αριθμοί $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{3}$ είναι θετικοί θα έχουν την ίδια διάταξη και όταν υψωθούν εις την έκτη. Από το ερώτημα α) $(\sqrt{3})^6=A=27$ και $(\sqrt[3]{3})^6=B=9$.

Άρα: $\sqrt[3]{3}<\sqrt{3}$.

16. Θέμα 14774 Αρχέτυπο

α) Να δείξετε ότι $\left(2+\sqrt{5}\right)^2 = 9+4\sqrt{5}$ και $\left(1-\sqrt{5}\right)^2 = 6-2\sqrt{5}$

(Μονάδες 13)

β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος α) ή με όποιον άλλο τρόπο θέλετε, να δείξετε ότι $\sqrt{9+4\sqrt{5}}+\sqrt{6-2\sqrt{5}} = 1+2\sqrt{5}$.

(Μονάδες 12)

Λύση

α) Έχουμε ότι:

$$\left(2+\sqrt{5}\right)^2 = 2^2+2\cdot 2\cdot\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2 = 4+4\sqrt{5}+5 = 9+4\sqrt{5}$$

και

$$\left(1-\sqrt{5}\right)^2 = 1^2-2\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2 = 1-2\sqrt{5}+5 = 6-2\sqrt{5}$$

β) Από το ερώτημα α) προκύπτει ότι:

$$\sqrt{9+4\sqrt{5}}+\sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{\left(2+\sqrt{5}\right)^2}+\sqrt{\left(1-\sqrt{5}\right)^2} =$$

$$|2+\sqrt{5}|+|1-\sqrt{5}|.$$

Αλλά $1<5 \Rightarrow 1<\sqrt{5} \Rightarrow 1-\sqrt{5}<0$. Οπότε, $|1-\sqrt{5}| = \sqrt{5}-1$.

Άρα,

$$|2+\sqrt{5}|+|1-\sqrt{5}| = 2+\sqrt{5}+\sqrt{5}-1 = 1+2\sqrt{5}.$$

Θέμα 4 - Κωδικός: 14931

17. Θέμα 14931 Αρχέτυπο

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί α, β, με $\alpha = 1+\sqrt{2}$ και $\beta = 1-\sqrt{2}$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\mathrm{A} = \alpha^2 - \beta^2$.

(Μονάδες 7)

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\mathrm{B} = \sqrt{\alpha^2} - \sqrt{\beta^2}$.

(Μονάδες 8)

γ) Αν $\mathrm{A} = 4\sqrt{2}$ και $\mathrm{B} = 2$, να δείξετε ότι $\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} > \sqrt{\alpha^2} - \sqrt{\beta^2}$.

(Μονάδες 10)

ΛΥΣΗ

α) Έχουμε $\mathrm{A} = \alpha^2 - \beta^2 = (\alpha-\beta)(\alpha+\beta) = \left(1+\sqrt{2}-1+\sqrt{2}\right)\cdot\left(1+\sqrt{2}+1-\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}\cdot 2 = 4\sqrt{2}$.

β) Έχουμε $\mathrm{B} = \sqrt{\alpha^2} - \sqrt{\beta^2} = |\alpha| - |\beta| = \left(1+\sqrt{2}\right) - \left(\sqrt{2}-1\right) = 1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+1 = 2$.

γ) Έχουμε ισοδύναμα:

$$\sqrt{\alpha^2-\beta^2} > \sqrt{\alpha^2} - \sqrt{\beta^2} \overset{\alpha),\beta)}{\Leftrightarrow}$$
$$\sqrt{\mathrm{A}} > \mathrm{B} \Leftrightarrow$$
$$\sqrt{4\sqrt{2}} > 2 \Leftrightarrow$$
$$4\sqrt{2} > 4 \Leftrightarrow$$
$$\sqrt{2} > 1 \Leftrightarrow$$

$2 > 1$, που ισχύει.