

**Κεφ. 2.2. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Άλγεβρα Α' Λυκείου****ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ****Θέμα 2 - Κωδικοί:****1287, 1317, 1324, 1373, 12673, 12922, 13266, 13323, 14475, 14492, 14704**

Η Τράπεζα Θεμάτων για την Άλγεβρα Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course της Άλγεβρας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύψος της Τράπεζας.

**1. Θέμα 1287**

Δίνονται οι παραστάσεις:  $K=2\alpha^2+\beta^2$  και  $\Lambda=2\alpha\beta$ , όπου  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

α) Να δείξετε ότι:  $K \geq \Lambda$ , για κάθε τιμή των  $\alpha, \beta$ . (Μονάδες 12)

β) Για ποιες τιμές των  $\alpha, \beta$  ισχύει η ισότητα  $K = \Lambda$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

**2. Θέμα 1317 Αρχέτυπο**

Δίνονται οι παραστάσεις:  $K=2\alpha^2+\beta^2+9$  και  $\Lambda=2\alpha(3-\beta)$ , όπου  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

α) Να δείξετε ότι:  $K - \Lambda = (\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2) + (\alpha^2 - 6\alpha + 9)$  (Μονάδες 3)

β) Να δείξετε ότι:  $K \geq \Lambda$ , για κάθε τιμή των  $\alpha, \beta$ . (Μονάδες 10)

γ) Για ποιες τιμές των  $\alpha, \beta$  ισχύει η ισότητα  $K = \Lambda$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

*Έξυπνα & εύκολα!*

**3. Θέμα 1324**

Αν για τους πραγματικούς αριθμούς  $x$  και  $y$  ισχύουν:  $3 \leq x \leq 5$  και  $-2 \leq y \leq -1$ ,

να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων βρίσκονται οι τιμές των παραστάσεων:

α)  $y - x$  (Μονάδες 12)

β)  $x^2 + y^2$  (Μονάδες 13)

**4. Θέμα 1373 Αρχέτυπο**

Δίνονται πραγματικοί αριθμοί  $a, b$ , με  $a > 0$  και  $b > 0$ . Να αποδείξετε ότι:

α)  $a + \frac{4}{a} \geq 4$  (Μονάδες 12)

β)  $\left(a + \frac{4}{a}\right)\left(b + \frac{4}{b}\right) \geq 16$  (Μονάδες 13)

**5. Θέμα 12673 Αρχέτυπο**

Έστω  $a, b$  πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύει:  $0 < a < b$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $\frac{3}{b} < \frac{3}{a}$ . (Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι  $a^3 + \frac{3}{b} < b^3 + \frac{3}{a}$ . (Μονάδες 12)

Έξυπνα & εύκολα!

**6. Θέμα 12922**

Δίνονται οι παραστάσεις:  $A = \alpha^2 + \beta^2$  και  $B = 2\alpha\beta$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  για τις οποίες  $A = 0$ .

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι  $A - B \geq 0$  για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

(Μονάδες 9)

γ) Να βρείτε τη σχέση μεταξύ των  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ώστε να ισχύει  $A - B = 0$ .

(Μονάδες 8)

**7. Θέμα 13266 Αρχέτυπο**

Δίνονται οι παραστάσεις  $A = \alpha^2 + 4\alpha + 5$  και  $B = (2\beta + 1)^2 - 1$ , με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

α) Να δείξετε ότι για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ισχύει  $A = (\alpha + 2)^2 + 1$ .

(Μονάδες 8)

β)

i. Να δείξετε ότι  $A + B \geq 0$ .

(Μονάδες 9)

ii. Για ποιες τιμές των  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ισχύει  $A + B = 0$ ;

(Μονάδες 8)

**8. Θέμα 13323**

α) Να αποδείξετε ότι για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $x, y$  ισχύει:

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 = x^2 + y^2 - 2x + 8y + 17.$$

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς  $x$  και  $y$  ώστε:  $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 17 = 0$ .

(Μονάδες 13)

*Έξυπνα & εύκολα!*

**9. Θέμα 14475**

Αν  $\alpha$  και  $\beta$  πραγματικοί αριθμοί με  $2 \leq \alpha \leq 4$  και  $-4 \leq \beta \leq -3$ , να βρείτε τα όρια μεταξύ των οποίων περιέχεται η τιμή καθεμιάς από τις παραστάσεις:

α)  $\alpha + 2\beta$ .

(Μονάδες 12)

β)  $\alpha - \beta$ .

(Μονάδες 13)

**10. Θέμα 14492**

Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει μήκος  $x$  εκατοστά και πλάτος  $y$  εκατοστά, αντίστοιχα.

Αν για τα μήκη  $x$  και  $y$  ισχύει:  $4 \leq x \leq 7$  και  $2 \leq y \leq 3$  τότε:

α) Να βρείτε μεταξύ ποιών τιμών κυμαίνεται η τιμή της περιμέτρου του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

(Μονάδες 12)

β) Αν το  $x$  μειωθεί κατά 1 και το  $y$  τριπλασιαστεί, και να είναι μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου, τότε να βρείτε μεταξύ ποιών τιμών κυμαίνεται η τιμή της περιμέτρου του νέου ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

(Μονάδες 13)

Έξυπνα & εύκολα!

**11. Θέμα 14704 Αρχέτυπο**

Αν  $2 \leq x \leq 3$  και  $1 \leq y \leq 2$ , να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται η τιμή καθεμιάς από τις παρακάτω παραστάσεις:

α)  $x + y$

(Μονάδες 5)

β)  $2x - 3y$

(Μονάδες 10)

γ)  $\frac{x}{y}$

(Μονάδες 10)

Θέμα 3 - Κωδικός: 14602

**12. Θέμα 14602**

Αν  $0 < \alpha < 1$ , τότε:

α) Να αποδείξετε ότι  $0 < \alpha^3 < \alpha$ .

(Μονάδες 13)

β) Να διατάξετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς:

$$0, \alpha^3, 1, \alpha, \frac{1}{\alpha}.$$

(Μονάδες 12)

**Έξυπνα & εύκολα!**