

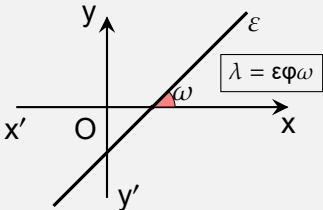
6.3 Η Συνάρτηση $f(x) = ax + \beta$

Στόχοι της παραγράφου:

- Σχεδιασμός γραφικής παράστασης της $f(x) = ax + \beta$.
- Σχεδιασμός γραφικής παράστασης συναρτήσεων με πολλούς κλάδους και συναρτήσεων με απόλυτη τιμή.
- Εύρεση άγνωστης παραμέτρου για την οποία οι ευθείες είναι παράλληλες ή κάθετες.
- Προσδιορισμός εξίσωσης ευθείας.
- Προσδιορισμός τύπου ευθείας από τη γραφική της παράσταση.
- Γραφική επίλυση ανισώσεων.

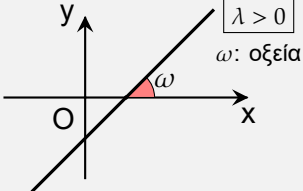
Συνοπτική θεωρία:

Συντελεστής διεύθυνσης ευθείας

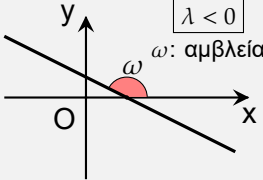


$\lambda = \epsilon\phi\omega$

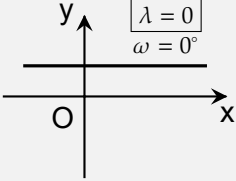
Συντελεστής διεύθυνσης
ή **κλίση** μίας λέγεται η εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$.



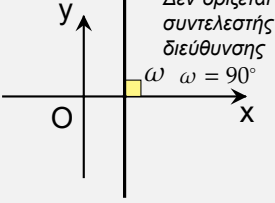
$\lambda > 0$
 ω : οξεία



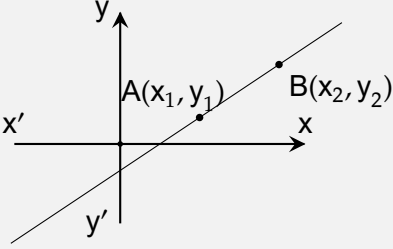
$\lambda < 0$
 ω : αμβλεία



$\lambda = 0$
 $\omega = 0^\circ$

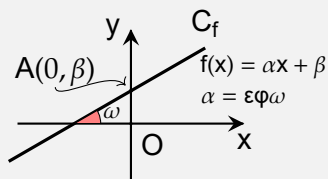


Δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης
 $\omega = 90^\circ$



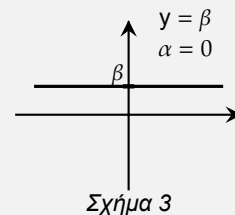
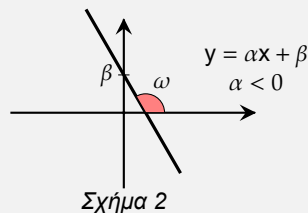
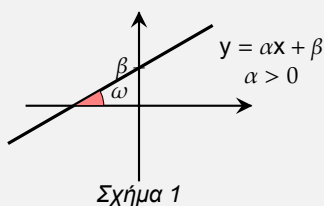
$$\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Η ευθεία $y = ax + \beta$

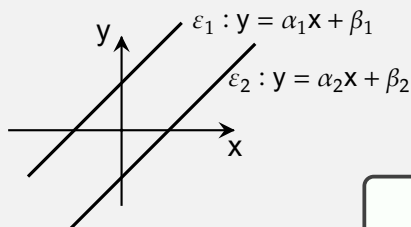


$y = ax + \beta$
 μας δείχνει την κλίση της ευθείας
 μας δείχνει πού τέμνει η ευθεία τον άξονα y'y

- Αν $\alpha > 0$, η γωνία ω είναι **οξεία** και η ευθεία $y = ax + \beta$ **ανέρχεται** καθώς το x πηγαίνει από αριστερά προς τα δεξιά. Επίσης, σ' αυτή την περίπτωση η συνάρτηση $f(x) = ax + \beta$ είναι **γνησίως αύξουσα**. (Σχήμα 1)
- Αν $\alpha < 0$, η γωνία ω είναι **αμβλεία** και η ευθεία $y = ax + \beta$ **κατέρχεται** καθώς το x πηγαίνει από αριστερά προς τα δεξιά. Επίσης, σ' αυτή την περίπτωση η συνάρτηση $f(x) = ax + \beta$ είναι **γνησίως φθίνουσα**. (Σχήμα 2)
- Αν $\alpha = 0$, η γωνία ω είναι ίση με 0° και η ευθεία $y = ax + \beta$ είναι **παράλληλη** στον άξονα x' . Επίσης, σ' αυτή την περίπτωση η συνάρτηση $f(x) = ax + \beta$ έχει τη μορφή $f(x) = \beta$ και είναι **σταθερή συνάρτηση**. (Σχήμα 3)



Συνθήκη παραλληλίας

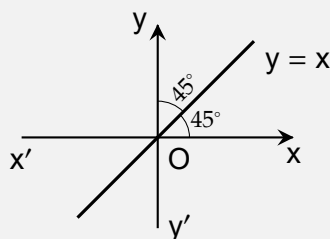


$$\epsilon_1 \parallel \epsilon_2 \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2$$

Διχοτόμοι γωνιών τεταρτημορίων

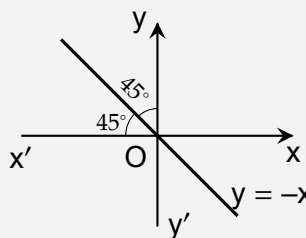
- Η διχοτόμος 1^{ου} και 3^{ου} τεταρτημορίου έχει εξίσωση

$$y = x.$$



- Η διχοτόμος 2^{ου} και 4^{ου} τεταρτημορίου έχει εξίσωση

$$y = -x.$$



Προσδιορισμός εξίσωσης ευθείας

Δεδομένα	Διαδικασία προσδιορισμού εξίσωσης
<p>Η ευθεία έχει κλίση α και διέρχεται από το σημείο $(0, \beta)$.</p>	<p>Η ευθεία έχει εξίσωση</p> $y = \alpha x + \beta.$
<p>Η ευθεία έχει κλίση α και διέρχεται από το σημείο (x_0, y_0).</p>	<p>Η ευθεία έχει εξίσωση της μορφής $y = \alpha x + \beta$.</p> <p>Επιπλέον, εφόσον διέρχεται από το σημείο (x_0, y_0) ισχύει ότι $y_0 = \alpha x_0 + \beta$.</p> <p>Λύνοντας την παραπάνω εξίσωση προσδιορίζουμε την τιμή του β.</p>
<p>Η ευθεία διέρχεται από τα σημεία $A(x_A, y_A)$ και $B(x_B, y_B)$ με $x_A \neq x_B$.</p>	<p>Υπολογίζουμε την κλίση της ευθείας από τον τύπο</p> $\alpha = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ <p>και εργαζόμαστε όπως στην προηγούμενη περίπτωση.</p>

Οπτικοποίηση με Geogebra

Εφαρμογή 1: Πώς σχεδιάζεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \lambda \cdot x$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$; Τι εκφράζει ο συντελεστής λ διεύθυνσης της ευθείας $y = \lambda \cdot x$;



Εφαρμογή 2: Με σημείο αναφοράς τον πίνακα τιμών της συνάρτησης $y = \lambda \cdot x$, για τις διάφορες τιμές του $\lambda, x \in \mathbb{R}$, σχεδιάζουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \lambda \cdot x + \beta$. Τι παρατηρούμε για τη γραφική παράσταση των συναρτήσεων $y = \lambda \cdot x$ και $y = \lambda \cdot x + \beta$; Ας το ανακαλύψουμε με την ακόλουθη δυναμική εφαρμογή του Geogebra:



Εφαρμογή 3: Πώς προσδιορίζουμε την εξίσωση μίας ευθείας όταν:

- (α) γνωρίζουμε δύο σημεία από τα οποία διέρχεται ή
- (β) ένα σημείο αυτήν και το συντελεστή διεύθυνσής της.



Ας το ανακαλύψουμε με την ακόλουθη δυναμική εφαρμογή του Geogebra:

Εφαρμογή 4: Βρίσκουμε την εξίσωση μίας ευθείας με δοθέν το γράφημα και τα σημεία τομής της με τους άξονες $x'x$ και $y'y$. Μία δυναμική οπτικοποίηση του τρόπου σκέψης και εφαρμογής της μεθοδολογίας μέσω των ακόλουθων δύο διαδραστικών εφαρμογών εφαρμογή του λογισμικού Geogebra:

Μέρος Α



Μέρος Β



Εφαρμογή 5: Προσδιορίζουμε τον τύπο μίας συνάρτησης μέσα από τέσσερα απολαυστικά γεωμετρικά προβλήματα του λογισμικού Geogebra. Ποια είναι η μέγιστη και ελάχιστη τιμή που μπορεί να λάβει η ανεξάρτητη μεταβλητή της συνάρτησης; Ποιο είναι το Πεδίο Ορισμού και το Σύνολο Τιμών της;

Πρόβλημα 1



Πρόβλημα 2



Πρόβλημα 3



Πρόβλημα 4

