

Θέμα 3, εργασία 1, 2021-2022: Αναζήτηση σε Παιγνία [15 μονάδες]

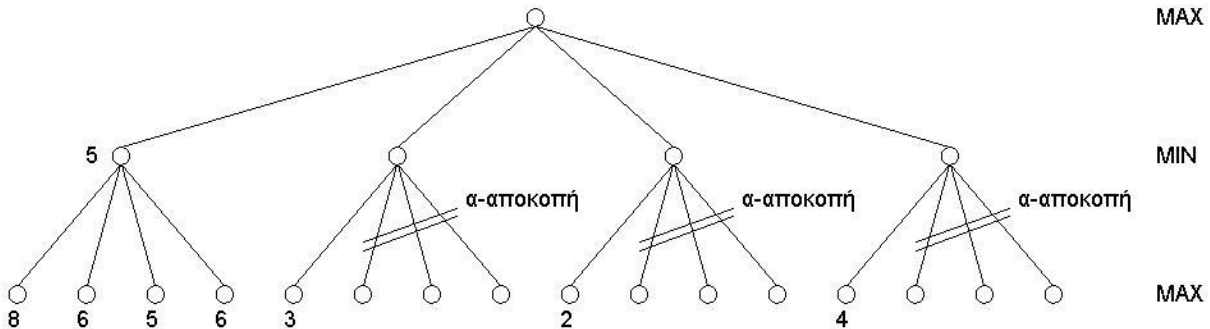
Είναι γνωστό ότι σε ένα δέντρο αναζήτησης παιγνιδιού που έχει παράγοντα διακλάδωσης b και έχει αναπτυχθεί μέχρι βάθους d , εφαρμόζοντας τη μέθοδο minimax, η ευρετική συνάρτηση αξιολόγησης πρέπει να εφαρμοσθεί σε όλους του κόμβους του επιπέδου βάθους d , οι οποίοι είναι πλήθους b^d .

Στο βιβλίο «Τεχνητή Νοημοσύνη», Β' έκδοση, Βλαχάβας Ι., κ.ά., αναφέρεται (παράγραφος 5.4, σελ. 79-80) ότι στην περίπτωση που το δέντρο είναι τέλεια διατεταγμένο, δηλαδή ο αριστερότερος απόγονος κάθε κόμβου είναι ο καλύτερος, τότε, αν εφαρμόσουμε τη μέθοδο alpha-beta, το πλήθος των κόμβων του επιπέδου βάθους d στο οποίο πρέπει να εφαρμοσθεί η ευρετική συνάρτηση αξιολόγησης ισούται με:

$$2 \cdot b^{\frac{d}{2}} - 1, \text{αν } d \text{ άρτιος} \tag{1}$$

$$b^{\frac{d+1}{2}} + b^{\frac{d-1}{2}} - 1, \text{αν } d \text{ περιττός} \tag{2}$$

Μπορούμε να επιβεβαιώσουμε τον τύπο (1) για την περίπτωση ενός δέντρου παιγνιδιού με $b = 4$ και $d = 2$, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



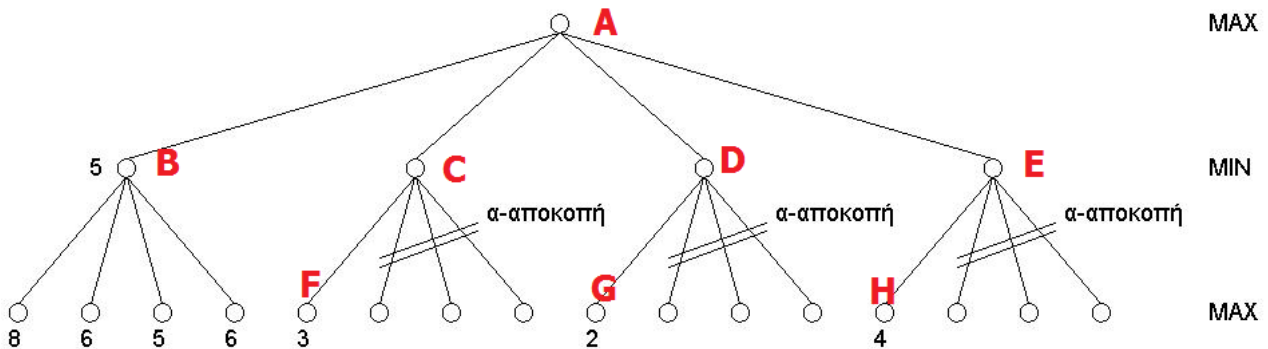
Παρατηρήστε ότι στο δέντρο αυτό, η ευρετική συνάρτηση αξιολόγησης εφαρμόστηκε σε $2 \cdot 4^{\frac{2}{2}} - 1 = 7$ κόμβους, δηλαδή ο τύπος (1) παραπάνω δίνει σωστό αποτέλεσμα.

A. Συνθήκες α-αποκοπών [3 μονάδες]

Για ποιους λόγους έγιναν οι α-αποκοπές στο προηγούμενο δέντρο; Δηλαδή, ποιες συνθήκες ελέγχθηκαν σε κάθε περίπτωση και επιβεβαιώθηκαν ως αληθείς;

Απάντηση:

Ονοματίζω τους κόμβους για ευκολία.



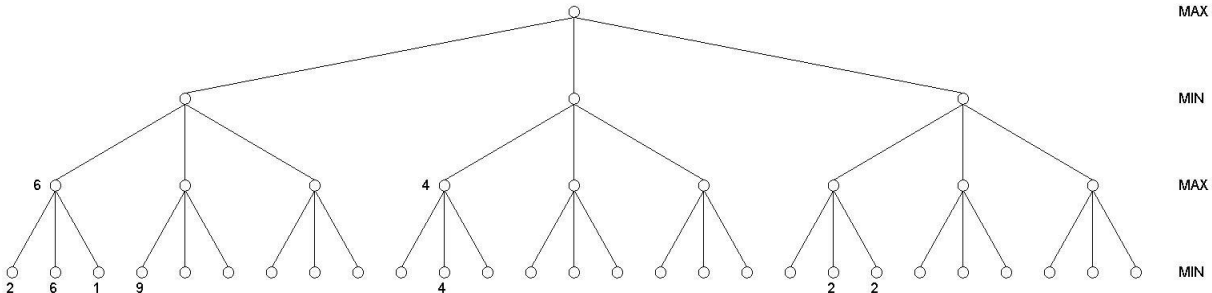
Ο κόμβος-παππούς A (ρίζα) είναι κόμβος MAX και ο θείος B=5 είναι μεγαλύτερος από τον ανηψιό F=3. Άρα γλιτώνουμε την εξέταση των υπολοίπων παιδιών C.

Ομοίως, ο κόμβος-παππούς A (ρίζα) είναι κόμβος MAX και ο θείος B=5 είναι μεγαλύτερος από τον ανηψιό G=2. Άρα γλιτώνουμε την εξέταση των υπολοίπων παιδιών του D.

Ομοίως, ο κόμβος-παππούς A (ρίζα) είναι κόμβος MAX και ο θείος B=5 είναι μεγαλύτερος από τον ανηψιό H=2. Άρα γλιτώνουμε την εξέταση των υπολοίπων παιδιών του E.

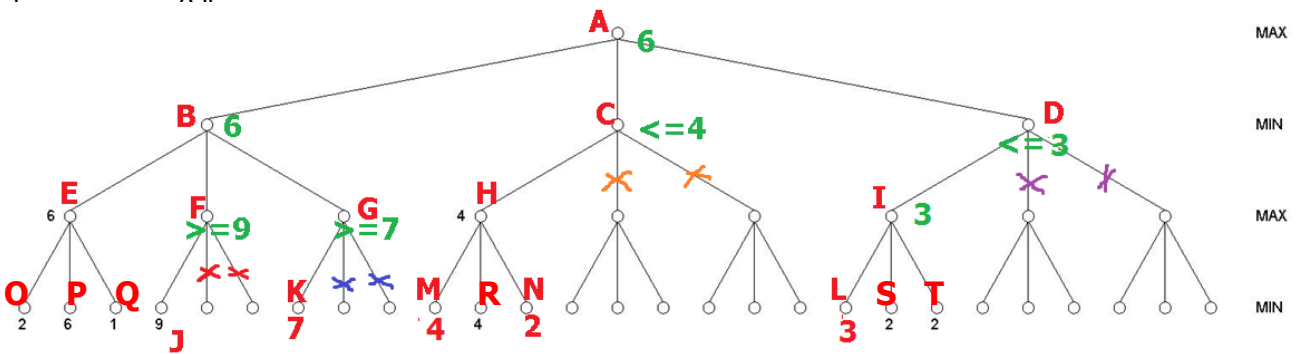
B. Δέντρο με $b = 3, d = 3$ [5 μονάδες]

Συμπληρώστε στο επόμενο δέντρο παιγνιδιού κατάλληλες τιμές της ευρετικής συνάρτησης αξιολόγησης στους κόμβους του τελευταίου επιπέδου, **όπου απαιτείται**, ώστε η μέθοδος alpha-beta να κάνει τις περισσότερες δυνατές αποκοπές, δείξτε ποιες αποκοπές και τι τύπου είναι αυτές (α- ή β-) και επιβεβαιώστε την ισχύ του τύπου (2) προηγουμένως ως προς το πλήθος των κόμβων του τελευταίου επιπέδου που πρέπει να εφαρμοσθεί η ευρετική συνάρτηση αξιολόγησης, σε κάθε περίπτωση, από τη μέθοδο alpha-beta.



Απάντηση:

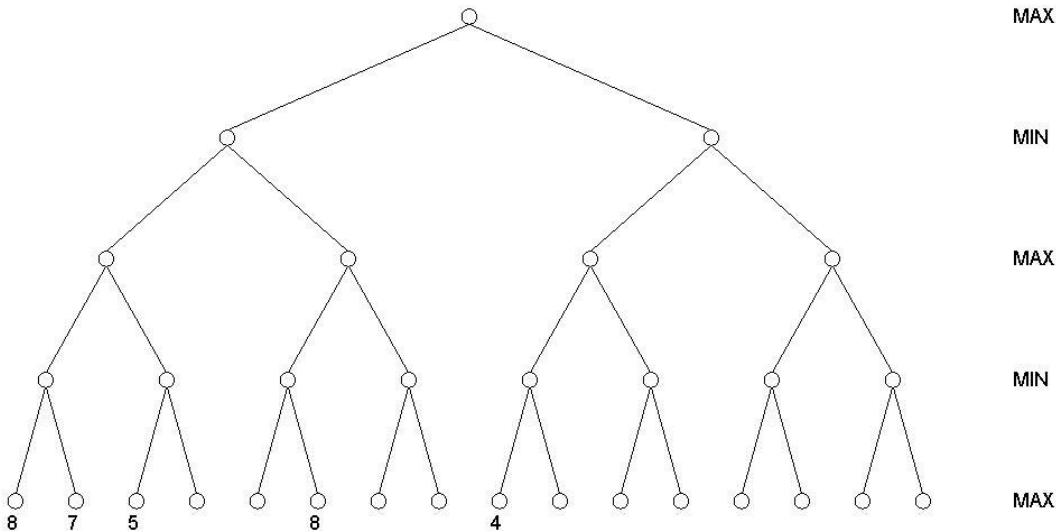
Ονοματίζω τους κόμβους για ευκολία. Χρειάζεται να δώσω επιπλέον τιμές στα φύλλα K, M, N, L, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- 1° κλάδεμα:** β-κλάδεμα, κόμβοι B,E,F,J. Ο παππούς B είναι min και ο θείος E=6 είναι μικρότερος από τον ανηψιό J=9. Άρα γλιτώνουμε τα υπόλοιπα παιδιά του F (κόκκινη διαγράμμιση).
- 2° κλάδεμα:** β-κλάδεμα, κόμβοι B,E,G,K. Ο παππούς B είναι min και ο θείος E=6 είναι μικρότερος από τον ανηψιό K=7. Άρα γλιτώνουμε τα υπόλοιπα παιδιά του G (μπλε διαγράμμιση).
 Άρα ο κόμβος B=6 πήρε την min τιμή των 3 παιδιών του.
 Ο κόμβος H=4 πήρε την max τιμή των 3 παιδιών του.
 Ο κόμβος I=3 πήρε την max τιμή των 3 παιδιών του.
- 3° κλάδεμα:** α-κλάδεμα, κόμβοι A,B,C,H. Ο παππούς A είναι max και ο θείος B=6 είναι μεγαλύτερος από τον ανηψιό H=4. Άρα γλιτώνουμε τα υπόλοιπα παιδιά του C (πορτοκαλί διαγράμμιση).
- 4° κλάδεμα:** α-κλάδεμα, κόμβοι A,B,D,I. Ο παππούς A είναι max και ο θείος B=6 είναι μεγαλύτερος από τον ανηψιό I=3. Άρα γλιτώνουμε τα υπόλοιπα παιδιά του D (μωβ διαγράμμιση).
 Τελικά ο A=6 παίρνει την max τιμή των 3 παιδιών του.
 Επαληθεύω τον τύπο: $b^{(d+1)/2} + b^{(d-1)/2} - 1 = 3^{(3+1)/2} + 3^{(3-1)/2} - 1 = 9 + 3 - 1 = 11$ φύλλα. Πράγματι, στο σχήμα βλέπω ότι σε 11 φύλλα (στα O,P,Q,J,K,M,R,N,L,S,T) χρειάστηκε να δώσω τιμές αξιολόγησης.

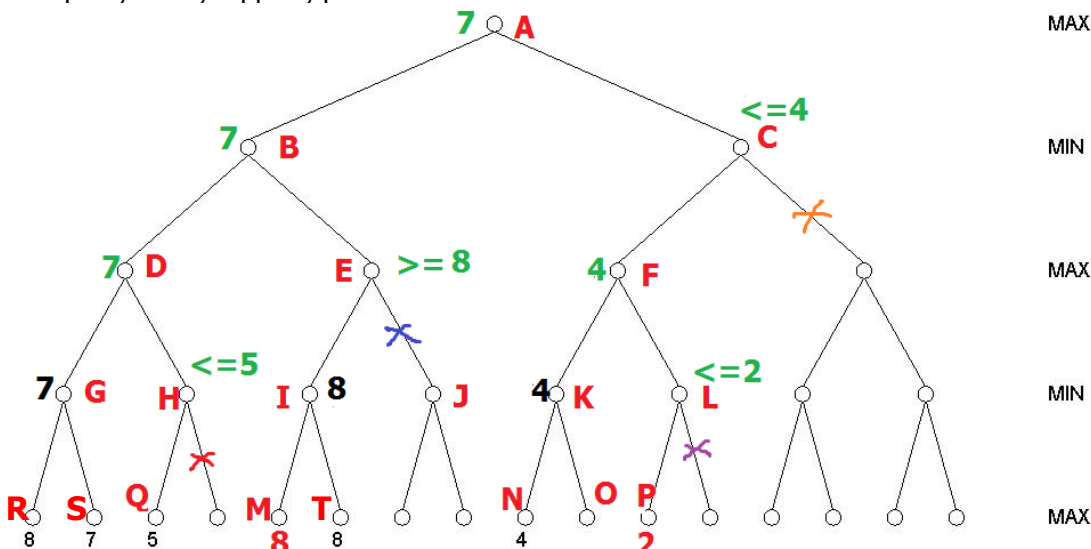
Γ. Δέντρο με $b = 2, d = 4$ [7 μονάδες]

Ομοίως με το προηγούμενο ερώτημα για το επόμενο δέντρο παιγνιδιού. Στην περίπτωση αυτή ζητείται, προφανώς, η επιβεβαίωση του τύπου (1), αφού το d είναι άρτιος.



Απάντηση:

Ονοματίζω τους κόμβους για ευκολία.



1^ο κλάδεμα: α-κλάδεμα, κόμβοι D,G,H,Q. Ο παππούς D είναι max και ο θείος G=7 είναι μεγαλύτερος από τον ανηψιό Q=5. Άρα γλιτώνουμε τα υπόλοιπα παιδιά του H (κόκκινη διαγράμμιση).

Άρα ο κόμβος D=7 πήρε την max τιμή των 2 παιδιών του.

Ο κόμβος I=8 πήρε την min τιμή των 2 παιδιών του.

2^ο κλάδεμα: β-κλάδεμα, κόμβοι B,D,E,I. Ο παππούς B είναι min και ο θείος D=7 είναι μικρότερος από τον ανηψιό I=8. Άρα γλιτώνουμε τα υπόλοιπα παιδιά του E (μπλε διαγράμμιση).

Άρα ο κόμβος B=7 πήρε την min τιμή των 2 παιδιών του.

Ο κόμβος K=4 πήρε την min τιμή των 2 παιδιών του. Επειδή μας λέει ότι το δέντρο είναι τέλεια

διατεταγμένο, δηλαδή η καλύτερη κίνηση κάθε κόμβου είναι το αριστερό παιδί του, η καλύτερη κίνηση για τον κόμβο min K είναι το αριστερό παιδί του (το N), άρα δεν χρειαζόμαστε να ξέρω την τιμή του φύλλου O, θα είναι **μεγαλύτερη** ή ίση από 4. Έτσι ο κόμβος min K παίρνει τιμή 4.

3^ο κλάδεμα: α-κλάδεμα, κόμβοι F,K,L,P. Ο παππούς F είναι max και ο θείος K=4 είναι μεγαλύτερος από τον ανηψιό P=2. Άρα γλιτώνουμε τα υπόλοιπα παιδιά του L (μωβ διαγράμμιση).

Άρα ο κόμβος F=4 πήρε την max τιμή των 2 παιδιών του.

4^ο κλάδεμα: α-κλάδεμα, κόμβοι A,B,C,F. Ο παππούς A είναι max και ο θείος B=7 είναι μεγαλύτερος από τον ανηψιό F=4. Άρα γλιτώνουμε τα υπόλοιπα παιδιά του C (πορτοκαλί διαγράμμιση).

Τελικά ο A παίρνει τιμή 7.

Επαληθεύω τον τύπο: $2 \cdot b^{d/2} - 1 = 2 \cdot 2^{4/2} - 1 = 7$ φύλλα. Πράγματι, στο σχήμα βλέπω ότι σε 7 φύλλα (στα R, S, Q, M, T, N, P) χρειάστηκε να δώσω τιμές αξιολόγησης.