Ποσοστά

- **Ποσοστό ενός** ποσού [ετυμολογία: ***πόσ(ος)*** *-οστόν* ουδ. του *-οστός*] **είναι** ένα μέρος του ποσού αυτού. Το ποσοστό εκφράζεται με κλάσμα. Αριθμητής του κλάσματος είναι το μέρος του ποσού και παρονομαστής είναι όλο το ποσό.

ΑΣΚΗΣΗ 1

Η Ε΄τάξη έχει 20 μαθητές: 12 κορίτσια και 8 αγόρια. Ποιο είναι το ποσοστό – μέρος των κοριτσιών και ποιο είναι το ποσοστό – μέρος των αγοριών μέσα στην τάξη;

ΛΥΣΗ

Το όλο – ποσό είναι τα 20 παιδιά. Τα κορίτσια είναι τα $\frac{12}{20} = \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 5} = \frac{3}{5}$ των παιδιών και τα αγόρια είναι τα $\frac{8}{20} = \frac{4 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{2}{5}$.

- **Ποσοστό στα 100** (%) **είναι** ένας τρόπος γραφής ενός κλάσματος με παρονομαστή το 100 και εκφράζει αναλογικά το μέρος μίας ποσότητας χωρισμένης σε 100 ίσα μέρη. Το ποσοστό μπορεί να μειωθεί έως και 100% οπότε και μηδενίζεται, ενώ μπορεί να αυξηθεί απεριόριστα.

Για παράδειγμα, όταν λέμε ότι μία ποσότητα αυξάνεται κατά 300%, σημαίνει ότι η ποσότητα από 100 αυξάνεται κατά 300. Οπότε γίνεται: 100 + 300 = 400

ΑΣΚΗΣΗ 2

Η Ε΄τάξη έχει 20 μαθητές: 12 κορίτσια και 8 αγόρια. Ποιο είναι το ποσοστό % των κοριτσιών και ποιο είναι το ποσοστό % των αγοριών μέσα στην τάξη;

ΛΥΣΗ

Για τα κορίτσια, μετατρέπουμε το κλάσμα $\frac{12}{20}$ σε ισοδύναμο: $\frac{12}{20} = \frac{60}{100} = \mathbf{60\%}$

Για το ποσοστό των αγοριών, μετατρέπουμε το κλάσμα $\frac{8}{20}$ σε ισοδύναμο: $\frac{8}{20} = \frac{40}{100} = \mathbf{40\%}$

Θυμήσου: Το ποσοστό επί τοις 100 είναι **ισοδύναμο** με ένα κλάσμα με παρονομαστή το 100 και ισοδύναμο με τον αντίστοιχο δεκαδικό αριθμό.

π.χ. $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 75\% = 0{,}75,$

$\frac{6}{20} = \frac{6 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{30}{100} = 30\% = 0{,}30,$

$\frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{70}{100} = 70\% = 0{,}70$

Προβλήματα Ποσοστών με Μέρος και Όλο

8

› Ο κύριος τρόπος με τον οποίο χρησιμοποιούμε τα ποσοστά είναι για να εκφράσουμε το ποσοστό μίας ποσότητας. Όμως, όπως έχουμε ήδη πει, το ποσοστό **α%** μίας ποσότητας β είναι ίσο με το κλάσμα $\frac{\alpha}{100}$, άρα το **α% του β** σημαίνει ότι χωρίζουμε την ποσότητα **β** σε 100 ίσα μέρη και επιλέγουμε τα **α** από αυτά. Δηλαδή:

το **α% του β** είναι ίσο με: $\alpha\% \cdot \beta = \frac{\alpha}{100} \cdot \beta$

ΑΣΚΗΣΗ

Ένα βιβλίο πριν διατεθεί στο ράφι ενός βιβλιοπωλείου, έχει τιμή 10€ και την επόμενη ημέρα ο βιβλιοπώλης την αυξάνει κατά 6%. Πόσα παραπάνω χρήματα θα δώσουμε στο ταμείο και ποιο θα είναι το τελικό ποσό;

ΛΥΣΗ

Τα παραπάνω χρήματα που θα πληρώσουμε για το βιβλίο είναι ίσα με το 6% των 10€, δηλαδή:

$$6\% \cdot 10 = \frac{6}{100} \cdot 10 = \frac{6 \cdot 10}{100} = 0{,}6€$$

Εν τέλει, στο ταμείο θα πληρώσουμε: 10 + 0,6 = 10,6 €

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Να υπολογίσετε τις παρακάτω ποσότητες:

α) Το 40% των 20€ είναι $40\% \cdot 20 = \frac{40}{100} \cdot 20 = \frac{800}{100} = 8€$.

β) Το 25% των 18 κιλών είναι $25\% \cdot 18 = \frac{25}{100} \cdot 18 = \frac{450}{100} = 4{,}5$ κιλά.

γ) Το 7% των 52 μέτρων είναι $7\% \cdot 52 = \frac{7}{100} \cdot 52 = \frac{364}{100} = 3{,}64$ μέτρα.

δ) Το 120% των 85 παιδιών είναι $120\% \cdot 85 = \frac{120}{100} \cdot 85 = \frac{10.200}{100} = 102$ παιδιά.

Προβλήματα με Ποσοστά

› Καθημερινά συναντάμε παντού τα ποσοστά γύρω μας (φόροι, λογαριασμοί, εκπτώσεις κ.λπ.), καθώς είναι απαραίτητα στην καθημερινή μας ζωή για να συνεννοούμαστε άμεσα και εύληπτα. Για παράδειγμα:

- Αγόρασα ένα παντελόνι με έκπτωση 10%.
- Έγινε αύξηση κατά 5% στον λογαριασμό του ηλεκτρικού ρεύματος.
- Η τιμή ενός ραδιοφώνου είναι 120€ με φόρο 23%.

8

Τα επόμενα παραδείγματα μας ξεναγούν στη λογική που ακολουθούμε για να επιλύουμε προβλήματα ποσοστών με τρόπο έξυπνο, εύκολο και κατανοητό.

Από την Αρχική Τιμή και το Ποσοστό Μεταβολής βρίσκω την Τελική Τιμή

ΑΣΚΗΣΗ

Ο πληθυσμός του χωριού μου πέρυσι ήταν 850 κάτοικοι και φέτος αυξήθηκε κατά 8%. Ποιος είναι τώρα ο πληθυσμός;

ΛΥΣΗ

Αρχική Τιμή = 850 (οι κάτοικοι πέρυσι)
Ποσοστό αύξησης: 8%
Τελική Τιμή = ; (οι κάτοικοι φέτος)

Η φράση «οι κάτοικοι αυξήθηκαν κατά 8%» σημαίνει ότι:

Στους 100 κατοίκους στο χωριό, έχουμε **αύξηση** κατά 8 άτομα. Έχοντας πέρυσι 850 κατοίκους, πόσους παραπάνω κατοίκους έχουμε τώρα;

Στους 100 κατοίκους → 8 κάτοικοι αύξηση

Στους 850 κατοίκους → x κάτοικοι αύξηση

ή $\frac{100}{850} = \frac{8}{x}$

Με χιαστί γινόμενα, έχουμε: $100 \cdot x = 850 \cdot 8$ δηλαδή $100 \cdot x = 6.800$ άρα

$x = 6.800 : 100 = 68$ (παραπάνω κάτοικοι)

Άρα, ο πληθυσμός τώρα είναι: 850 + 68 = **918 κάτοικοι**

Ομοίως ενεργούμε και όταν έχουμε ποσοστό μείωσης, όπου στο τέλος κάνουμε αφαίρεση αντί για πρόσθεση. Άρα:

Τελική Τιμή = Αρχική Τιμή + α% • Αρχική Τιμή (όταν έχουμε αύξηση)

Τελική Τιμή = Αρχική Τιμή – α% • Αρχική Τιμή (όταν έχουμε μείωση)

Από την Τελική Τιμή και το Ποσοστό Μεταβολής βρίσκω την Αρχική Τιμή

ΑΣΚΗΣΗ

Αγοράσαμε ένα αυτοκίνητο με έκπτωση 20%, στην τιμή των 12.000€. Πόσο κόστιζε αρχικά το συγκεκριμένο αμάξι;

ΛΥΣΗ

Τελική Τιμή = 12.000 € (τιμή μετά την έκπτωση)
Ποσοστό έκπτωσης: 20%
Αρχική Τιμή = ; (τιμή πριν την έκπτωση)

Η φράση «αγοράσαμε με έκπτωση 20%» σημαίνει ότι:

Αν αρχικά το αυτοκίνητο κόστιζε 100€, τελικά κοστίζει 20€ **λιγότερο**, δηλαδή κοστίζει 80€.

Αν το αυτοκίνητο κοστίζει τελικά 12.000 €, πόσο κόστιζε αρχικά;

Στα 100€ → 80€ τελική τιμή

Στα x € → 12.000€ τελική τιμή

ή $\frac{100}{x} = \frac{80}{12.000}$

Με χιαστί γινόμενα, προκύπτει ότι $80 \cdot x = 100 \cdot 12.000$ δηλαδή $80 \cdot x = 1.200.000$ άρα

$$x = 1.200.000 : 80 = 15.000$$

Επομένως, η αρχική τιμή του αμαξιού ήταν **15.000€**.

Από την Αρχική και την Τελική Τιμή βρίσκω το Ποσοστό Μεταβολής

ΑΣΚΗΣΗ

Κατά το έτος 2019, η τιμή ενός προϊόντος ήταν 40€, ενώ κατά το έτος 2022 η τιμή του ίδιου προϊόντος ήταν 44€. Ποιο είναι το ποσοστό της αύξησης στην τιμή του προϊόντος;

ΛΥΣΗ

Αρχική Τιμή = 40 € (τιμή το 2019)
Τελική Τιμή: 44 € (τιμή το 2022)
Ποσοστό Αύξησης = ;

Αν αρχικά το προϊόν κόστιζε 40 €, τότε υπέστη αύξηση κατά: 44 – 40 = 4 €

Στα 100, πόση αύξηση υπέστη;

Στα 40€ → 4€ αύξηση ή $\frac{40}{100} = \frac{4}{x}$

Στα 100€ → x € αύξηση

Παρατηρούμε με ισοδύναμα κλάσματα ότι $\frac{40}{100} = \frac{40 : 10}{100 : 10} = \frac{4}{10}$

Άρα x = 10, επομένως η τιμή του προϊόντος αυξήθηκε κατά 10%.

Ομοίως ενεργούμε και για την περίπτωση στην οποία η αρχική τιμή παρουσιάζει μείωση αντί για αύξηση.

Άρα, έχουμε αντίστοιχα:

$$\text{Ποσοστό Αύξησης} = \frac{100 \cdot (\text{Τελική Τιμή - Αρχική Τιμή})}{\text{Αρχική Τιμή}}$$

$$\text{Ποσοστό Μείωσης} = \frac{100 \cdot (\text{Αρχική Τιμή - Τελική Τιμή})}{\text{Αρχική Τιμή}}$$

9

Στατιστική και Γραφήματα

› Αρκετές φορές, καλούμαστε να πραγματοποιήσουμε έρευνα σε μία ομάδα στοιχείων, π.χ. αντικειμένων, ανθρώπων, ως προς ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικό.

Για παράδειγμα, θέλουμε να μελετήσουμε πόσες φορές την εβδομάδα πηγαίνουν θέατρο οι μαθητές της Στ' Δημοτικού ή πόσα αυτοκίνητα πούλησε μία συγκεκριμένη εταιρεία την τελευταία δεκαετία.

› Σε όλη την πορεία μας στην Στατιστική θα χρησιμοποιούμε συχνά **την έννοια του ποσοστού επί τοις εκατό**. Το ποσοστό **α%** είναι ισοδύναμο με το κλάσμα $\frac{α}{100}$. Για να υπολογίσουμε το ποσοστό μίας ποσότητας, εκτελούμε την πράξη:

$$α\% \cdot x = \frac{α \cdot x}{100}$$

Χρησιμοποιούμε **γραφήματα**, για να παρουσιάσουμε παραστατικά πληροφορίες, δεδομένα και στοιχεία.

Υπάρχουν διάφορα είδη γραφημάτων, όπως το ραβδόγραμμα και το εικονόγραμμα.

› Το ραβδόγραμμα είναι ένα είδος γραφήματος, που απαρτίζεται από οριζόντιες ή κατακόρυφες ράβδους σχήματος ορθογωνίου οι οποίες παρουσιάζουν τα δεδομένα.

Τα **ραβδογράμματα** πρέπει να έχουν πάντα τίτλο και οι ράβδοι να βρίσκονται σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους.

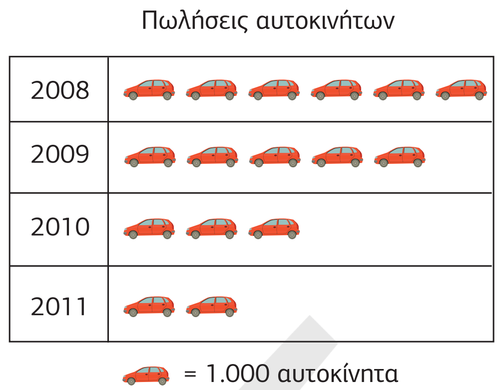
π.χ. Καταγράφουμε τις πωλήσεις αυτοκινήτων τα έτη 2008, 2009, 2010 και 2011
- *Το 2008 καταγράφηκαν 6000 πωλήσεις αυτοκινήτων*
- *Το 2009 καταγράφηκαν 5000 πωλήσεις αυτοκινήτων*
- *Το 2010 καταγράφηκαν 3000 πωλήσεις αυτοκινήτων*
- *Το 2011 καταγράφηκαν 2000 πωλήσεις αυτοκινήτων*

Απεικονίζουμε τις συγκεκριμένες πωλήσεις αυτοκινήτων με ένα ραβδόγραμμα, όπου στον οριζόντιο άξονα παρουσιάζονται τα έτη των πωλήσεων και στον κατακόρυφο το πλήθος των πωλήσεων ανά έτος.

Το ύψος κάθε ράβδου αντιστοιχεί στο πλήθος των πωλήσεων.

- Το **εικονόγραμμα** είναι ένα είδος γραφήματος που, αντί για ράβδους, έχει σύμβολα. Κάθε σύμβολο αντιπροσωπεύει έναν συγκεκριμένο αριθμό στοιχείων.

  Χρησιμοποιώντας το ίδιο ακριβώς παράδειγμα με το προηγούμενο, απεικονίζουμε τις συγκεκριμένες πωλήσεις αυτοκινήτων με ένα εικονόγραμμα.

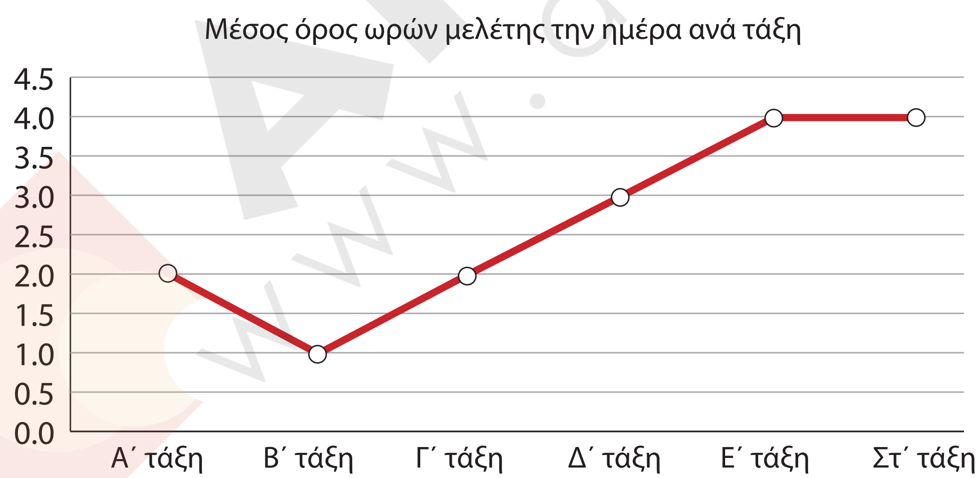


- Εκτός από το ραβδόγραμμα και το εικονόγραμμα, υπάρχουν και άλλοι τύποι γραφημάτων. Συχνά συναντάμε το **γράφημα γραμμής** και το **κυκλικό διάγραμμα**.

- Το **γράφημα γραμμής** το χρησιμοποιούμε, για να δείξουμε πώς τα δεδομένα μεταβάλλονται στη διάρκεια του χρόνου.

π.χ. Στον παρακάτω πίνακα και στο σχετικό γράφημα γραμμής βλέπουμε πόσες ώρες μελετούσε ο Μελέτης κατά μέσο όρο την ημέρα σε κάθε τάξη του Δημοτικού.

Τάξη	*Α΄ τάξη*	*Β΄ τάξη*	*Γ΄ τάξη*	*Δ΄ τάξη*	*Ε΄ τάξη*	*Στ΄ τάξη*
Ώρες μελέτης	*2*	*1*	*2*	*3*	*4*	*4*



- Το **κυκλικό διάγραμμα** το χρησιμοποιούμε, για να δείξουμε τη σχέση που έχει κάθε επιμέρους στοιχείο με ένα μέρος του κυκλικού δίσκου. Δηλαδή, απεικονίζουμε τα επιμέρους στοιχεία σε κομμάτια του κυκλικού δίσκου (της πίτας).

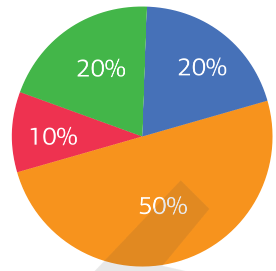
ΑΣΚΗΣΗ

Ο πατέρας του Πέτρου διαθέτει τον μισθό του ως εξής. Για ενοίκιο 10%, για φαγητό 20%, για ρούχα 20% και για διασκέδαση 50%. Να κάνετε το αντίστοιχο κυκλικό διάγραμμα, εάν γνωρίζετε ότι ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί στο ενοίκιο αντιστοιχεί σε γωνία 36°.

9

ΛΥΣΗ

Για να κατασκευάσουμε το κυκλικό διάγραμμα, βρίσκουμε καταρχάς τις γωνίες των υπόλοιπων κυκλικών τομέων για το φαγητό, τα ρούχα και τη διασκέδαση.



- Ενοίκιο **10%.** Γνωρίζουμε ότι το ποσοστό 10% αντιστοιχεί σε γωνία 36°.
- Φαγητό **20%.** (= 10% • 2)**:** Το ποσοστό 20% αντιστοιχεί σε γωνία 36° = 72°.
- Ρούχα **20%.** Το ποσοστό 20% αντιστοιχεί σε γωνία 72°.
- Διασκέδαση **50%** (= 10% • 5)**.** Το ποσοστό 50% αντιστοιχεί σε γωνία 5 • 36° = 180°.

Πίνακας Συχνοτήτων & Σχετικών Συχνοτήτων

- Όταν θέλουμε να δείξουμε πόσες φορές επαναλαμβάνεται ένα στοιχείο ανάμεσα στα δεδομένα μας, χρησιμοποιούμε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

Για να φτιάξουμε έναν πίνακα κατανομής συχνοτήτων, ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:

1. **Συλλέγουμε** τα δεδομένα.
2. Τα τοποθετούμε σε **αύξουσα ή φθίνουσα σειρά**.
3. **Μετράμε τη συχνότητα** εμφάνισης του κάθε στοιχείου.

ΑΣΚΗΣΗ

Οι βαθμοί που έλαβαν στο διαγώνισμα 19 μαθητές ήταν οι: 9, 8, 9, 10, 7, 8, 9, 7, 10, 10, 7, 6, 9, 10, 8, 9, 9, 8, 10. Να κατανείμετε τα παραπάνω δεδομένα σε πίνακα συχνοτήτων.

ΛΥΣΗ

Καταρχάς τοποθετούμε τα δεδομένα που συλλέξαμε, σε αύξουσα σειρά:

6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10

Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε τα δεδομένα μας, διαμορφώνοντας έναν πίνακα συχνοτήτων με όλους τους παραπάνω βαθμούς.

Κατόπιν, εάν ζητηθεί, μπορούμε να παρουσιάσουμε τα συγκεκριμένα στοιχεία με ραβδόγραμμα, με τον τρόπο που περιγράψαμε στις προηγούμενες σελίδες.

Βαθμός	Καταμέτρηση	Συχνότητα
6	I	1
7	III	3
8	IIII	4
9	~~IIII~~ I	6
10	~~IIII~~	5

Μέσος Όρος ή Μέση Τιμή

- Ο **μέσος όρος**, ή με άλλη ονομασία, **μέση τιμή** είναι ένας αριθμός που χρησιμοποιείται ως **αντιπροσωπευτικός** άλλων αριθμών, όταν θέλουμε να αποδώσουμε πολλά δεδομένα με μία μόνο τιμή.

- Μέσος όρος μπορεί να είναι ένας ακέραιος ή ένας δεκαδικός αριθμός ή ένας κλασματικός αριθμός.

  Για να βρούμε τον **μέσο όρο** κάποιων αριθμών, **προσθέτουμε τις τιμές** τους και **διαιρούμε** το άθροισμά τους με το πλήθος τους. Δηλαδή:

$$\text{Μέσος όρος ή Μέση Τιμή} = \frac{\text{άθροισμα δεδομένων}}{\text{πλήθος δεδομένων}}$$

ΣΧΟΛΙΟ

Εάν ζητούμε τον υπολογισμό του μέσου όρου, ή του αθροίσματος ή του πλήθους των αριθμών αυτών, τότε τροποποιούμε αναλόγως αυτόν τον τύπο, όπως θα δούμε αναλυτικά στις ασκήσεις που ακολουθούν.

ΑΣΚΗΣΗ

Η Έλενα εξετάστηκε πέντε φορές σ' αυτό το τρίμηνο στο μάθημα της Ιστορίας και πήρε τους βαθμούς: 16, 14, 18, 18 και 14. Τι βαθμό πρέπει να πάρει ως γενικό βαθμό τριμήνου;

ΛΥΣΗ

Η μέση τιμή των βαθμών της Έλενας είναι:

$$\text{Μέσος όρος ή Μέση Τιμή} = \frac{16 + 14 + 18 + 18 + 14}{5} = \frac{80}{5} = 16$$

Άρα, η Έλενα θα πρέπει να πάρει 16 ως γενικό βαθμό τριμήνου.

Θυμήσου: Εάν καθέναν από τους παραπάνω βαθμούς της εκφώνησης τους αυξήσουμε κατά τον ίδιο αριθμό, έστω κατά 2, τότε και ο μέσος όρος θα αυξηθεί κατά 2. Συνεπώς, μία βασική ιδιότητα του μέσου είναι ότι:
Αν έχουμε κάποιους αριθμούς και τους αυξήσουμε κατά τον ίδιο αριθμό α, τότε ο μέσος όρος των νέων αριθμών θα είναι αυξημένος επίσης κατά α σε σχέση με τον αρχικό μέσο όρο. Αντίστοιχα και για τη μείωση.

Εύκολος Τρόπος Υπολογισμού Μέσου Όρου

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δίνονται οι 8 βαθμοί που έλαβε ένας μαθητής στον έλεγχο επίδοσης:

16, 15, 18, 19, 20, 16, 17, 18

Να υπολογίσεις τον μέσο όρο της βαθμολογίας του.

ΛΥΣΗ

› Παίρνουμε τυχαία μία από τις παραπάνω τιμές της εκφώνησης, έστω την τιμή 17.

Υπολογίζουμε τη διαφορά κάθε μίας τιμής από το 17 που επιλέξαμε.

Έχουμε λοιπόν:

$16 - 17 = \mathbf{-1}$ $\quad 15 - 17 = \mathbf{-2}$ $\quad 18 - 17 = \mathbf{1}$ $\quad 19 - 17 = \mathbf{2}$

$20 - 17 = \mathbf{3}$ $\quad 16 - 17 = \mathbf{-1}$ $\quad 17 - 17 = \mathbf{0}$ και $18 - 17 = \mathbf{1}$

Προσθέτουμε τα αποτελέσματα των διαφορών που βρήκαμε και έχουμε:

$$1 - 1 + 2 - 2 + 1 - 1 + 3 + 0 = 3$$

Συνοψίζοντας έχουμε κατά νου τους αριθμούς:

Πλήθος τιμών: **8**

Τιμή που λάβαμε τυχαία στην αρχή: **17**

Άθροισμα διαφορών: **3**

Ο μέσος όρος είναι ίσος με:

$$17 + \frac{3}{8} = \frac{17 \cdot 8 + 3}{8} = \frac{139}{8}$$

ΣΧΟΛΙΟ

Σε ισοδύναμα αποτελέσματα θα καταλήγαμε εάν εξαρχής επιλέγαμε όχι το 17 αλλά οποιαδήποτε τιμή της εκφώνησης.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Τρία τετράγωνα έχουν εμβαδόν 16, 49 και 169, αντίστοιχα. Ποιος είναι ο μέσος όρος των πλευρών των 3 τετραγώνων;

Α. 8 **Β.** 12 **Γ.** 24 **Δ.** 39

ΛΥΣΗ

Αρχικά, υπολογίζουμε την πλευρά καθενός εκ των τριών τετραγώνων.

- 1ο τετράγωνο: Εμβαδόν $E_1 = 16 = 4^2$, άρα η πλευρά του ισούται με **4**.
- 2ο τετράγωνο: Εμβαδόν $E_2 = 49 = 7^2$, άρα η πλευρά του ισούται με **7**.
- 3ο τετράγωνο: Εμβαδόν $E_3 = 169 = 13^2$, άρα η πλευρά του ισούται με **13**.

Μέσος Όρος πλευρών $= \frac{4 + 7 + 13}{3} = \frac{24}{3} = 8$

Σωστό το Α.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Ο μέσος όρος 15 αριθμών είναι 2.003. Αν κάθε αριθμός αυξηθεί κατά 1, τότε ο νέος μέσος όρος θα είναι:

Α. 2.003 **Β.** 2.004 **Γ.** 2.009 **Δ.** 2.018

ΛΥΣΗ

Ο μέσος όρος 15 αριθμών ισούται με 2.003, δηλαδή: $\frac{\text{άθροισμα δεδομένων}}{15} = 2.003$

Οπότε: άθροισμα δεδομένων = 2.003 • 15 = **30.045**

Αυξάνοντας κάθε αριθμό κατά 1, το άθροισμά τους αυξάνεται κατά 15 • 1 = 15 μονάδες και γίνεται ίσο με: **30.045 + 15 = 30.060**.

Ως εκ τούτου, ο νέος μέσος όρος των 15 αριθμών είναι ίσος με $\frac{30.060}{15} = 2.004$

Είναι λογικό, αφού κάθε αριθμός από τους 15 αυξάνεται κατά 1, τότε και ο Μέσος Όρος αυξάνεται κατά 1. Σωστό το Β.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Ποιο είναι το πλήθος των αριθμών που έχουν μέση τιμή 4,2 και το άθροισμά τους είναι 21;

Α. 5 **Β.** 4 **Γ.** 2 **Δ.** 3

ΛΥΣΗ

Ο μέσος όρος x αριθμών ισούται με 4,2, δηλαδή: $\frac{\text{άθροισμα δεδομένων}}{\text{πλήθος δεδομένων}} = 4{,}2$

Αντικαθιστώντας τα δεδομένα μας, προκύπτει ότι: $\frac{21}{x} = \frac{4{,}2}{1}$ δηλαδή με σταυρωτά «χιαστί» γινόμενα έχουμε 4,2 • x = 21 • 1

Οπότε: $x = 21 : 4{,}2 = \frac{21}{4{,}2} = \frac{21 \cdot 10}{4{,}2 \cdot 10} = \frac{210}{42} = 5$

Ως εκ τούτου, έχουμε 5 αριθμούς σε πλήθος. Σωστό το Α.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Ο μέσος όρος 7 ακέραιων αριθμών, είναι ίσος με 4. Οι έξι από αυτούς τους αριθμούς είναι οι: 2, 3, 3, 5, 1 και 6. Ποιος είναι ο έβδομος αριθμός;

Α. 7 **Β.** 8 **Γ.** 3 **Δ.** 6

ΛΥΣΗ

Ο μέσος όρος των 7 αριθμών ισούται με 4, δηλαδή: $\frac{\text{άθροισμα δεδομένων}}{\text{πλήθος δεδομένων}} = 4$

Συμβολίζοντας με x τον έβδομο αριθμό, τότε αντικαθιστώντας τα δεδομένα μας στην παραπάνω σχέση, προκύπτει ότι:

$$\frac{2 + 3 + 3 + 5 + 1 + 6 + x}{7} = 4 \quad \text{δηλαδή} \quad \frac{20 + x}{7} = 4$$

Οπότε: 20 + x = 4 • 7 δηλαδή 20 + x = 28

Συνεπώς, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι ο έβδομος αριθμός x είναι ίσος με:

$$x = 28 - 20 = 8$$

Σωστό το Β.

Πιθανότητες

- Ένα πείραμα το αποτέλεσμα του οποίου δεν μπορούμε να προβλέψουμε με βεβαιότητα ονομάζεται **πείραμα τύχης**. Χαρακτηριστικά παραδείγματα πειράματος τύχης είναι:

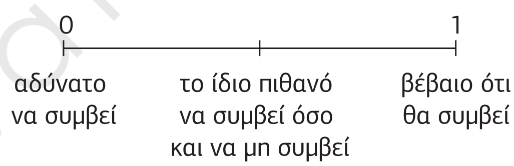
  π.χ. Από ένα κουτί που περιέχει 10 όμοιες μπάλες, 5 μαύρες και 5 άσπρες, επιλέγουμε μία και σημειώνουμε το χρώμα της.

  Από 10 αριθμημένες κάρτες από το 1 έως και το 10 επιλέγουμε τυχαία μία και σημειώνουμε τον αριθμό της.

- Σε ένα πείραμα τύχης, το πόσο πιθανό είναι να έρθει ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα ονομάζεται **πιθανότητα** και μπορεί να υπολογιστεί μέσω του ακόλουθου κλάσματος:

$$\textbf{πιθανότητα} = \frac{\textbf{πλήθος των επιθυμητών αποτελεσμάτων}}{\textbf{πλήθος όλων των δυνατών αποτελεσμάτων}}$$

Η πιθανότητα να έρθει ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα μπορεί να εκφραστεί με την παρακάτω κλίμακα, που εκτείνεται από το **«αδύνατον να συμβεί»**, έως και το **«βέβαιο να συμβεί»**.



Η μέση της κλίμακας αντιπροσωπεύει αυτό που είναι πιθανόν τόσο να συμβεί όσο και να μη συμβεί.

ΑΣΚΗΣΗ

Σε ένα κουτί υπάρχουν 20 όμοιες μπάλες, από τις οποίες οι **8** είναι **γαλάζιες**, οι **7** είναι **κίτρινες** και οι **5** είναι **άσπρες**. Αν επιλέξουμε τυχαία μια μπάλα, να βρείτε την πιθανότητα αυτή να είναι:

Α. γαλάζια **Β.** κίτρινη **Γ.** άσπρη

ΛΥΣΗ

- Η πιθανότητα η μπάλα που βγάζουμε, να είναι **γαλάζια**, είναι ίση με:

$$\text{πιθανότητα} = \frac{\text{πλήθος από γαλάζιες μπάλες}}{\text{πλήθος από όλες τις μπάλες}} = \frac{8}{20} = 0{,}4 \quad \text{ή} \quad 40\%$$

- Η πιθανότητα η μπάλα που βγάζουμε, να είναι **κίτρινη**, είναι ίση με:

$$\text{πιθανότητα} = \frac{\text{πλήθος από κίτρινες μπάλες}}{\text{πλήθος από όλες τις μπάλες}} = \frac{7}{20} = 0{,}35 \quad \text{ή} \quad 35\%$$

- Η πιθανότητα η μπάλα που βγάζουμε, να είναι **άσπρη**, είναι ίση με:

$$\text{πιθανότητα} = \frac{\text{πλήθος από άσπρες μπάλες}}{\text{πλήθος από όλες τις μπάλες}} = \frac{5}{20} = 0{,}25 \quad \text{ή} \quad 25\%$$