

2.4 Ρίζες Πραγματικών Αριθμών

Στόχοι της παραγράφου:

- Κατανόηση των ιδιοτήτων των πράξεων μεταξύ των ριζών.
- Απλοποίηση παραστάσεων με ριζικά.
- Εύρεση τιμών x για τις οποίες ορίζεται μία παράσταση που περιέχει ριζικά.
- Σύγκριση και διάταξη αριθμών που περιέχουν ριζικά.

Συνοπτική θεωρία:

Ιδιότητες ριζών

Για $\alpha \geq 0$, $\beta > 0$ και ν και μ θετικούς ακέραιους ισχύουν τα ακόλουθα.

$$\bullet \sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$$

$$\bullet \sqrt{\alpha^2} = \alpha$$

$$\bullet \sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$$

$$\bullet \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$$

$$\bullet \sqrt[\nu]{\alpha^\nu} = |\alpha|$$

$$\bullet \sqrt[\nu]{\alpha^\nu} = \alpha$$

$$\bullet \sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta} = \sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta}$$

$$\bullet \sqrt[\nu]{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}}$$

Επιπλέον,

$$\bullet \sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[\mu\nu]{\alpha}$$

$$\bullet \sqrt[\nu\rho]{\alpha^{\mu\rho}} = \sqrt[\nu]{\alpha^\mu}$$

$$\bullet \alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^\mu}$$

Οπτικοποίηση με Geogebra

Εφαρμογή 1: Πώς κατασκευάζουμε γεωμετρικά την τετραγωνική ρίζα μη αρνητικών αριθμών; Ας το ανακαλύψουμε μαζί μέσω της ακόλουθης δυναμικής εφαρμογής του περιβάλλοντος Geogebra:



Εφαρμογή 2: Ας γνωρίσουμε τη μέθοδο υπολογισμού τετραγωνικής ρίζας οποιουδήποτε μη αρνητικού αριθμού από τον Έρωνα τον Αλεξανδρινό:



Εφαρμογή 3: Αλγόριθμος εύρεσης τετραγωνικής ρίζας.



Εφαρμογή 4: Πόσο είναι η τετραγωνική ρίζα του 2;



Εφαρμογή 5: Κατανοούμε και εξασκούμαστε στον τρόπο Μηχανικής κατασκευής κυβικής ρίζας ενός αριθμού $v > 0$ χρησιμοποιώντας τη Μέθοδο του Πλάτωνα.



Εφαρμογή 6: Βήμα-βήμα γνωρίζουμε και κατανοούμε τις ιδιότητες της τετραγωνικής ρίζας μη αρνητικού αριθμού, μέσα από την ακόλουθη δυναμική εφαρμογή στο Geogebra:

