

5.3 Γεωμετρική Πρόοδος

Στόχοι της παραγράφου:

- Εύρεση γενικού (n -οστού) όρου γεωμετρικής προόδου, όταν ξέρουμε τον πρώτο όρο a_1 και τον λόγο λ .
- Προσδιορισμός a_1 και λ μιας γεωμετρικής προόδου, όταν γνωρίζουμε στοιχεία για διάφορους όρους της.
- Πώς αποδεικνύουμε ότι μία ακολουθία είναι γεωμετρική πρόοδος, όταν ξέρουμε τον n -οστό όρο της.
- Πώς αποδεικνύουμε ότι τρεις αριθμοί είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
- Προσδιορισμός μεσαίου όρου σε περιττό πλήθος διαδοχικών όρων.
- Υπολογισμός αθροίσματος n διαδοχικών όρων γεωμετρικής προόδου.
- Προσδιορισμός στοιχείων γεωμετρικής προόδου, όταν γνωρίζουμε S_n και a_n .

Συνοπτική θεωρία:

Γεωμετρική Πρόοδος

$$a_n = a_1 \cdot \lambda^{n-1}$$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \lambda = \text{σταθερό}$$

S_n : το άθροισμα των n πρώτων όρων της ακολουθίας

$$S_n = a_1 \cdot \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}$$

Αν $\lambda = 1$, τότε $a_n = a_1$ για κάθε θετικό ακέραιο n και

$$S_n = n \cdot a_1.$$

Οι αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου αν και μόνο αν:

$$\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$$

Ο $\beta = \sqrt{\alpha \cdot \gamma}$ λέγεται γεωμετρικός μέσος των α και β .

Για παράδειγμα, για $\alpha = 4$ και $\gamma = 9$, τότε $\beta^2 = 4 \cdot 9$, άρα $\beta = \sqrt{4 \cdot 9} = 6$.

Οπτικοποίηση με Geogebra

Εφαρμογή 1: Πώς γεννιούνται οι όροι μιας Γεωμετρικής Προόδου, γνωρίζοντας τον πρώτο όρο, το λόγο και το πλήθος των όρων που θέλουμε να δημιουργήσουμε; Ας το ανακαλύψουμε με την ακόλουθη δυναμική εφαρμογή του Geogebra:



Εφαρμογή 2: Πώς υπολογίζεται το άθροισμα απείρων όρων μιας Γεωμετρικής Προόδου, γνωρίζοντας τον πρώτο όρο, τη διαφορά και το πλήθος των όρων που θέλουμε να δημιουργήσουμε; Ας το ανακαλύψουμε με τις ακόλουθες δυναμικές εφαρμογές του Geogebra:

Μέρος Α



Μέρος Β



Εφαρμογή 3: Ένα πανάρχαιο πρόβλημα αξιοποίησης της Γεωμετρικής Προόδου... μέσα από το γνωστό παιχνίδι του σκακιού! Πόσα σπυριά ρύζι θα δώσει ο βασιλιάς στο Μαθηματικό;



Εφαρμογή 4: Ένα απολαυστικό σύνολο ασκήσεων από την Τράπεζα Θεμάτων με «πρωταγωνιστές» τα a_1 , λ , n και το άθροισμα των όρων μίας γεωμετρικής προόδου. Αν γνωρίζουμε τρία εξ αυτών, πώς υπολογίζουμε τα υπόλοιπα μεγέθη;

