

2.3 Απόλυτη Τιμή Πραγματικού Αριθμού

Στόχοι της παραγράφου:

- Απλοποίηση παράστασης με τη βοήθεια του ορισμού της απόλυτης τιμής.
- Απαλοιφή απολύτων με περιπτώσεις ως προς το πρόσημο.

Συνοπτική θεωρία:

Ιδιότητες της απόλυτης τιμής

- $|a| \geq 0$
- $|a| = |-a|$
- $a \leq |a|$ και $-a \leq |a|$
- $|a|^2 = a^2$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- Για $\theta > 0$ ισχύει ότι
 - $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \theta$ ή $x = -\theta$
 - $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$
 - $|x| > \theta \Leftrightarrow x < -\theta$ ή $x > \theta$
- $|x| = |a| \Leftrightarrow x = a$ ή $x = -a$
- $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
- $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$
- $|a + b| \leq |a| + |b|$
- $|a - b| \leq |a| + |b|$
- $|a^v| = |a|^v$

Οπτικοποίηση με Geogebra

Εφαρμογή 1: Τι εκφράζει γεωμετρικά και πώς ορίζεται η απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού; Ας τη γνωρίσουμε μαζί μέσα από την ακόλουθη διαδραστική εφαρμογή:



Εφαρμογή 2: Βήμα-βήμα γνωρίζουμε και κατανοούμε τις ιδιότητες της απόλυτης τιμής, μέσα από την ακόλουθη δυναμική εφαρμογή στο Geogebra:



Εφαρμογή 3: Η τριγωνική ανισότητα στις απόλυτες τιμές... απλά και κατανοητά στο διαδραστικό περιβάλλον Geogebra της παρακάτω εφαρμογής:



Εφαρμογή 4: Πώς υπολογίζεται η απόσταση δύο σημείων πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών, μέσω της απόλυτης τιμής;



Εφαρμογή 5: Πώς βρίσκουμε τους αριθμούς x που απέχουν από το μηδέν απόσταση ίση με ρ ;



Εφαρμογή 6: Μαθαίνω να βρίσκω τις λύσεις (εάν υπάρχουν) της εξίσωσης $|x| = \rho$ για τις θετικές ή αρνητικές τιμές του ρ ;



Εφαρμογή 7: Πώς βρίσκουμε τους αριθμούς x που απέχουν από το x_0 απόσταση ίση με ρ ;

$$|x - x_0| = \rho$$



Εφαρμογή 8: Πώς βρίσκουμε τους αριθμούς x που απέχουν από το x_0 απόσταση μικρότερη από ρ ;

$$|x| < \rho$$



Εφαρμογή 9: Πώς βρίσκουμε τους αριθμούς x που απέχουν από το x_0 απόσταση μεγαλύτερη από ρ ;

$$|x| > \rho$$



Εφαρμογή 10: Πώς βρίσκουμε τους αριθμούς x που απέχουν από το x_0 απόσταση μικρότερη από ρ ;

$$|x - x_0| < \rho$$



Εφαρμογή 11: Πώς βρίσκουμε τους αριθμούς x που απέχουν από το x_0 απόσταση μεγαλύτερη από ρ ;

$$|x - x_0| > \rho$$



Εφαρμογή 12: Πώς βρίσκουμε τους αριθμούς x που απέχουν από το μηδέν απόσταση μεγαλύτερη του α και μικρότερη του β ;

$$\alpha < |x| < \beta$$



Εφαρμογή 13: Πώς βρίσκουμε τους αριθμούς x που απέχουν από το x_0 απόσταση μεγαλύτερη του α και μικρότερη του β ;

$$\alpha < |x - x_0| < \beta$$



Εφαρμογή 14: Ας εξασκηθούμε μέσω της ακόλουθης δυναμικής εφαρμογής του περιβάλλοντος Geogebra στην επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων με απόλυτες τιμές.

