

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση:

1. Η τιμή της παράστασης $(5^2 + 2^5 - 2^3 \cdot 7)^{2020} + (3^2 - 2^3)^{2021} + 1,3 : 0,01$ δεν διαιρείται με τον αριθμό:

- α) 2 β) 4 γ) 6 δ) 9

2. Αν προσθέσουμε 40 γραμμάρια ζάχαρης σε 160 γραμμάρια νερού, τότε το ποσοστό της ζάχαρης στο υγρό που δημιουργείται θα είναι:

- α) 25% β) 40% γ) 20% δ) 30%

3. Ένα δοχείο περιέχει μόνο κόκκινες και μπλε καραμέλες. Αν για κάθε 2 κόκκινες καραμέλες υπάρχουν 3 μπλε καραμέλες, τότε ο συνολικός αριθμός από καραμέλες δεν θα μπορούσε να είναι:

- α) 15 β) 30 γ) 12 δ) 20

4. Το $\frac{4}{9}$ του 27 είναι ίσα με τα $\frac{6}{5}$ του:

- α) 12 β) 14 γ) 10 δ) 15

5. Η ομάδα μπάσκετ ενός σχολείου κέρδισε ακριβώς το 65% των αγώνων που έπαιξε την προηγούμενη σχολική χρονιά. Οι αγώνες που έπαιξε την προηγούμενη σχολική χρονιά ήταν:

- α) 25 β) 24 γ) 22 δ) 20

6. Μία έκπτωση 10% επί της τιμής ενός προϊόντος και στη συνέχεια στην τιμή που προέκυψε νέα έκπτωση 30% ισοδυναμούν με συνολική έκπτωση:

- α) 40% β) 33% γ) 27% δ) 37%

7. Αν το πηλίκο της τέλειαις διαίρεσης ενός αριθμού με το 3 είναι το 4, τότε το τριπλάσιο του αριθμού αυτού είναι το:

- α) 24 β) 12 γ) 36 δ) 48

$$\begin{aligned}
 1) \quad & (5^2 + 2^5 - 2^3 \cdot 7)^{2020} + (3^2 - 2^3)^{2021} + 1,3 : 0,01 = \\
 & (25 + 32 - 8 \cdot 7)^{2020} + (9 - 8)^{2021} + 1,3 \cdot 100 = \\
 & (57 - 56)^{2020} + 1^{2021} + 130 = \\
 & 1^{2020} + 1 + 130 = 132, \text{ ο αριθμός}
 \end{aligned}$$

είναι ζυγός, άρα διαπερίζεται με το 2, τα τελευταία δύο ψηφία του είναι πολλαπλάσιο του 4, άρα διαπερίζεται και με το 4, το άθροιστά των ψηφίων του είναι $1+3+2=6$, άρα διαπερίζεται με το 3, όχι όμως με το 9.

2) Το μείγμα φαχρπούτρου δε έχει συνολική μάζα, τη μάζα του νερού και τη μάζα του φαχρύου, άρα $40 + 160 = 200$ γραμ.

$$\frac{\text{μάζα φαχρύου}}{\text{μάζα φαχρπούτρου}} = \frac{40}{200} = \frac{20}{100} = 20\%$$

$$3) \quad \frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{12}{18}$$

λίνοφο=5, λίνοφο=15, λίνοφο=20, λίνοφο=30

Παρατηρούμε ότι το βύθος είναι 10,5, οπότε
απομείνουν το βύθος να είναι 160 ft ή 12 κερφίτζς

$$4) \frac{4}{9} \cdot 27 = 12 \rightarrow \frac{6}{5} \cdot x = 12$$
$$x = 12 : \frac{6}{5}$$
$$x = 12 \cdot \frac{5}{6}$$
$$x = 10$$

5) Ο αριθμός των αλγών είναι φυσικός
αριθμός. Θα δοκιμάσουμε τις επενδύσεις

$$\frac{65}{100} \cdot 25 = \frac{65}{4} = 16,25 \text{ απορρίπτεται}$$

$$\frac{65}{100} \cdot 24 = 15,6 \text{ απορρίπτεται}$$

$$\frac{65}{100} \cdot 22 = 14,3 \text{ απορρίπτεται}$$

$$\frac{65}{100} \cdot 20 = \frac{65}{5} = 13, \text{ το οποίο αποδεχόμαστε}$$

Άρα, το αλγόνι είναι 20 αργαίτη
χρονιά

6) Ας υποθέσουμε ότι η αρχική τιμή είναι 100 €.

$$1^{\text{η}} \text{ Έκπτωση: } \frac{10}{100} \cdot 100 = 10 \text{ €}$$

Οπότε, η νέα τιμή είναι: $100 - 10 = 90 \text{ €}$

$$2^{\text{η}} \text{ Έκπτωση: } \frac{30}{100} \cdot 90 = 27 \text{ €}$$

Η τελική τιμή θα είναι: $90 - 27 = 63 \text{ €}$

Επομένως, η συνολική έκπτωση που έχη γίνει
σε σχέση με την αρχική τιμή είναι:

$$100 - 63 = 37 \text{ € στα } 100 \text{ €, ή } 37\%$$

$$7) \Delta = \delta \cdot \pi + \nu, \text{ όπου } 0 \leq \nu < \delta$$

Εφόσον η διαίρεση είναι τέλεια, θα έχουμε

$$\nu = 0, \text{ οπότε } \Delta = 3 \cdot 4 = 12.$$

ο αριθμός των 12 είναι το $3 \cdot 12 = 36$

$$\Delta \left| \frac{3}{4} \right.$$

8. Τέσσερις φίλοι μοιράστηκαν εξίσου τα $\frac{3}{5}$ μιας πίτσας. Ποιο μέρος ολόκληρης της πίτσας έφαγε ο καθένας;

- α) $\frac{1}{4}$ β) $\frac{3}{10}$ γ) $\frac{3}{20}$ δ) $\frac{1}{15}$

9. Το $\frac{1}{6}$ και το $\frac{1}{4}$ ενός αριθμού έχουν άθροισμα 55. Ο αριθμός αυτός είναι:

- α) 110 β) 120 γ) 121 δ) 132

10. Ένας τριψήφιος αριθμός είναι μικρότερος του 130 και συγχρόνως πολλαπλάσιο του 7 και του 9. Ο αριθμός που δεν τον διαιρεί είναι:

- α) 42 β) 18 γ) 22 δ) 2

(3x10=30 μονάδες)

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. α) Το άθροισμα δύο πρώτων αριθμών είναι 75. Να βρεθεί το γινόμενο των αριθμών αυτών.

β) Να βρείτε όλους τους φυσικούς αριθμούς α που βρίσκονται μεταξύ του 20 και του 40, για τους οποίους τα κλάσματα $\frac{5}{\alpha}$, $\frac{8}{\alpha}$ και $\frac{13}{\alpha}$ είναι ταυτόχρονα ανάγωγα.

($\alpha \rightarrow 5$, $\beta \rightarrow 7$ μονάδες)

2. Σε μια χώρα η χρέωση του ταξί γίνεται ως εξής:

- 3,50 € για το πρώτο $\frac{1}{2}$ χιλιόμετρο και ...
- 0,75 € για κάθε επιπλέον $\frac{1}{8}$ του χιλιομέτρου.

α) Αν η Άννα πλήρωσε 15,5 € για μια διαδρομή, να βρείτε πόσα χιλιόμετρα ήταν αυτή η διαδρομή.

β) Πόσα χρήματα κόστισε η διαδρομή για το πρώτο χιλιόμετρο;

($\alpha \rightarrow 8$, $\beta \rightarrow 7$ μονάδες)

3. Ένα σχολείο έχει 300 μαθητές. Όλοι οι μαθητές παρακολουθούν υποχρεωτικά μόνο έναν από τους 6 συνολικά όμιλους (θέατρο, μπάσκετ, ποδόσφαιρο, Κινέζικα, Μαθηματικά και βόλεϊ).

- Το 12% των μαθητών του σχολείου ανήκουν στον όμιλο θεάτρου.
- Στον όμιλο του μπάσκετ ανήκουν 50% περισσότεροι μαθητές, από τους μαθητές που ανήκουν στον όμιλο του θεάτρου.
- Στον όμιλο του ποδοσφαίρου ανήκει το $\frac{1}{5}$ των μαθητών του σχολείου.

8) Αφού οι 4 ψίφες πολλαπλασιάζουν εξίσου
 τα $\frac{3}{5}$ της πιτσας, ο καθένας έφαγε

$$\frac{3}{5} : 4 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$$
 της πιτσας.

9) Έστω x ο αριθμός. Τότε,

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{4} = 55 \rightarrow \text{Πολλαπλασιάζουμε τους όρους και}$$

6 και 4 για να πάρουμε την ελάχιστη
 κοινή Ε.Κ.Π. (6, 4) = 24,
 ώστε να απαλειφθούν οι
 παρονομαστές.

$$24 \cdot \frac{x}{6} + 24 \cdot \frac{x}{4} = 24 \cdot 55$$

$$4x + 6x = 1320$$

$$10x = 1320$$

$$x = 132$$

10) Για να είναι ο αριθμός σωχρόνως πολλαπλός
 του 7 και του 9, θα είναι και πολλαπλός
 του Ε.Κ.Π. (7, 9) = 63. Αφού είναι
 μικρότερος του 130 και περιγύφιος, θα
 βρούμε τα πολλαπλάσια του 63 που κeno-
 ποιών τις προϋποθέσεις.

$$2 \cdot 63 = 126 < 130, \text{ δεκτό.}$$

$$3 \cdot 63 = 189 > 130, \text{ απαρρίπτεται.}$$

Διαιρέτες του 126

1, 126, 2, 63, 3, 42, 7, 18, 9, 14

Κοιτάζοντας τις αντιστάσεις, ο μόνος αριθμός που δεν είναι διαιρέτης του 126 είναι το 22.

Πρόβλημα 1

α) Οι αριθμοί 2 και 73 είναι πρώτοι και $2 + 73 = 75$. Το γινόμενο αυτών είναι $2 \cdot 73 = 146$.

β) $\frac{5}{\alpha}$, $\frac{8}{\alpha}$, $\frac{13}{\alpha}$ και $20 < \alpha < 40$

Για να είναι ανάγωγο τα κλάσματα, δηλαδή οι όροι του κλάσματος να έχουν κοινό διαιρέτη το 1.

Καταρχάς, θα απορριψουμε όσα α ^{φυσικοί} πολλαπλασιάζονται του 5, του 2, του 4, του 8 και του 13.

Οπότε, οι αριθμοί που απομένουν μεταξύ του 20 και του 40 είναι: 21, 23, 27, 29, 31, 33, 37 που μπορεί να πάρει ως τιμές το α , έτσι

ώστε τα κλάσματα να είναι αλγεβρα.

Πρόβλημα 2

- 3,5€ για το πρώτο $\frac{1}{2}$ (μίστο) χιλιόμετρο.
- 0,75€ για κάθε επιπλέον $\frac{1}{8}$ του χιλιόμετρου

α) Η Άννα πληρώσε συνολικά για τη διαδρομή 15,5€.

Πρώτα θα πληρώσουμε το πρώτο $\frac{1}{2}$ χλμ.

Οπότε, $15,5 - 3,5 = 12$ € απομένουν.

Για κάθε $\frac{1}{8}$ χλμ. από τα υπολοιπόμενα το κόστος είναι 0,75€.

$$12 : 0,75 = 12 : \frac{3}{4} = 12 \cdot \frac{4}{3} = 16$$

$$16 \cdot \frac{1}{8} = 2 \text{ χλμ.}$$

Μαζί με το πρώτο μίστο χλμ. έκανε συνολικά 2,5 χλμ.

β) Για το 1^ο χλμ. θα πληρώσει 3,5€ για το πρώτο μίστο χλμ. και για το αλλη μίστο, δηλαδή $\frac{1}{2} = \frac{4}{8} \rightarrow 4 \cdot 0,75 = 3$ €

Επομένως, συνολικά θα πληρώσει $3,5 + 3 = 6,5$ € για το 1^ο χλμ.

Πρόβλημα 3

Δύοφορα ψαδευτείν = 300

• Θέσπερο : $\frac{12}{100} \cdot 300 = 36$ ψαδευτείς

• Μνέκεε : 50% περνεότερο από το θέσπερο.
 $36 + 18 = 54$ ψαδευτείς

• Ποδόςφαυρο : $\frac{1}{5} \cdot 300 = 60$ ψαδευτείς

• Κνέφικα : $\frac{1}{4} \cdot 300 = 75$ ψαδευτείς

Μαδευτακί = 2 · βόφει

Έστω x οι ψαδευτείς που παρνεοφανείν βόφει.
τότε 2x θα είνε οι ψαδευτείς που παρνεοφανείν Μαδευτακί.

Θα η ποδεδέσφει τας ψαδευτείς τας άφφωσφίτων
και θα τας αφαιρέσφει από το βύνος, γίαν
βρώφει τας ψαδευτείς να παρνεοφανείν
Μαδευτακί και βόφει.

$$36 + 54 + 60 + 75 = 225 \text{ ψαδευτείς}$$

$$300 - 225 = 75 \text{ ψαδευτείς}$$

Προκίπτε γονόν η ερίσωγ :

$$α) x + 2x = 75$$

$$3x = 75$$

$x = 25$ βιβλία παρακαλούν βιβλίο
και $2 \cdot 25 = 50$ βιβλία παρακαλούν
Μαθηματικά.

β) Οι βιβλίες του βιβλίου είναι 25 και των
τριών αλγεβρικών στίχων βιβλίο είναι:

$$54 + 60 + 25 = 139$$

$$\frac{25}{139} \approx 0,18 = 18\%$$

γ) Λεον όβιφο του ποδοσφαίρου είναι 60 βιβλίες
Λεον όβιφο των Μαθηματικών είναι 50 βιβλίες
Για να έχουν τον ίδιο αριθμό βιβλίων να
πρέπει να φύγουν 5 βιβλίες από τον
όβιφο ποδοσφαίρου και να πέντε στον όβιφο
των Μαθηματικών, δηλαδή 5 από
τους 60

$$\frac{5}{60} = \frac{1}{12} = \frac{x}{100} \rightarrow 12x = 100$$

$$x = \frac{100}{12} \approx 8,33\%$$

- Στον όμιλο των Κινέζικων ανήκει το $\frac{1}{4}$ των μαθητών του σχολείου.
- Ο αριθμός των μαθητών που παρακολουθεί τον όμιλο των Μαθηματικών είναι διπλάσιος από τον αριθμό των μαθητών που παρακολουθεί τον όμιλο του βόλεϊ.

α) Να βρείτε πόσοι μαθητές παρακολουθούν τον όμιλο Μαθηματικών.

β) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που παρακολουθούν τον όμιλο βόλεϊ από τους μαθητές που παρακολουθούν τους ομίλους και των τριών αθλημάτων, δηλαδή τους ομίλους του μπάσκετ, του ποδοσφαίρου και του βόλεϊ.

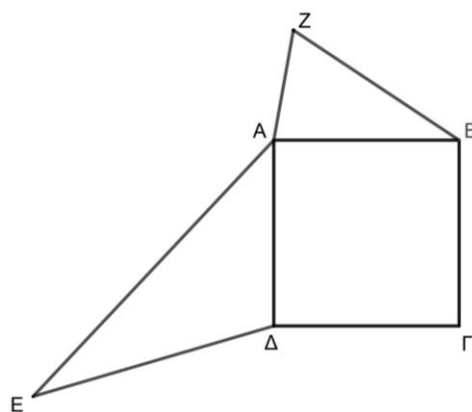
γ) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών του ομίλου ποδοσφαίρου που πρέπει να φύγουν απ' αυτόν τον όμιλο και να πάνε στον όμιλο Μαθηματικών, έτσι ώστε οι δύο όμιλοι να έχουν τον ίδιο αριθμό μαθητών.

($\alpha \rightarrow 7$, $\beta \rightarrow 5$, $\gamma \rightarrow 8$ μονάδες)

4. Στο διπλανό σχήμα ισχύουν:

- Το εμβαδό του τετραγώνου ΑΒΓΔ είναι 36 τ.μ.
- Η περίμετρος του τριγώνου ΑΔΕ είναι ίση με την περίμετρο του τετραγώνου ΑΒΓΔ.
- Η περίμετρος του τριγώνου ΑΖΒ είναι ίση με τα $\frac{5}{6}$ της περιμέτρου του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

Να υπολογίσετε την περίμετρο του εξαπλεύρου ΑΖΒΓΔΕ.



(15 μονάδες)

5. Μια τάξη έχει τον ίδιο αριθμό αγοριών και κοριτσιών. Έξι κορίτσια φεύγουν από την τάξη για να πάνε στον αγώνα βόλεϊ που δίνει το σχολείο τους. Τότε ο αριθμός των αγοριών στην τάξη είναι διπλάσιος από τον αριθμό των κοριτσιών που έμειναν στην τάξη. Να βρείτε πόσα παιδιά είχε η τάξη πριν φύγουν τα 6 κορίτσια.

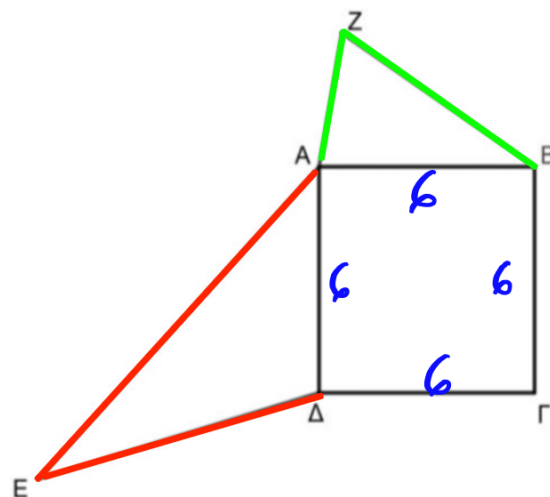
(8 μονάδες)

Πρόβλημα 4

4. Στο διπλανό σχήμα ισχύουν:

- Το εμβαδό του τετραγώνου ΑΒΓΔ είναι 36 τ.μ.
- Η περίμετρος του τριγώνου ΑΔΕ είναι ίση με την περίμετρο του τετραγώνου ΑΒΓΔ.
- Η περίμετρος του τριγώνου ΑΖΒ είναι ίση με τα $\frac{5}{6}$ της περιμέτρου του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

Να υπολογίσετε την περίμετρο του εξαπλεύρου ΑΖΒΓΔΕ.



$E_{ABΓΔ} = 36 \text{ τ.μ.}$, οπότε η ηψυρά του τετραγώνου είναι 6, αφού $6^2 = 36$.

$$\Pi_{ADE} = \Pi_{ABΓΔ} = 4 \cdot 6 = 24 \text{ μ.}$$

Οπότε, οι ηψυρές ΑΕ και ΕΔ μαζί του τριγώνου ΑΔΕ θα είναι $24 - 6 = 18 \text{ μ.}$

$$\Pi_{AZB} = \frac{5}{6} \Pi_{ABΓΔ} = \frac{5}{6} \cdot 24 = 20 \text{ μ.}$$

Άρα, οι ηψυρές ΑΖ και ΖΒ μαζί του τριγώνου ΑΖΒ θα είναι $20 - 6 = 14 \text{ μ.}$

$$\begin{aligned} \Pi_{AZBΓΔΕ} &= \underbrace{AZ + ZB} + BΓ + ΓΔ + \underbrace{ΔΕ + ΕΑ} \\ &= 14 + 6 + 6 + 18 \\ &= 44 \text{ μ.} \end{aligned}$$

5. Μια τάξη έχει τον ίδιο αριθμό αγοριών και κοριτσιών. Έξι κορίτσια φεύγουν από την τάξη για να πάνε στον αγώνα βόλεϊ που δίνει το σχολείο τους. Τότε ο αριθμός των αγοριών στην τάξη είναι διπλάσιος από τον αριθμό των κοριτσιών που έμειναν στην τάξη. Να βρείτε πόσα παιδιά είχε η τάξη πριν φύγουν τα 6 κορίτσια.

Έστω x τα αγόρια αρχικά, (8 μονάδες)
άρα x και x κορίτσια. Αφού φύγουν 6
κορίτσια θα είναι:

$$x = 2 \cdot (x - 6)$$

$$x = 2x - 12$$

$$2x - 12 = x$$

$$2x - x = 12$$

$$x = 12$$

Οπότε, αρχικά ήταν
12 αγόρια και 12 κορίτσια.
Συνολικά 24 παιδιά
συνολικά.

Σελίδα 3 από 3