

**Κεφ. 2.1. - Τράπεζα Θεμάτων 2022 - Άλγεβρα Α' Λυκείου****ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ****Θέμα 2 - Κωδικοί:****1251, 1353, 12685, 13053, 13088, 13472, 14458, 14473, 14489, 14555**

Η Τράπεζα Θεμάτων για την Άλγεβρα Α' Λυκείου είναι μία μεγάλη «θάλασσα». Εμείς όμως έχουμε φροντίσει για εσένα, συγκεντρώνοντας εκείνα τα θέματα που αποτελούν τη «βάση» της γνώσης και για τα υπόλοιπα. Μελετώντας και κατανοώντας το μοτίβο σκέψης για τα συγκεκριμένα, μπορείς να λύσεις με επιτυχία και τα υπόλοιπα θέματα. Στην ιστοσελίδα μας [www.arnos.gr](http://www.arnos.gr) για το Course της Άλγεβρας, μελετάς και προετοιμάζεσαι με την αναλυτική διδασκαλία σε ασκήσεις και θέματα, στο ύψος της Τράπεζας.

**1. Θέμα 1251 Αρχέτυπο**

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  με  $\beta \neq 0$  και  $\delta \neq \gamma$  ώστε να ισχύουν:

$$\frac{\alpha + \beta}{\beta} = 4 \text{ και } \frac{\gamma}{\delta - \gamma} = \frac{1}{4}$$

α) Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 3\beta$  και  $\delta = 5\gamma$  (Μονάδες 10)

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$\Pi = \frac{\alpha\gamma + \beta\gamma}{\beta\delta - \beta\gamma} \quad (\text{Μονάδες 15})$$

**2. Θέμα 1353 Αρχέτυπο**

α) Να αποδείξετε ότι για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $x, y$  ισχύει:

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 \quad (\text{Μονάδες 12})$$

β) Να βρείτε τους αριθμούς  $x, y$  ώστε:  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 0$  (Μονάδες 13)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**3. Θέμα 12685 Αρχέτυπο**

Αν για τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta \neq 0$ , ισχύει ότι:

$$(\alpha + \beta) \left( \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right) = 4, \text{ τότε να αποδείξετε ότι:}$$

α)  $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = 2.$

(Μονάδες 12)

β)  $\alpha = \beta.$

(Μονάδες 13)

**4. Θέμα 13053**

Έστω  $\alpha, \beta, \gamma$  πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύουν  $\alpha + \beta + \gamma = 0$  και  $\alpha\beta\gamma \neq 0$ .

α) Να αποδείξετε ότι

i.  $\beta + \gamma = -\alpha.$

(Μονάδες 6)

ii.  $\frac{\alpha^2}{\beta + \gamma} = -\alpha.$

(Μονάδες 6)

β) Με παρόμοιο τρόπο να απλοποιήσετε τα κλάσματα  $\frac{\beta^2}{\gamma + \alpha}, \frac{\gamma^2}{\alpha + \beta}$  και να αποδείξετε ότι

$$\frac{\alpha^2}{\beta + \gamma} + \frac{\beta^2}{\gamma + \alpha} + \frac{\gamma^2}{\alpha + \beta} = 0.$$

(Μονάδες 13)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**5. Θέμα 13088 Αρχέτυπο**

Έστω  $x, y$  πραγματικοί αριθμοί. Ορίζουμε:  $A = 2(x + y)^2 - (x - y)^2 - 6xy - y^2$

α) Να αποδείξετε ότι :  $A = x^2$

(Μονάδες 13)

β) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός  $B = 2 \cdot 2022^2 - 2020^2 - 6 \cdot 2021 - 1$  είναι ίσος με το τετράγωνο φυσικού αριθμού τον οποίο να προσδιορίσετε.

(Μονάδες 12)

**6. Θέμα 13472 Αρχέτυπο**

Έστω  $\alpha, \beta$  πραγματικοί αριθμοί, διαφορετικοί μεταξύ τους, για τους οποίους ισχύουν  $\alpha^2 = 2\alpha + \beta$  και  $\beta^2 = 2\beta + \alpha$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

i.  $\alpha^2 - \beta^2 = \alpha - \beta$ .

(Μονάδες 8)

ii.  $\alpha + \beta = 1$ .

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης  $A = \alpha^2 + \beta^2$ .

(Μονάδες 9)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**7. Θέμα 14458**

Έστω  $x, y$  πραγματικοί αριθμοί για τους οποίους ισχύει:

$$(x + 4y)(x + y) = 9xy.$$

α) Να αποδείξετε ότι

i.  $(2y - x)^2 = 0$

(Μονάδες 8)

ii.  $y = \frac{x}{2}$ .

(Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι  $\left(2y - \frac{x}{2}\right)^2 + \left(2y + \frac{x}{2}\right)^2 = 10y^2$ .

(Μονάδες 12)

**8. Θέμα 14473**

Για τους πραγματικούς αριθμούς  $x$  και  $y$  ισχύει:  $\frac{4x + 5y}{x - 4y} = -2$ .

α) Να δείξετε ότι  $y = 2x$ .

(Μονάδες 12)

β) Για  $y = 2x$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A = \frac{2x^2 + 3y^2 + xy}{xy}$ .

(Μονάδες 13)

**Έξυπνα & Εύκολα!**

**9. Θέμα 14489**

Αν οι αριθμοί  $2\alpha - 1$  και  $\beta - 1$  είναι αντίστροφοι, με  $\alpha \neq 1$  και  $\beta \neq 1$  να δείξετε ότι:

α)  $2\alpha + \beta = 2\alpha\beta$ .

(Μονάδες 10)

β) Οι αριθμοί  $x = \alpha - \beta$  και  $y = \alpha(1 - 2\beta) + 2\beta$  είναι αντίθετοι.

(Μονάδες 15)

**10. Θέμα 14555 Αρχέτυπο**

Αν για τους πραγματικούς αριθμούς  $x, y$  ισχύει η σχέση

$$(x - 2y)^2 - 2(3 - 2xy) = 5y^2 - 1$$

α) Να αποδείξετε ότι  $x^2 - y^2 = 5$ .

(Μονάδες 12)

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $P = (x + y)^3(x - y)^3$ .

(Μονάδες 13)

**Θέμα 3 - Κωδικός: 14329****11. Θέμα 14329**

Δίνονται οι αλγεβρικές παραστάσεις  $A = \frac{-\alpha}{\beta}$ ,  $B = \alpha^2$ .

α) Να βρείτε για ποιες τιμές των πραγματικών αριθμών  $\alpha, \beta$  οι αλγεβρικές παραστάσεις  $A, B$  είναι πραγματικοί αριθμοί διαφορετικοί του 0.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί  $A, B$  είναι αντίθετοι, αν και μόνο, αν οι αριθμοί  $\alpha, \beta$  είναι αντίστροφοι.

(Μονάδες 15)

**Έξυπνα & Εύκολα!**