

Θέμα 2, εργασία 1, 2021-2022: Αναζήτηση υπό Περιορισμούς [15 μονάδες]

Έστω ότι έχετε αναλάβει να κατασκευάσετε το πρόγραμμα διαλέξεων μίας ημερίδας με έξι ομιλητές, τους (Α)λίκη, (Β)ασίλη, (Γ)ιώργο, (Δ)ήμητρα, (Ε)λένη και (Ζ)αχαρία, δηλαδή να καθορίσετε τη σειρά των ομιλητών. Οι διαλέξεις είναι ωριαίες και πρέπει να γίνουν μέσα σε ένα συνεχές εξάωρο, μόνο που πρέπει να γίνουν σεβαστοί οι περιορισμοί που έχουν θέσει κάποιοι ομιλητές:

Η Αλίκη **δεν** είναι διαθέσιμη την 1η και την 2η ώρα της ημερίδας. Ο Βασίλης και ο Γιώργος είναι διαθέσιμοι μόνο την 3η και την 4η ώρα. Η Δήμητρα **δεν** είναι διαθέσιμη την 1η και την 6η ώρα. Η Ελένη είναι διαθέσιμη μόνο την 2η, την 3η και την 4η ώρα. Ο Ζαχαρίας είναι διαθέσιμος όλες τις ώρες.

Έστω ότι αποφασίζουμε να επιλύσουμε το πρόβλημα μοντελοποιώντας το ως πρόβλημα ικανοποίησης περιορισμών και εφαρμόζοντας τις κατάλληλες μεθόδους που γνωρίζουμε από τη θεωρία. Για το σκοπό αυτό, ορίζουμε έξι μεταβλητές, τις $A, B, \Gamma, \Delta, E, Z$ (από τα αρχικά των ονομάτων των ομιλητών), οι οποίες έχουν ως αρχικό πεδίο το $\{1,2,3,4,5,6\}$. Η ερμηνεία της μοντελοποίησης αυτής είναι ότι αν τελικά κάποια από τις μεταβλητές αυτές πάρει την τιμή v μέσα από το πεδίο της, ο αντίστοιχος ομιλητής έχει προγραμματισθεί για την v -οστή ώρα της ημερίδας.

A. Διατύπωση περιορισμών [2 μονάδες]

Χρησιμοποιώντας μόνο το σύμβολο $\neq$ (διάφορο), διατυπώστε όλους τους περιορισμούς του προβλήματος, συμπεριλαμβανομένων τόσο των περιορισμών διαθεσιμότητας κάθε ομιλητή, όσο και των προφανών περιορισμών που εκφράζουν την απαίτηση να μην προγραμματισθούν δύο ομιλίες την ίδια ώρα. Για παράδειγμα:

- $A \neq 1, A \neq 2$ (η Αλίκη δεν είναι διαθέσιμη την 1η και την 2η ώρα)
-

Απάντηση:

- $A \neq 1, A \neq 2$
- $B \neq 1, B \neq 2, B \neq 5, B \neq 6$
- $\Gamma \neq 1, \Gamma \neq 2, \Gamma \neq 5, \Gamma \neq 6$
- $\Delta \neq 1, \Delta \neq 6$
- $E \neq 1, E \neq 5, E \neq 6$
- Και $A \neq B, A \neq \Gamma, A \neq \Delta, A \neq E, A \neq Z, B \neq \Gamma, B \neq \Delta, B \neq E, B \neq Z, \Gamma \neq \Delta, \Gamma \neq E, \Gamma \neq Z, \Delta \neq E, \Delta \neq Z, E \neq Z$

Β. Αρχική επιβολή συνέπειας τόξου [3 μονάδες]

Για την επίλυση του προβλήματος, σε ένα πρώτο βήμα, επιβάλλουμε συνέπεια τόξου (μέσω του αλγορίθμου AC-3) στην αρχική του κατάσταση. Χωρίς να δείξετε τα ενδιάμεσα βήματα εφαρμογής του AC-3, συμπληρώστε στον παρακάτω πίνακα τη στήλη «Βήμα 1» με τα νέα πεδία.

Μεταβλητή	Αρχική κατάσταση	Βήμα 1	Βήμα 2	Βήμα 3	Βήμα 4	Βήμα 5	Βήμα 6
		Πεδίο					
A	{1,2,3,4,5,6}	{3,4,5,6}					
B	{1,2,3,4,5,6}	{3,4}					
Γ	{1,2,3,4,5,6}	{3,4}					
Δ	{1,2,3,4,5,6}	{2,3,4,5}					
E	{1,2,3,4,5,6}	{2,3,4}					
Z	{1,2,3,4,5,6}	{1,2,3,4,5,6}					

Απάντηση:

Από το πεδίο τιμών κάθε μεταβλητής, αφαιρώ τις ώρες που δεν είναι διαθέσιμοι οι ομιλητές.

Μεταβλητή	Αρχική κατάσταση	Βήμα 1	Βήμα 2	Βήμα 3	Βήμα 4	Βήμα 5	Βήμα 6
		Πεδίο					
A	{1,2,3,4,5,6}	{3,4,5,6}					
B	{1,2,3,4,5,6}	{3,4}					
Γ	{1,2,3,4,5,6}	{3,4}					
Δ	{1,2,3,4,5,6}	{2,3,4,5}					
E	{1,2,3,4,5,6}	{2,3,4}					
Z	{1,2,3,4,5,6}	{1,2,3,4,5,6}					

Γ. Έναρξη αναζήτησης [3 μονάδες]

Στη συνέχεια, πρέπει να επιλέξουμε μία μεταβλητή για την απόδοση τιμής σε αυτή μέσα από το πεδίο της. Έστω ότι αποφασίζουμε να ακολουθήσουμε τον ευρετικό κανόνα των *ελάχιστων απομεινουσών τιμών* (minimum remaining values – MRV) ή της *συντομότερης αποτυχίας* (first fail – FF), όπως αλλιώς ονομάζεται. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, πρέπει να επιλέξουμε τη μεταβλητή με τις λιγότερες δυνατές τιμές στο πεδίο της και να της αποδώσουμε μία τιμή μέσα από το πεδίο αυτό. Παρατηρήστε ότι στην κατάσταση των πεδίων μετά το βήμα 1, υπάρχουν δύο μεταβλητές με ελάχιστο πλήθος τιμών στα πεδία τους. Επιλέξτε εκείνη από τις δύο που προηγείται λεξικογραφικά και δώστε της τη μικρότερη τιμή μέσα από το πεδίο της. Αμέσως μετά, εφαρμόστε ~~πάλι τον αλγόριθμο επιβολής συνέπειας AC-3 και, χωρίς να δείξετε τα ενδιάμεσα βήματα του αλγορίθμου,~~ τον αλγόριθμο του προοπτικού/πρώιμου ελέγχου (forwardchecking – FC) και καταγράψτε στη στήλη «Βήμα 2» του πίνακα του ερωτήματος Β τη νέα κατάσταση των πεδίων.

Απάντηση:

Λιγότερες διαθέσιμες τιμές έχουν οι Β και Γ. Ο Β προηγείται λεξικογραφικά του Γ. Ο Β παίρνει την μικρότερη διαθέσιμη τιμή 3. Αφαιρώ το 3 από όλους τους άλλους που το έχουν.

Μεταβλητή	Αρχική κατάσταση	Βήμα 1	Βήμα 2	Βήμα 3	Βήμα 4	Βήμα 5	Βήμα 6
		Πεδίο					
A	{1,2,3,4,5,6}	{3,4,5,6}	{4,5,6}				
B	{1,2,3,4,5,6}	{3,4}	{3}				
Γ	{1,2,3,4,5,6}	{3,4}	{4}				
Δ	{1,2,3,4,5,6}	{2,3,4,5}	{2,4,5}				
E	{1,2,3,4,5,6}	{2,3,4}	{2,4}				
Z	{1,2,3,4,5,6}	{1,2,3,4,5,6}	{1,2,4,5,6}				

Δ. Ολοκλήρωση αναζήτησης [5 μονάδες]

Συνεχίστε την αναζήτηση με την ίδια λογική (επαναλαμβανόμενες εφαρμογές MRV/FF και AC-3FC), συμπληρώνοντας κατάλληλα τις στήλες των βημάτων 3 έως 6. Ποια είναι η τελική λύση του προβλήματος;

Απάντηση:

Όμοια με το προηγούμενο ερώτημα, συνεχίζω την διαδικασία. Με κίτρινο συμβολίζω την μεταβλητή με την οποία ασχολούμαι σε κάθε βήμα.

Μεταβλητή	Αρχική κατάσταση	Βήμα 1	Βήμα 2	Βήμα 3	Βήμα 4	Βήμα 5	Βήμα 6
Πεδίο							
A	{1,2,3,4,5,6}	{3,4,5,6}	{4,5,6}	{5,6}	{5,6}	{6}	{6}
B	{1,2,3,4,5,6}	{3,4}	{3}	{3}	{3}	{3}	{3}
Γ	{1,2,3,4,5,6}	{3,4}	{4}	{4}	{4}	{4}	{4}
Δ	{1,2,3,4,5,6}	{2,3,4,5}	{2,4,5}	{2,5}	{5}	{5}	{5}
E	{1,2,3,4,5,6}	{2,3,4}	{2,4}	{2}	{2}	{2}	{2}
Z	{1,2,3,4,5,6}	{1,2,3,4,5,6}	{1,2,4,5,6}	{1,2,5,6}	{1,5,6}	{1,6}	{1}

Ε. Άλλες πιθανές λύσεις [2 μονάδες]

Στη μεταβλητή που επιλέξατε στο ερώτημα Γ, αποδώσατε τη μικρότερη τιμή μέσα από το πεδίο της. Αν είχατε επιλέξει τη μεγαλύτερη τιμή, σε ποια λύση του προβλήματος θα καταλήγατε; Τελικά, πόσες δυνατές λύσεις έχει το συγκεκριμένο πρόβλημα;

Απάντηση:

Τώρα ο B παίρνει την τιμή 4. Συνεχίζω όμοια με πριν. Με κίτρινο συμβολίζω την μεταβλητή με την οποία ασχολούμαι σε κάθε βήμα.

Μεταβλητή	Αρχική κατάσταση	Βήμα 1	Βήμα 2	Βήμα 3	Βήμα 4	Βήμα 5	Βήμα 6
Πεδίο							
A	{1,2,3,4,5,6}	{3,4,5,6}	{3,5,6}	{5,6}	{5,6}	{6}	{6}
B	{1,2,3,4,5,6}	{3,4}	{4}	{4}	{4}	{4}	{4}
Γ	{1,2,3,4,5,6}	{3,4}	{3}	{3}	{3}	{3}	{3}
Δ	{1,2,3,4,5,6}	{2,3,4,5}	{2,3,5}	{2,5}	{5}	{5}	{5}
E	{1,2,3,4,5,6}	{2,3,4}	{2,3}	{2}	{2}	{2}	{2}
Z	{1,2,3,4,5,6}	{1,2,3,4,5,6}	{1,2,3,5,6}	{1,2,5,6}	{1,5,6}	{1,6}	{1}

Το πρόβλημα έχει δύο λύσεις.