Λύσεις: Πανελληνίων Φυσική 2022 - Θετική

Θέμα Πρώτο

Α1. Όταν δύο σφαίρες μικρών διαστάσεων, ίδιας μάζας, που κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο, συγκρουστούν έκκεντρα και ελαστικά, τότε:

α) ανταλλάσσουν ταχύτητες.
β) ελαττώνεται η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.
γ) διατηρείται η ορμή του συστήματος των δύο σφαιρών.
δ) δεν μεταβάλλεται η ορμή της κάθε σφαίρας κατά την κρούση.

Μονάδες 5

Α2. Ιδανικό ρευστό ρέει σε οριζόντιο σωλήνα μεταβλητής διατομής. Η διατομή του σωλήνα σε μια περιοχή Α είναι τετραπλάσια της διατομής του σωλήνα σε μια άλλη περιοχή Β. Αν η ταχύτητα του ρευστού στην περιοχή Α είναι ίση με u, τότε η ταχύτητα στην περιοχή Β είναι:

α) $\frac{u}{4}$ **γ)** $2u$

β) u **δ)** $4u$

Μονάδες 5

Α3. Αν το πλάτος της έντασης του εναλλασσόμενου ρεύματος που διαρρέει έναν αντιστάτη υποδιπλασιαστεί, τότε ο ρυθμός με τον οποίο ο αντιστάτης αποδίδει θερμότητα στο περιβάλλον:

α) υποδιπλασιάζεται.
β) διπλασιάζεται.
γ) υποτετραπλασιάζεται.
δ) τετραπλασιάζεται.

Μονάδες 5

Α4. Σε μια απλή αρμονική ταλάντωση, όταν ο ταλαντωτής κινείται προς τη θέση ισορροπίας:

α) η δυναμική ενέργεια του ταλαντωτή αυξάνεται.
β) το μέτρο της επιτάχυνσης του ταλαντωτή μειώνεται.
γ) το μέτρο της ταχύτητας του ταλαντωτή μειώνεται.
δ) το μέτρο της δύναμης επαναφοράς στον ταλαντωτή αυξάνεται.

Μονάδες 5

Απαντήσεις

Α1 γ)

Σε κάθε κρούση ανάμεσα σε δύο υλικά σημεία (σώματα μικρών διαστάσεων) διατηρείται η ορμή. Αν υπάρχει ανάμεσα στα σώματα και σώμα με σημαντικές διαστάσεις τότε διατηρείται και η στροφορμή ενώ μπορεί να μην διατηρείται η ορμή αν το σώμα είναι κάπου στερεωμένο.

Α2 δ)

Από εξίσωση συνέχειας έχουμε ότι:

$$\begin{bmatrix} A_1 v_1 = A_2 v_2 \\ A_1 = 4A_2 \end{bmatrix} \Longleftrightarrow v_2 = 4v_1$$

Α3 γ)

Η θερμική ισχύς (ρυθμός απόδοσης θερμότητας στο περιβάλλον) ενός εναλλασσόμενου ρεύματος είναι $P = I_{\varepsilon\nu}^2 Rt$. Όμως:

$$\begin{bmatrix} P = I_{\varepsilon\nu}^2 Rt \\ I_{\varepsilon\nu} = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \Longleftrightarrow P = \frac{I_0^2}{2} Rt$$

δηλαδή ανάλογος του μέτρου I_0 στο τετράγωνο του εναλλασσόμενου ρεύματος. Αν το μέτρο αυτό υποδιπλασιασθεί τότε η ισχύς υποτετραπλασιάζεται.

Α4 β)

Η επιτάχυνση του ταλαντωτή είναι $a = -\omega^2 x$. Καθώς ο ταλαντωτής πλησιάζει στην Θέση Ισορροπίας το x μειώνεται επομένως και το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται.

Α5. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

α) Αν διπλασιάσουμε το μέτρο καθεμιάς από τις δύο δυνάμεις ενός ζεύγους δυνάμεων, χωρίς να αλλάξουμε την απόσταση των φορέων των δυνάμεων, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους των δυνάμεων τετραπλασιάζεται.

β) Αν μέσα σε σωληνοειδές, που διαρρέεται από ρεύμα σταθερής έντασης, τοποθετήσουμε πυρήνα μαλακού σιδήρου, οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου στο εσωτερικό του πυρήνα θα πυκνώσουν.

γ) Αν μικρή σφαίρα συγκρουστεί κάθετα και ελαστικά με λείο κατακόρυφο τοίχο έχοντας ορμή μέτρου p, η μεταβολή του μέτρου της ορμής της είναι ίση με 2p.

δ) Η Γη έχει ιδιοστροφορμή (σπιν) εξαιτίας της περιστροφής της γύρω από τον άξονά της.

ε) Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση με σταθερά απόσβεσης b, το μέγιστο πλάτος της ταλάντωσης στην περιοχή συντονισμού εξαρτάται από την τιμή της σταθεράς b.

Μονάδες 5

Α5 α) Λάθος

Η ροπή ενός ζεύγους δυνάμεων είναι $\tau = Fd$ δηλαδή ανάλογη του μέτρους τηα κάθε δύναμης και όχι του αθροίσματος ή του γινομένου τους. Επομένως αν διπλασιασθεί το μέτρο της κάθε δύναμης θα διπλασιασθεί η ροπή του ζεύγους.

β) Σωστό

Η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι $B = \mu_0 B_0$ όπου B_0 η ένταση του πεδίου χωρίς τον πυρήνα. Καθώς $\mu > 1$ το B αυξάνει και επομένως και η πυκνότητα των δυναμικών γραμμέων στο εσωτερικό του σωληνοειδούς αυξάνει. Επομένως οι δυναμικές γραμμές πυκνώνουν.

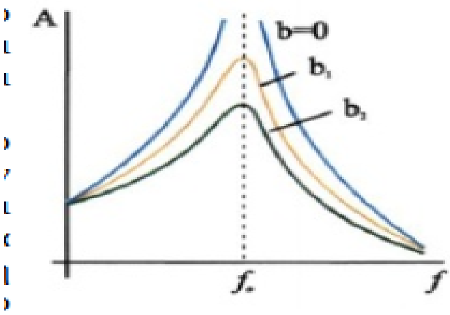
γ) Λάθος

Έχουμε σύγκρουση ενός υλικού σημείου με σώμα άπειρης μάζας επομένως ανακλάται με ταχύτητα ίσου μέτρου. Επομένως τα μέτρα των ορμών του σώματος πριν και μετα είναι ίσα.

δ) Σωστό

ε) Σωστό

Από τη γραφική παράσταση του σχολικού βιβλίου βλέπουμε ότι η πρόταση είναι σωστή.

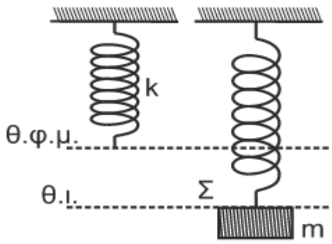


Θέμα Δεύτερο

1. B1

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σώμα Σ μικρών διαστάσεων και μάζας m ισορροπεί δεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο (**Σχήμα 1**).



Σχήμα 1

Εκτελούμε δύο πειράματα:

Πείραμα 1

Μετακινούμε το σώμα Σ στη θέση φυσικού μήκους (θ.φ.μ.) του ελατηρίου, το αφήνουμε ελεύθερο και αυτό εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$ και πλάτος A_1.

Πείραμα 2

Στην αρχική θέση ισορροπίας (θ.ι.) του σώματος Σ ασκείται σε αυτό, συνεχώς, κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ μέτρου $F = mg$ με φορά προς τα πάνω και τότε το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$ και πλάτος A_2.

Για τα πλάτη A_1 και A_2 των παραπάνω πειραμάτων, ισχύει:

i. $A_1 = A_2$ ii. $A_1 = \frac{1}{2}A_2$ iii. $A_1 = 2A_2$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

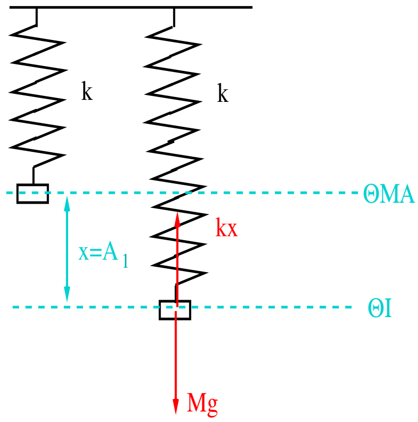
Απάντηση:

(α′) **Σωστή απάντηση η (i)**

(β′) **Δικαιολόγηση**

Πείραμα 1:

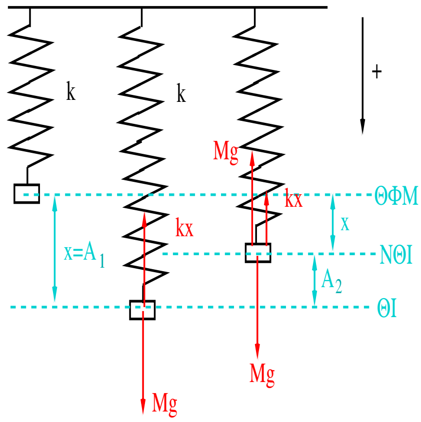
Το σώμα βρίσκεται στη Θέση Φυσικού Μήκους και αρχικά είναι ακίνητο. Γνωρίζουμε ότι σε μια ταλάντωση το σώμα είναι στιγμαία ακίνητα στη θέση Μέγιστης Παραμόρφωσης (Θ.Μ.Π.), επομένως η απομάκρυνση του εκείνη τη στιγμή από τη Θέση Ισορροπίας (Θ.Ι) θα είναι ίση με το πλάτος A_1. Στη Θέση ισορροπίας θα έχουμε:



$$\sum F = 0 \Longleftrightarrow mg = kA_1 \Longleftrightarrow A_1 = \frac{mg}{k}$$

Πείραμα 2:

Το σώμα βρίσκεται αρχικά στη θέση Ισορροπίας με μηδενική ταχύτητα όταν και τουασκείται η εξωτερική δύναμη $F = mg$ με φορά προς τα πάνω. Γνωρίζουμε ότι σε μια ταλάντωση το σώμα είναι στιγμαία ακίνητα στη θέση Μέγιστης Παραμόρφωσης (Θ.Μ.Π.), επομένως η απομάκρυνση του εκείνη τη στιγμή από τη Νέα Θέση Ισορροπίας (Ν.Θ.Ι) θα είναι ίση με το πλάτος A_2. Στη Νέα Θέση ισορροπίας θα έχουμε:



$$\sum F = 0 \Longleftrightarrow mg = kx + mg \Longleftrightarrow x = 0$$

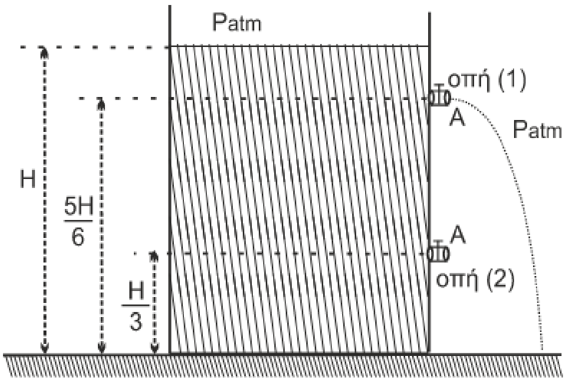
Όμως

$$x = A_1 - A_2 \Longleftrightarrow A_1 = A_2$$

2. B2:

B2. Ένα ανοιχτό δοχείο μεγάλου όγκου με κατακόρυφα τοιχώματα ηρεμεί ακλόνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Το δοχείο περιέχει νερό, το οποίο θεωρείται ιδανικό ρευστό, μέχρι ύψους Η πάνω από τη βάση του. Το δοχείο έχει στο πλευρικό του τοίχωμα δύο οπές (1) και (2) ίδιου εμβαδού διατομής Α, το οποίο είναι αμελητέο σε σύγκριση με το εμβαδόν της ελεύθερης επιφάνειας του νερού.

Οι δύο οπές (1) και (2) βρίσκονται σε ύψη $\frac{5H}{6}$ και $\frac{H}{3}$, αντίστοιχα, από τον πυθμένα του δοχείου (**Σχήμα 2**). Όταν είναι ανοικτή μόνο η οπή (1), όγκος υγρού V εκρέει από το δοχείο σε χρονικό διάστημα Δt_1. Όταν είναι ανοικτές και οι δύο οπές (1) και (2), ο ίδιος όγκος V εκρέει σε χρονικό διάστημα Δt_2.



Σχήμα 2

Ο λόγος των χρονικών διαστημάτων $\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}$ είναι ίσος με:

i. $\frac{1}{2}$ ii. $\frac{1}{3}$ iii. $\frac{1}{4}$

(Θεωρήστε ότι κατά τις εκροές του υγρού, η ταχύτητα της επιφάνειας του υγρού είναι μηδενική).

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Απάντηση

(α′) **Σωστή απάντηση η (ii)**

(β′) **Δικαιολόγηση**

Καθώς η εκφώνηση μας λέει ότι η ταχύτητα της επιφάνειας του υγρού είναι μηδενική ισχύει η σχέση του Torricelli.

Η ταχύτητα εξόδου από την οπή 1 είναι

$$v_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{\frac{2gH}{6}} = \sqrt{\frac{gH}{3}}$$

καθώς το h είναι η απόσταση του σημείο εκροής από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού ($h = H - \frac{5H}{6} = \frac{H}{6}$).
Όμοια για την ταχύτητα εξόδου από την οπή 2 είναι

$$v_2 = \sqrt{2gh'} = \sqrt{\frac{4gH}{3}} = 2\sqrt{\frac{gH}{3}}$$

καθώς το h' είναι η απόσταση του σημείο εκροής από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού ($h' = H - \frac{H}{3} = \frac{2H}{3}$)
Η παροχή του υγρού που φεύγει όταν είναι ανοικτή μόνο η οπή (1) είναι:

$$\Pi_1 = v_1 A_1 \overset{v_1=\sqrt{\frac{gH}{3}}, A_1=A}{=} \sqrt{\frac{gH}{3}}A$$

ενώ όταν είναι και οι δύο οπές:

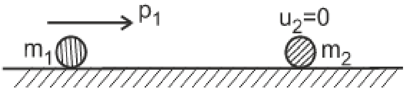
$$\Pi_2 = v_2 \Delta t_2 + v_1 A_2 \overset{v_1=\sqrt{\frac{gH}{3}}, v_2=2\sqrt{\frac{gH}{3}}, A_2=A}{=} 2\sqrt{\frac{gH}{3}}A = 3\sqrt{\frac{gH}{3}}A$$

όπου χρησιμοποιήσαμε το γεγονός πως οι δύο οπές έχουν το ίδιο εμβαδόν ($A_1 = A_2 = A$). Όμως οι δύο όγκοι υγρού που διαφεύγουν είναι ίδιοι:

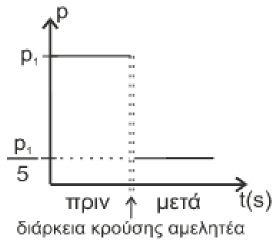
$$\begin{bmatrix} V = \Pi_1 \Delta t_1 \\ \\ V = \Pi_2 \Delta t_2 \\ \\ \Pi_1 = \sqrt{\frac{gH}{3}}A \\ \\ \Pi_2 = 3\sqrt{\frac{gH}{3}}A \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \sqrt{\frac{gH}{3}}A\Delta t_1 = 3\sqrt{\frac{gH}{3}}A\Delta t_2 \Longleftrightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{3}$$

3. B3:

Β3. Σφαίρα μάζας m_1 κινείται με ορμή μέτρου p_1 και συγκρούεται, κεντρικά και ελαστικά, με ακίνητη σφαίρα μάζας m_2, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 3**. Η γραφική παράσταση της ορμής της σφαίρας m_1 φαίνεται στο **Σχήμα 4**.



Σχήμα 3



Σχήμα 4

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταβιβάστηκε από τη σφαίρα μάζας m_1 στη σφαίρα μάζας m_2 κατά την κρούση είναι ίσο με:

i. 64% ii. 80% iii. 96%

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 2

β) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

Απάντηση

1. **Σωστή απάντηση η (iii)**
2. **Δικαιολόγηση**

Από τη γραφική παράσταση βλέπουμε ότι η ορμή της αρχικά κινούμενη σφαίρας μειώνεται από p_1 σε $\dfrac{p_1}{5}$. Η κινητική ενέργεια ενός σώματος είναι:

$$\left[\begin{array}{c} K = \dfrac{mv^2}{2} \\ \\ p = mv \iff v = \dfrac{p}{m} \end{array}\right] \iff K = \frac{p^2}{2m}$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του πρώτου σώματος θα είναι:

$$\left[\begin{array}{c} K_1 = \dfrac{p^2}{2m_1} \\ \\ K_1' = \dfrac{p'^2}{2m_1} \\ \\ \Delta K = K_1' - K_1 \\ \\ p' = \dfrac{p}{5} \end{array}\right] \Longleftrightarrow \Delta K = -\frac{24}{25}K_1$$

Το ποσοστό της απώλειας θα είναι:

$$\left[\begin{array}{c} \Pi = \left|\dfrac{\Delta K}{K_1}\right| \cdot 100 \\ \\ \Delta K = -\dfrac{24}{25}K_1 \end{array}\right] \Pi = 96\%$$

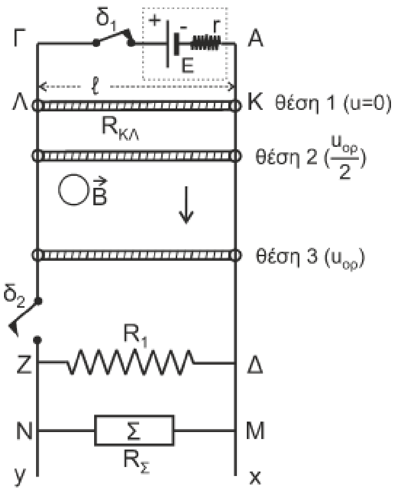
Θέμα Τρίτο

ΘΕΜΑ Γ

Οι μεγάλου μήκους, κατακόρυφοι, μεταλλικοί αγωγοί Αx και Γy απέχουν μεταξύ τους σταθερή απόσταση $\ell = 1$ m και έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση. Στα άκρα Α, Γ συνδέεται πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης Ε = 9 V και εσωτερικής αντίστασης $r = 1\ \Omega$.

Αγωγός ΚΛ μήκους ℓ = 1 m, μάζας $m = 0{,}3$ kg και ωμικής αντίστασης $R_{ΚΛ} = 2\ \Omega$ έχει τα άκρα του Κ, Λ πάνω στους κατακόρυφους αγωγούς Αx και Γy, είναι κάθετος σε αυτούς και είναι δυνατόν να ολισθαίνει κατά μήκος των αγωγών χωρίς τριβές. (**Σχήμα 5**)

Η όλη διάταξη βρίσκεται σε περιοχή που υπάρχει οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στο επίπεδο του σχήματος.



Σχήμα 5

Αρχικά ο διακόπτης $δ_1$ είναι κλειστός, ο διακόπτης $δ_2$ είναι ανοικτός και ο αγωγός ΚΛ είναι ακίνητος στη θέση 1.

Γ1. Να υπολογίσετε το μέτρο Β της έντασης του μαγνητικού πεδίου (μονάδες 3) και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της. (μονάδα 1)

Μονάδες 4

Στο κάτω μέρος της διάταξης, μεταξύ των σημείων Ζ και Δ, είναι συνδεδεμένος αντιστάτης με ωμική αντίσταση $R_1 = 3\ \Omega$ και στα σημεία Μ, Ν είναι συνδεδεμένη θερμική συσκευή Σ ωμικής αντίστασης $R_Σ$, η οποία όταν στα άκρα της Μ, Ν έχει τάση ίση με 6 V λειτουργεί κανονικά αποδίδοντας θερμική ισχύ 6 W.

Ανοίγουμε τον διακόπτη $δ_1$, κλείνοντας ταυτόχρονα τον διακόπτη $δ_2$ και ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να κατέρχεται παραμένοντας συνεχώς οριζόντιος χωρίς τα άκρα του Κ, Λ να χάνουν την επαφή με τους αγωγούς Αx και Γy.

Γ2. Έστω ότι ο αγωγός ΚΛ έχει αποκτήσει οριακή ταχύτητα $u_{ορ}$ στη θέση 3.

Να δικαιολογήσετε το είδος της κίνησης που εκτελεί ο αγωγός ΚΛ από τη θέση 1 έως τη θέση 3 (μονάδες 3) και να υπολογίσετε τη σταθερή οριακή ταχύτητα $u_{ορ}$. (μονάδες 6)

Μονάδες 9

Γ3. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του αγωγού στη θέση 2, στην οποία η ταχύτητά του είναι ίση με $\frac{u_{ορ}}{2}$.

Μονάδες 6

Γ4. Όταν ο αγωγός έχει αποκτήσει την οριακή του ταχύτητα, να εξετάσετε αν η θερμική συσκευή Σ λειτουργεί κανονικά.

Μονάδες 6

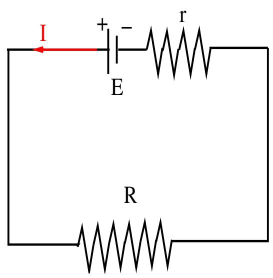
- Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10$ m/s^2
- Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
- Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα.

Απάντηση

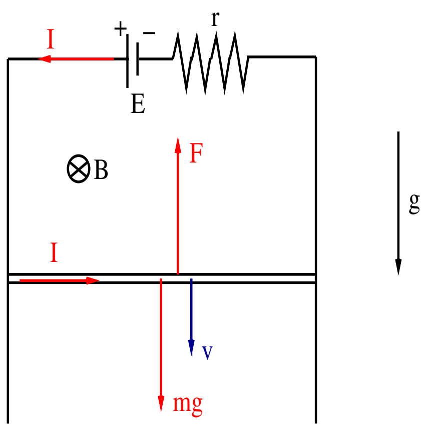
1. Αρχικά ο διακόπτης δ_1 είναι κλειστός επομένως η πηγή προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα και ο διακόπτης δ_2 είναι ανοικτός, επομένως η αντίσταση R_1 και η συσκευή Σ δεν διαρρέονται από ρεύμα.

   Το ισοδύναμο κύκλωμα είναι αυτό του σχήματος. Το ρεύμα ρέει όπως στο σχήμα ξεκινώντας από το θετικό πόλο της πηγής. Οι δύο αντιστάσεις είναι σε σειρά καθώς διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα. Επομένως η ολική αντίσταση θα είναι $R_t = r + R$ και το ρεύμα

   $$I = \frac{E}{R_t} = \frac{E}{r+R} = 3\ A$$



   Η ράβδος λόγω τους βάρους της πέφτει προτα κάτω, επομένως αποκτά ταχύτητα προς τα κάτω. Η ηλεκτρομαγνητική δύναμη η οποία εμφανίζεται έχει φορά προς τα πάνω (από τον κανόνα του Lenz) καθώς θα πρέπει να αντιτίθεται στο άιτιο της μεταβολής της μαγνητικής ροής που είναι η ταχύτητα πτρος τα κάτω της ράβδου. Από τον Α Νόμο του Newton για τη μεταφορική ισορροπίας ενός σώματος έχουμε ότι:



$$\begin{bmatrix} \sum F = 0 \\ \\ \sum F = mg - F \\ \\ F = BIl\eta\mu\theta \\ \\ I = 3\ A \\ \\ m = 0.3\ kg \\ \\ g = 10\ m/s^2 \\ \\ l = 1\ m \\ \\ \theta = \dfrac{\pi}{2} \end{bmatrix} \Longleftrightarrow B = \frac{mg}{Il} = 1\ T$$

καθώς η ταχύτητα είναι κάθετη στον αγωγό (επομένως και στο ρεύμα).

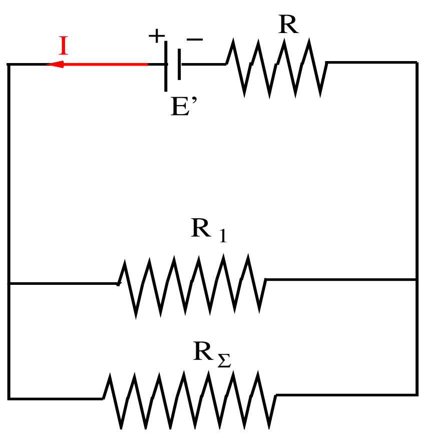
Από τον κανόνα των τριών δακτύλων η φορά του μαγνητικού πεδίου θα πρέπει να είναι κάθετη στη σελίδα με φορά προς τα μέσα όπως στο σχήμα.

2. Στη συνέχεια ο διακόπτης δ_1 είναι ανοικτός επομένως η πηγή είναι αποκλεισμένο από το κύκλωμα και ο διακόπτης δ_2 είναι κλειστός, επομένως η αντίσταση R_1 και η συσκευή Σ διαρρέονται από ρεύμα. Τώρα το ρόλο της πηγής στο κύκλωμα παίζει η ΗΕΔ από επαγωγή της ράβδους καθώς κατεβαίνει.

Αρχικά θα βρούμε τα στοιχεία της συσκευής που μας λείπουν. Από τις σχέσεις για την κανονική λειτουργία της συσκευής έχουμε ότι:

$$\begin{bmatrix} P_\kappa = V_\kappa I_\kappa \\ \\ P_\kappa = 6\ W \\ \\ V_\kappa = 6\ V \\ \\ I_\kappa = \dfrac{V_\kappa}{R_\Sigma} \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \begin{bmatrix} I_\kappa = 1\ A \\ \\ R_\Sigma = 6\ \Omega \end{bmatrix}$$

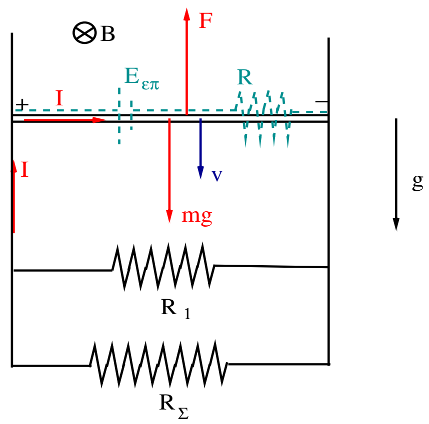
Το νέο ισοδύναμο κύκλωμα είναι τώρα αυτό του σχήματος. Οι δύο αντιστάσεις R_1 και R_Σ είναι σε παραλληλία καθώς έχουν την ίδια τάση στα άκρα τους. Η ολική παράλληλη αυτή αντίσταση $R_\parallel$ είναι σε σειρά με την αντίσταση της κατερχόμενης ράβδου. Επομένως η ολική αντίσταση του κυκλώματος θα είναι $R_t' = R + R_\parallel$ και το ρεύμα



$$\begin{bmatrix} R_\parallel = \dfrac{R_1 R_\Sigma}{R_1 + R_{gS}} \\ R_1 = 3\ \Omega \\ R_\Sigma = 6\ \Omega \\ R = 2\ \Omega \\ R_t' = R + R_\parallel \end{bmatrix} \Longleftrightarrow R_t' = 4\ \Omega$$

Η ράβδος έχει αποκτήσει οριακή ταχύτητα επομένως από τον Δεύτερο Νόμο του Newton θα έχουμε:

$$\begin{bmatrix} \sum F = ma \\ a = 0 \\ \sum F = mg - F \\ F = BIl\eta\mu\theta \\ I = \dfrac{E_{\epsilon\pi}}{R_t'} \\ E_{\epsilon\pi} = Bvl \\ m = 0.3\ kg \\ g = 10\ m/s^2 \\ l = 1\ m \\ \theta = \dfrac{\pi}{2} \\ B = 1\ T \\ R_t' = 4\ \Omega \end{bmatrix} \iff mg = \frac{B^2 l^2 v}{R_t'} \iff v = 12\ m/s$$



καθώς η ταχύτητα είναι κάθετη στον αγωγό (επομένως και στο ρεύμα) και η πηγή στο κύκλωμα είναι η επαγωγική $E_{\epsilon\pi}$.

Πριν ο αγωγός αποκτήσει οριακή ταχύτητα η $a \neq 0$ Επομένως από τον Δεύτερο Νόμο του Newton θα έχουμε ότι:

$$\begin{bmatrix} \sum F = ma \\ \\ \sum F = mg - F \\ \\ F = BIl\eta\mu\theta \\ \\ I = \dfrac{E_{\epsilon\pi}}{R'_t} \\ \\ E_{\epsilon\pi} = Bvl \\ \\ \theta = \dfrac{\pi}{2} \end{bmatrix} \Longleftrightarrow ma = mg - \frac{B^2l^2v}{R'_t} \Longleftrightarrow a = g - \frac{B^2l^2v}{mR'_t}$$

Καθώς η ταχύτητα αυξάνεται η επιτάχυνση μειώνεται. Επομένως ο αγωγός θα εκτελέσει **ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με συνεχώς μειούμενη επιτάχυνση**.

3. Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής είναι η συνισταμένη Δύναμη:

$$\begin{bmatrix} \sum F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t} \\ \\ \sum F = mg - F \\ \\ F = BIl\eta\mu\theta \\ \\ I = \dfrac{E_{\epsilon\pi}}{R_t'} \\ \\ E_{\epsilon\pi} = Bvl \\ \\ m = 0.3\ kg \\ \\ g = 10\ m/s^2 \\ \\ l = 1\ m \\ \\ \theta = \dfrac{\pi}{2} \\ \\ B = 1\ T \\ \\ R_t' = 4\ \Omega \\ \\ v = \dfrac{v_o}{2} \\ \\ v_o = 12\ m/s \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \frac{\Delta p}{\Delta t} = mg - \frac{mg}{2} = 1.5\ N$$

με φορά ομόρροπή του βάρους το οποίο και κυριαρχεί.

4. Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα όταν πια η ράβδος έχει φτάσει στην οριακή της ταχύτητα είναι:

$$\begin{bmatrix} I = \dfrac{E_{\epsilon\pi}}{R'_t} \\ \\ E_{\epsilon\pi} = B v_o l \\ \\ v_o = 12\ m/s \\ \\ l = 1\ m \\ \\ B = 1\ T \\ \\ R'_t = 4\ \Omega \end{bmatrix} \Longleftrightarrow I = 3\ A$$

Η τάση στα άκρα της συσκευής είναι ίση με την πολική τάση της πηγής, δηλαδή:

$$\begin{bmatrix} V_\pi = E - IR \\ E = B v_o l \\ v_o = 12\ m/s \\ l = 1\ m \\ B = 1\ T \\ R = 2\ \Omega \end{bmatrix} \Longleftrightarrow E = 12 - 6 = 6\ V$$

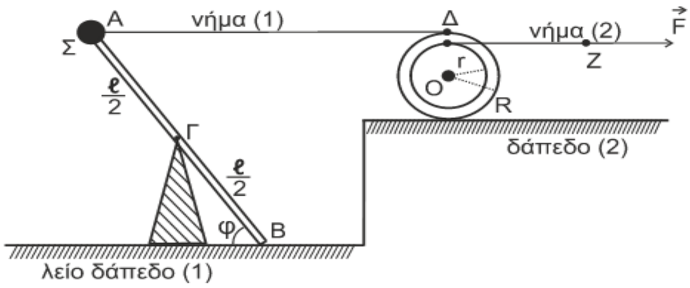
που είναι ίση με την τάση της κανονικής λειτουργίας της συσκευής, επομένως η συσκευή λειτουργεί κανονικά.

Θέμα Τέταρτο

ΘΕΜΑ Δ

Λεπτή, άκαμπτη, ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΒ μάζας $M_\rho = 3$ kg και μήκους $\ell = 2$ m, φέρει στο άκρο της Α σφαιρίδιο Σ μάζας $m = 1$ kg, αμελητέων διαστάσεων, και ισορροπεί σε πλάγια θέση με τη βοήθεια κατακόρυφου υποστηρίγματος, το οποίο έχουμε στερεώσει στο λείο οριζόντιο δάπεδο (1). Η ράβδος ακουμπά με το άκρο της Β στο δάπεδο (1) σχηματίζοντας γωνία φ, όπου ημφ = 0,8 και συνφ = 0,6. Η κορυφή του υποστηρίγματος συνδέεται με την ράβδο στο μέσον της Γ με άρθρωση και το σύστημα ράβδος-σφαιρίδιο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο Γ (κάθετα στο επίπεδο του σχήματος).

Με τη βοήθεια του οριζόντιου, αβαρούς και μη εκτατού νήματος (1) έχουμε συνδέσει το σφαιρίδιο Σ με το ανώτερο σημείο Δ ομογενούς τροχαλίας μάζας $M_\tau = 7$ kg και ακτίνας $R = 0{,}4$ m. Η τροχαλία σε απόσταση $r = 0{,}3$ m από το κέντρο της Ο έχει ένα λεπτό κυκλικό αυλάκι στο οποίο έχουμε τυλίξει πολλές φορές αβαρές και μη εκτατό νήμα (2). Στο άκρο Ζ του νήματος (2) ασκούμε σταθερή δύναμη $\vec{F}$. Όλη η διάταξη ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.



Σχήμα 6

Δ1. Αν το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα (1) στο σφαιρίδιο Σ είναι 10,5 N, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος στο άκρο της Β από το λείο δάπεδο (1).

Μονάδες 4

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s κόβουμε το νήμα (1). Το σύστημα ράβδος – σφαιρίδιο Σ αρχίζει να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, χάνοντας την επαφή του με το δάπεδο (1).

Δ2. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της, αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος (1) και ενώ η ράβδος έχει χάσει την επαφή της με το λείο δάπεδο (1).

Μονάδες 6

Κατά την περιστροφή του συστήματος ράβδου–σφαιριδίου Σ, το σφαιρίδιο Σ χτυπά στο οριζόντιο δάπεδο. Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αμέσως μετά την κρούση έχει μέτρο $\frac{\omega}{2}$, όπου ω το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ακριβώς πριν την κρούση.

Δ3. Να υπολογίσετε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής $\Delta\vec{L}$ του συστήματος ράβδος–σφαιρίδιο Σ και να σχεδιάσετε το διάνυσμα $\Delta\vec{L}$.

Μονάδες 5

Η τροχαλία, αμέσως μετά τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s, αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει στο οριζόντιο δάπεδο (2) με την επίδραση της δύναμης $\vec{F}$, το μέτρο της οποίας είναι 12 N. Ο άξονας περιστροφής της παραμένει συνεχώς οριζόντιος και κάθετος στο επίπεδο του σχήματος.

Δ4. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας της τροχαλίας.

Μονάδες 4

Δ5. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s έως τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ s.

Μονάδες 6

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$
- η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή: $I_{cm(\rho)} = \frac{1}{12}M_\rho \cdot \ell^2$
- η ροπή αδράνειας τροχαλίας ως προς τον άξονά της: $I_{cm(\tau)} = \frac{1}{2}M_\tau \cdot R^2$

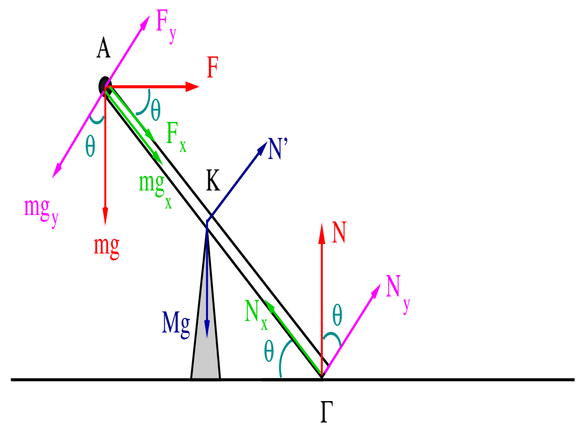
Να θεωρήσετε ότι:

- η κρούση είναι ακαριαία
- η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα για όλα τα σώματα
- κατά την κρούση, δεν έχουμε απώλεια μάζας
- το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα

Απάντηση

1. Η ράβδος ισορροπεί. Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που δέχεται. Παρατηρούμε ότι οι δυνάμεις που περνούν από το σημείο στήριξης Κ δεν έχουν ροπή ως προς αυτό το σημείο. Διαλέγουμε λοιπόν αυτό το σημείο για να υπολογίσουμε τη συνισταμένη ροπή για να μηδενίσουμε τη συνεισφορά των δυνάμεων από το στήριγμα. Επίσης αναλύουμε τις υπόλοιπες δυνάμεις σε δύο άξονες, έναν κάθετο στη ράβδο y και έναν παράλληλο σε αυτή x. Οι παράλληλες συνιστώσες επίσης δεν θα έχουν ροπή ως προς το Κ. Θεωρώ θετική φορά την αντίστροφη φορά των δεικτών του ρολογιού. Επομένως η συνθήκη περιστροφικής ισορροπίας για τη ράβδο μας δίνει:

$$\left[\begin{array}{c} \sum \tau_K = 0 \\ \sum \tau_K = mg_y\dfrac{l}{2} + N_y\dfrac{l}{2} - F_y\dfrac{l}{2} = 0 \\ mg_y = mg\sigma\upsilon\nu\theta \\ F_y = F\eta\mu\theta \\ N_y = N\sigma\upsilon\nu\theta \\ \sigma\upsilon\nu\theta = 0.6 \\ \eta\mu\theta = 0.8 \\ m = 1\ kg \\ l = 2\ m \\ g = 10\ m/s^2 \\ F = 10.5\ N \end{array}\right] \Longleftrightarrow$$



$$0 = 10 \cdot 0.6 - 10.5 \cdot 0.8 + N \cdot 0.6 \Longleftrightarrow N = 4\ N$$

2. Αρχικά θα βρούμε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς το Κ. Θα χρησιμοποιήσουμε ουσιαστικά τον ορισμό της ροπής αδράνειας

$$I = \sum m_i r_i^2 = I_\rho + I_\sigma \Longleftrightarrow I = \frac{M_\rho l^2}{12} + m(\frac{l}{2})^2 \overset{m=1\ kg, M_\rho=3\ kg, l=2\ m}{\Longleftrightarrow}$$
$$I = 2\ kg \cdot m^2$$

Όμως καθώς έχει κοπεί το σκοινί και έχει χάσει η ράβδος την επαφή της με το πάτωμα η μόνο δύναμη η οποία παράγει ροπή είναι η mg_y. Συνεπώς:

$$\begin{bmatrix} \sum \tau = I a_\gamma \\ I = 2\ kg \cdot m^2 \\ \sum \tau = mg\sigma\upsilon\nu\theta \frac{l}{2} \\ \sigma\upsilon\nu\theta = 0.6 \\ m = 1\ kg \\ g = 10\ m/s^2 \\ l = 2\ m \end{bmatrix} \Longleftrightarrow 2a_\gamma = 10 \cdot 0.6 \Longleftrightarrow a_\gamma = 3\ \frac{rad}{s^2}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της ράβδου θα είναι:

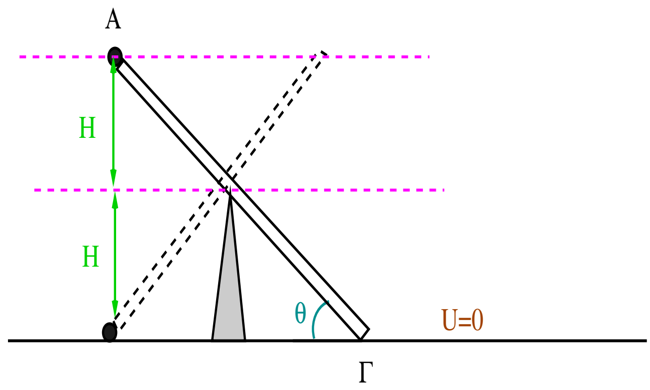
$$\begin{bmatrix} \dfrac{\Delta L}{\Delta t} = I_\rho a_\gamma \\ \\ I_\rho = \dfrac{M_\rho l^2}{12} \\ \\ a_\gamma = 3\ \dfrac{rad}{s^2} \\ \\ M_\rho = 3\ kg \\ \\ l = 2\ m \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \frac{\Delta L}{\Delta t} = 1 \cdot 3 = 3\ kg \cdot m^2/s^2$$

Καθώς η μεταβολή αυτής της στροφορμής οφείλεται στην mg_y είναι διάνυσμα που έχει μέτρο κάθετα στη σελίδα και προς τα έξω.

3. Η ράβδος θα εκτελέσει περιστροφική κίνηση μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

Θα θεωρήσουμε μηδενική επίπεδο δυναμικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο φθάνει η σφαίρα. Από την τριγωνομετρία θα έχουμε ότι:

$$2H = l\eta\mu\theta \overset{l=2\ m, \eta\mu\theta=0.8}{\Longleftrightarrow} 2H = 1.6\ m$$



Από ΑΔΜΕ στην κίνηση της ράβδου:

$$\begin{bmatrix} K_i + U_i = K_f + U_f \\ K_i = 0 \\ U_i = mg2H + M_\rho gH \\ U_f = M_\rho gH \\ K_f = \dfrac{I\omega^2}{2} \\ I = 2\ kg \cdot m^2 \\ 2H = 1.6\ m \\ m = 1\ kg \\ g = 10\ m/s^2 \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \frac{2\omega^2}{2} = 10 \cdot 1.6 \Longleftrightarrow \omega = 4\ rad/s$$

οπου με τον δείκτη i συμβολίζουμε τις αρχικές καταστάσεις και με τον δείκτη f τις τελικές καταστάσεις.

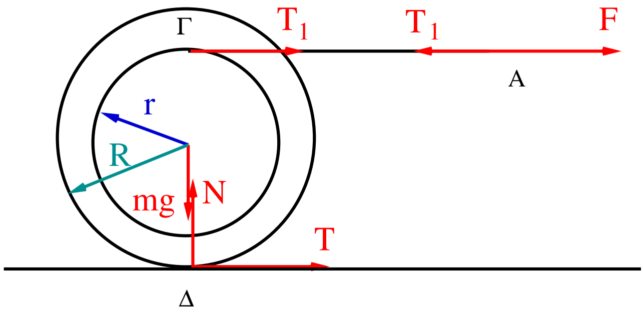
Το διάνυσμα της μεταβολής της στροφορμής θα είναι (θετική η φορά η αντίστροφη της φοράς των δεικτών του ρολογιού, το $\hat{k}$ είναι το μοναδιαίο διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο της σελίδας με φορά αυτή):

$$\begin{bmatrix} \vec{\Delta L} = \vec{L}_f - \vec{L}_i \\ \vec{L}_i = \hat{k} I\omega \\ \vec{L}_f = -\hat{k} I\dfrac{\omega}{2} \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \vec{\Delta L} = -\hat{k} I\frac{3\omega}{2} \overset{\omega=4\ rad/s, I=2kg\cdot m^2}{=} -\hat{k}12\ kg \cdot m^2/s \tag{1}$$

Δηλαδή το διάνυσμα $\Delta\vec{L}$ είναι κάθετο στη σελίδα με φορά προς τα μέσα.

4. Για να βρούμε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας της τροχαλίας σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που δέχεται η τροχαλία.

Καθώς το σημείο Α έχει μηδενική μάζα θα ισχύει ότι $\sum F = m_A a \iff F - T_1 = 0 \iff F = T_1$. Διαλέγουμε τη φορά της τριβής όπως στο σχήμα γιατί το σημείο επαφής του σκοινιού με την τροχαλία είναι κοντύτερα στο ανώτερο σημείο της τροχαλίας από ότι στο κέντρο μάζας της. Από μεταφορική κίνηση θα έχουμε ότι:



$$\sum F = M_t a \iff F + T = M_t a$$

Από περιστροφική κίνηση (με θετική φορά την αντίστροφη αυτής των δεικτών του ρολογιού (με $a = a_\gamma R$ καθώς το ακίνητο σημείο της τροχαλίας απέχει απόσταση R από το κέντρο μάζας της)

$$\begin{bmatrix} \sum \tau = I a_\gamma \\ I = \dfrac{M_t R^2}{2} \\ \sum \tau = TR - Fr \end{bmatrix}$$

Αυτές οι εξισώσεις μας δίνουν ένα σύστημα:

$$\begin{bmatrix} F+T=M_t a \\ \\ TR-Fr=\dfrac{M_t R^2}{2}a_\gamma \\ \\ a=a_\gamma R \\ \\ F=12\ N \\ \\ M_t=7\ kg \\ \\ R=0.4\ m \\ \\ r=0.3\ m \end{bmatrix} \iff \begin{bmatrix} 0.4T-0.3F=\dfrac{7\cdot 0.4}{2}a \\ \\ F+T=7a \end{bmatrix} \iff$$

$$\begin{bmatrix} 4T-3F=14a \\ 4T+4F=28a \end{bmatrix} \iff 7F=14a \iff a=2\ m/s^2$$

5. Το σημείο Γ έχει ταχύτητα το άθροισμα της μεταφορικής και της περιστροφικής:

$$\begin{bmatrix} v_\Gamma = v + \omega r \\ v_\Gamma = a_\Gamma t \\ v = at \\ \omega = a_\gamma t \\ a = a_\gamma R \\ r = 0.3\ m \\ R = 0.4\ m \end{bmatrix} \Longleftrightarrow a_\Gamma t = at + \frac{0.3}{0.4}at \Longleftrightarrow a_\Gamma = 1.75a$$

Σε χρόνο $t = 2\ s$ ξετυλίχτηκε σκοινί μήκους:

$$\begin{bmatrix} s = \dfrac{a_\Gamma t^2}{2} \\ a_\Gamma = 1.75a \\ a = 2\ m/s^2 \\ t = 2\ s \end{bmatrix} \Longleftrightarrow s = 7\ m$$

επομένως s είναι το διάστημα που η F μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της.

Το έργο που παράγει η δύναμη F είναι

$$W = Fs \overset{F=12\ N, s=7\ m}{\Longleftrightarrow} W = 84\ J$$