

Στόχοι- Μαθησιακά αποτελέσματα**Διδακτικοί στόχοι**

- Μία πρώτη γνωριμία στην έννοια των διανυσμάτων.
- Εισαγωγή στα χαρακτηριστικά του διανύσματος μέτρο και κατεύθυνση.
- Διάκριση των διανυσμάτων σε συγγραμμικά και μη, καθώς και ειδικές περιπτώσεις συγγραμμικών διανυσμάτων.
- Εισαγωγή στην γωνία διανυσματων και οι ειδικές περιπτώσεις ομόροπων, αντίροπων και καθέτων διανυσμάτων.

Μαθησιακά αποτελέσματα

Ο μαθητής:

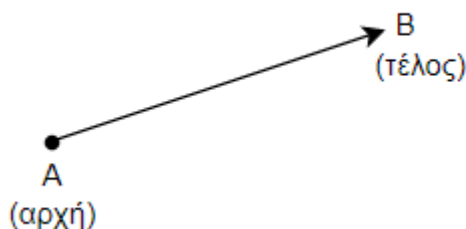
- Θα μπορεί να αναγνωρίζει την κατεύθυνση διανυσμάτων καθώς και να τα συγκρίνει με βάση το μέτρο τους.
- Θα μπορεί να αναγνωρίζει μη συγγραμμικά και συγγραμμικά διανύσματα.
- Θα μπορεί με βάση τη γωνία και το μέτρο τους να κατηγοριοποιεί τα διανύσματα σε ομόροπα, αντίροπα, ίσα ή αντίθετα.

Η Θεωρία Εν Συνομία

Ορισμός:

Διάνυσμα καλείται το προσανατολισμένο ευθύγραμμο τμήμα του οποίου τα άκρα είναι διατεταγμένα. Το πρώτο άκρο ονομάζεται αρχή ή σημείο εφαρμογής του διανύσματος και το δεύτερο τέλος ή πέρας του διανύσματος. Ένα διάνυσμα με αρχή το σημείο A και τέλος το σημείο B θα συμβολίζεται με $\overrightarrow{AB}$.

Π.χ. Το σχήμα παριστά το διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ με αρχή το A και τέλος το B



Μέτρο διανύσματος

Η απόσταση των άκρων του διανύσματος ονομάζεται **μέτρο** ή **μήκος** του διανύσματος και συμβολίζεται με $|\overrightarrow{AB}|$. Το μέτρο ενός διανύσματος αποκτά μονάδα μέτρησης αναλόγως του μεγέθους που εφαρμόζεται.

Π.χ. Το μέτρο του διανύσματος της δύναμης $\vec{F}$ έχει μονάδα μέτρησης το **1N** ή το μέτρο του διανύσματος της ταχύτητας $\vec{v}$ έχει μονάδα μέτρησης το **1 m/s**.

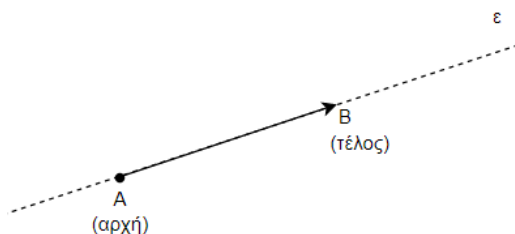
- Το διάνυσμα στο οποίο η αρχή και το τέλος συμπίπτουν θα ονομάζεται μηδενικό διάνυσμα και το μέτρο του θα είναι ίσο με το 0. Το μηδενικό διάνυσμα συμβολίζεται με δύο συμπίπτουσα άκρα δηλαδή $\overrightarrow{AA}$ ή $\overrightarrow{BB}$ κλπ ή απλούστερα με το σύμβολο $\vec{0}$.
- Το διάνυσμα το οποίο έχει μέτρο ίσο με 1 θα ονομάζεται μοναδιαίο.
- Για κάθε διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ θα ισχύει $|\overrightarrow{AB}| \geq 0$.

Αρνός, έξυπνα και εύκολα!

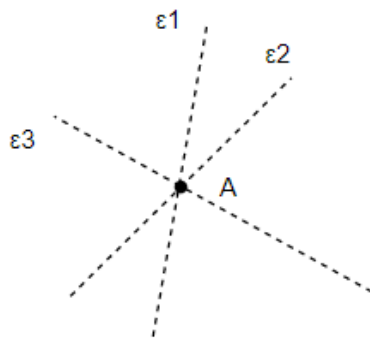
www.arnos.gr info@arnos.gr Επιμέλεια: Μαρδάκης Ιωάννης

Φορέας ή διεύθυνση διανύσματος

Η ευθεία πάνω στην οποία βρίσκονται τα άκρα ενός **μη** μηδενικού διανύσματος θα ονομάζεται φορέας ή διεύθυνση του διανύσματος. Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει τον φορέα (ε) του διανύσματος $\overrightarrow{AB}$:



Το μηδενικό διάνυσμα θεωρούμε ότι έχει άπειρους φορείς, οι οποίοι είναι όλες οι ευθείες που διέρχονται από το σημείο που θεωρείται τέλος και αρχή του μηδενικού διανύσματος. Οι φορείς του μηδενικού διανύσματος φαίνονται στο παρακάτω σχήμα:



*Από ένα σταθερό σημείο διέρχονται άπειρες ευθείες.

Φορά διανύσματος

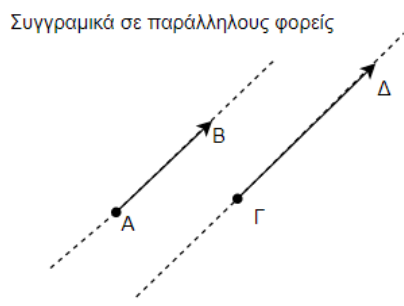
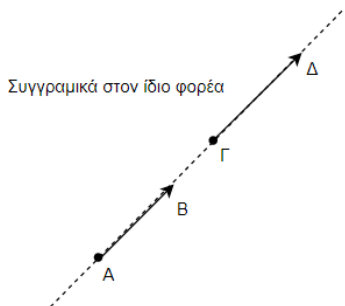
Ο προσανατολισμός του τέλους του διανύσματος πάνω στη διεύθυνση του, λέγεται φορά του διανύσματος.

*Το μηδενικό διάνυσμα έχει απροσδιόριστη φορά.

Παρατήρηση: Τη φορά και τη διεύθυνση ενός διανύσματος, συχνά την αναφέρουμε ως κατεύθυνση του διανύσματος.

Συγγραμικά διανύσματα

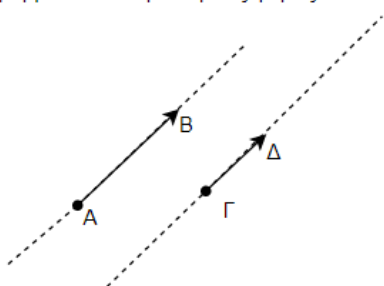
Δύο ή περισσότερα **μη** μηδενικά διανύσματα λέγονται **συγγραμικά** όταν θα βρίσκονται στον ίδιο φορέα ή σε παράλληλους φορείς. Τα συγγραμικά διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ θα συμβολίζονται ως: $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{\Gamma\Delta}$



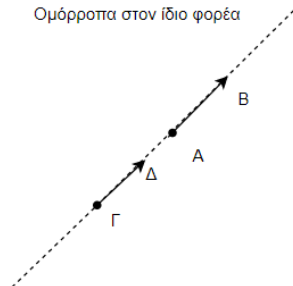
- Τα συγγραμικά,μη μηδενικά διανύσματα με την ίδια φορά θα λέγονται **ομόρροπα**.

Π.χ.

Ομόρροπα σε παράλληλους φορείς



Ομόρροπα στον ίδιο φορέα

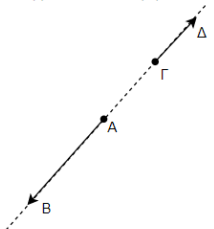


Στα ομόρροπα διανύσματα χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό: $\overrightarrow{AB} \uparrow \uparrow \overrightarrow{\Gamma\Delta}$

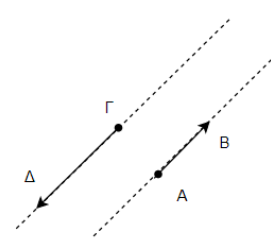
- Τα συγγραμικά, μη μηδενικά διανύσματα με αντίθετη φορά θα λέγονται **αντίρροπα**.

Π.χ.

αντίρροπα στον ίδιο φορέα



αντίρροπα σε παράλληλους φορείς



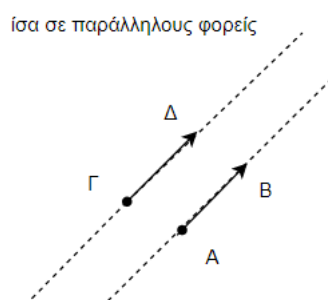
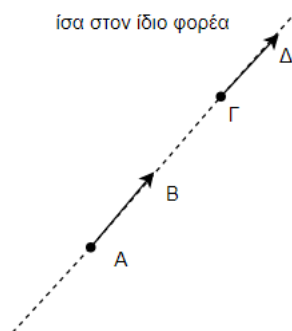
Στα αντίρροπα διανύσματα χρησιμοποιούμε τον συμβολισμό: $\overrightarrow{AB} \updownarrow \overrightarrow{\Gamma\Delta}$

Αρνός, έξυπνα και εύκολα!

www.arnos.gr info@arnos.gr Επιμέλεια: Μαρδάκης Ιωάννης

- Τα ομόρροπα, μη μηδενικά διανύσματα ίσου μέτρου θα λέγονται **ίσα**.

Π.χ.



Δηλαδή για τα ίσα διανύσματα θα ισχύει: $\overrightarrow{AB} \uparrow \uparrow \overrightarrow{\Gamma\Delta}$ και $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{\Gamma\Delta}|$. Δηλώνουμε την ισότητα των διανυσμάτων γράφοντας: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$

Σχόλιο:

Σε ίσα διανύσματα επιτρέπεται η εναλλαγή των άκρων τους, δηλαδή αν ισχύει

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$ τότε προκύπτουν οι εξής ισότητες:

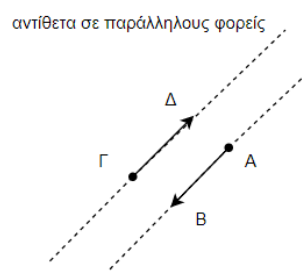
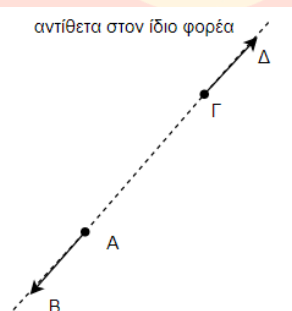
1. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$ {Εναλλαγή των ακραίων γραμμάτων}
2. $\overrightarrow{A\Gamma} = \overrightarrow{B\Delta}$ {Εναλλαγή των μεσαίων γραμμάτων}
3. $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{\Delta\Gamma}$

Σε κάθε διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ ορίζουμε ως μέσο M το σημείο με την ιδιότητα:

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB} \text{ ή } \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MA}$$

- Τα αντίρροπα, μη μηδενικά διανύσματα ίσου μέτρου θα λέγονται **αντίθετα**.

Π.χ.



Αρνός, έξυπνα και εύκολα!

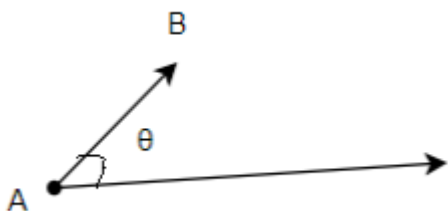
Δηλαδή για τα αντίθετα διανύσματα θα ισχύει: $\overrightarrow{AB} \updownarrow \overrightarrow{\Gamma\Delta}$ και $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{\Gamma\Delta}|$.

Σχόλιο: Για κάθε διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$ ορίζουμε ως αντίθετο το διάνυσμα $\overrightarrow{BA}$ και θα ισχύει $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ με το πρόσημο (-) να δηλώνει την αντίθετη φορά των διανυσμάτων.

Γωνία διανυσμάτων

Ορίζουμε ως γωνία δύο διανυσμάτων, όταν αυτά έχουν κοινό σημείο εφαρμογής, την κυρτή γωνία $\hat{\theta} \in [0, \pi]$, που σχηματίζουν τα διανύσματα.

Η γωνία συμβολίζεται ως: $\hat{\theta} = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI})$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



- Τα ομόρροπα διανύσματα σχηματίζουν γωνία $\hat{\theta} = 0^\circ$
- Τα αντίρροπα διανύσματα σχηματίζουν γωνία $\hat{\theta} = 180^\circ$ ή π εκφρασμένη σε rad
- Τα διανύσματα που σχηματίζουν γωνία $\hat{\theta} = 90^\circ$ ή $\frac{\pi}{2} rad$ είναι κάθετα μεταξύ τους και θα γράφουμε $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{\Gamma\Delta} \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{\Gamma\Delta}) = 90^\circ$
- Το μηδενικό διάνυσμα $\vec{0}$ θεωρείται κάθετο, συγγραμμικό, ομόρροπο ή αντίρροπο με κάθε διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$.