

ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2021 - 2022

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ

Βασικά Εργαλεία και Μέθοδοι για τον Έλεγχο της Ποιότητας [ΔΠ 50]

1η ΓΡΑΠΤΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Προσοχή: Η καταληκτική ημερομηνία υποβολής της Γραπτής Εργασίας είναι η Τετάρτη 17/11/2021, ώρα 11:55μμ.

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΚΠΟΝΗΣΗ ΓΡΑΠΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΣΤΗ ΘΕ ΔΙΠ 50

1. Κατά τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους δίνονται πέντε (5) γραπτές εργασίες (ΓΕ). Κάθε ΓΕ βαθμολογείται στην κλίμακα 0-10. Για να κατοχυρώσετε δικαίωμα συμμετοχής στις εξετάσεις θα πρέπει να υποβάλετε τουλάχιστον τέσσερις (4) ΓΕ και να συγκεντρώσετε συνολική βαθμολογία τουλάχιστον 25 μονάδων (το δυνητικό άριστα είναι 50 μονάδες).
2. Κάθε φοιτητής συμπληρώνει το ειδικό «**Φύλλο Απαντήσεων**» της ΓΕ που είναι ηλεκτρονικό αρχείο docx και το υποβάλλει αποκλειστικά μέσω του Ψηφιακού Χώρου Εκπαίδευσης (study.eap.gr). Συνιστάται η υποβολή του «Φύλλου Απαντήσεων» της ΓΕ και σε ηλεκτρονικό αρχείο μορφής pdf. Άλλοι τύποι ηλεκτρονικών αρχείων (π.χ., jpg), ή χειρόγραφες εργασίες, δε λαμβάνονται υπόψη.
3. Πρέπει να τηρείται η προθεσμία υποβολής των ΓΕ επειδή μετά το πέρας της καταληκτικής ημερομηνίας υποβολής κάθε ΓΕ δεν παρέχεται δυνατότητα εκπρόθεσμης υποβολής.
4. Μην αντιγράφετε τις εκφωνήσεις στο «Φύλλο Απαντήσεων».
5. Σε κάθε ερώτημα να δίνετε έναν (1) μόνο τρόπο λύσης.
6. Αν σε ένα ερώτημα χρησιμοποιείτε το στατιστικό πακέτο **MINITAB**, θα πρέπει να περιέχεται οπωσδήποτε στην απάντησή σας:
 - (α) αντίγραφο της εκτύπωσης του session window του MINITAB και ενδεχομένως σχήματα, και
 - (β) σχολιασμός ή ερμηνεία του αποτελέσματος του MINITAB.
7. Δε θα βαθμολογούνται απαντήσεις στις οποίες γίνεται χρήση άλλου στατιστικού πακέτου (εκτός του MINITAB). Επιτρέπεται η χρήση του Excel για τη διενέργεια μόνο απλών αριθμητικών υπολογισμών.
8. Στις προτάσεις τύπου «Σωστή - Λάθος» πρέπει απαραίτητα να γράφετε την επιλογή σας («Σωστή» ή «Λάθος»). Στις προτάσεις που επιλέγετε την απάντηση «Λάθος» να δίνετε σαφή αιτιολόγηση η οποία να περιέχει εντοπισμό του λάθους, και όχι να παραπέμπετε αποκλειστικά σε ολόκληρες παραγράφους ή σελίδες του εκπαιδευτικού υλικού.

Ομοίως, στα ερωτήματα «Πολλαπλής Επιλογής», πρέπει απαραίτητα να επιλέγετε τη σωστή επιλογή, π.χ. «η επιλογή (ii) είναι η Σωστή» και να αιτιολογείτε με σαφήνεια την επιλογή σας όταν αυτό ζητείται. Αν δεν υπάρχει ξεκάθαρη επιλογή σε μία πρόταση «Σωστή - Λάθος», ή σε ένα ερώτημα «Πολλαπλής Επιλογής», το ερώτημα θα μηδενίζεται.
9. Στους υπολογισμούς να γίνεται χρήση τεσσάρων δεκαδικών ψηφίων.
10. Εάν υποβληθούν από δύο ή περισσότερους φοιτητές πανομοιότυπες απαντήσεις σε μια ή περισσότερες ασκήσεις (έστω και με μικροαλλαγές για να φαίνονται δήθεν διαφορετικές), θα μηδενίζονται οι εργασίες όλων των εμπλεκόμενων φοιτητών.

Βαθμολόγηση: Στις ΓΕ οι μονάδες που αντιστοιχούν σε κάθε άσκηση και σε κάθε ερώτημα χωριστά δίνονται μέσα σε παρένθεση (σύνολο 100 μονάδες). Ο βαθμός της ΓΕ προκύπτει από το πηλίκο

$$\text{Βαθμός ΓΕ} = \frac{\text{Συνολικές μονάδες}}{10}$$

με στρογγυλοποίηση ενός δεκαδικού ψηφίου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ 1^{ης} ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Άσκηση 1 (15 μονάδες)

Δώστε την κατάλληλη απάντηση (ΣΩΣΤΗ ή ΛΑΘΟΣ) στις παραγράφους (α)-(ι). Αιτιολογήστε σύντομα μόνο τις απαντήσεις στις οποίες επιλέξατε ΛΑΘΟΣ.

(α-1.5) Εάν A, B και Γ τρία ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, τότε το ενδεχόμενο να πραγματοποιηθούν τουλάχιστον δύο από τα A, B, Γ εκφράζεται σαν:

$$(A \cap B \cap \Gamma) \cup (A \cap B' \cap \Gamma) \cup (A' \cap B \cap \Gamma)$$

(β-1.5) Έξι επιβατικά και πέντε φορτηγά αυτοκίνητα πρόκειται να παρκάρουν κατά μήκος ενός δρόμου. Οι διαφορετικοί τρόποι με τους οποίους μπορούν να παρκάρουν τα οχήματα, εάν τα επιβατικά θα παρκάρουν μαζί σε συνεχόμενες θέσεις και τα φορτηγά μαζί, είναι 39916800.

(γ-1.5) Δεν υπάρχουν τυχαίες μεταβλητές X, Y για τις οποίες $Cov(X, Y) = 20$, $Var(X) = 9$ και $Var(Y) = 25$.

(δ-1.5) Έστω A και B δύο ανεξάρτητα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω, για τα οποία ισχύουν: $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$. Τότε $P(B) = \frac{3}{8}$

(ε-1.5) Έστω X μια τ.μ. τέτοια ώστε $P(X = 1) = p$, $P(X = -1) = 1 - p$, $0 < p < 1$. Εάν $Y = X^2$, τότε $E(X) = E(Y)$.

(στ-1.5) Η από κοινού συνάρτηση πιθανότητας μιας διακριτής διδιάστατης τυχαίας μεταβλητής (X, Y) δίνεται από τον τύπο:

$$f(x, y) = \frac{x + y}{21}, x = 1, 2, 3 \quad y = 1, 2$$

Η δεσμευμένη συνάρτηση πιθανότητας της Y όταν $X = 2$ είναι $f_{Y|X=2}(y) = \frac{y+2}{21}, y = 1, 2$.

(ζ-1.5) Οι πινακίδες κυκλοφορίας των ταξί αποτελούνται από 3 γράμματα (λατινικοί χαρακτήρες), από τα οποία το πρώτο γράμμα είναι πάντα T και το δεύτερο A, και τέσσερεις αριθμούς. Το πλήθος των δυνατών πινακίδων κυκλοφορίας των ταξί, στις οποίες το 1^ο ψηφίο δεν είναι 0, είναι ίσο με 140000.

(η-1.5) Η διάμεσος δ μιάς συνεχούς τ.μ υπάρχει πάντα, είναι λύση της εξίσωσης $F(\delta) = 0.5$ και είναι μοναδική.

(θ-1.5) Έστω X συνεχής τ.μ. με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x) = \frac{8}{x^3}, x > 2$. Για την $P(X < 3)$ ισχύει $P(X < 3) = \int_0^3 \frac{8}{x^3} dx$.

(ι-1.5) Έστω A και B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω τέτοια ώστε $P(B) = 1$. Τότε $P(A \cup B) = 1$ και τα A, B είναι ανεξάρτητα (προσοχή, το B δεν είναι απαραίτητα ίσο με το δειγματοχώρο Ω).

Άσκηση 2 (14 μονάδες)

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση, ανάμεσα στις (i), (ii), (iii) ή (iv), των παρακάτω παραγράφων (α)-(ζ). Αιτιολογήστε σύντομα την απάντησή σας.

(α-2) Σε ένα δοχείο υπάρχουν 9 σφαιρίδια αριθμημένα από το 1 έως το 9. Εξάγουμε 6 σφαιρίδια το ένα μετά το άλλο και καταγράφουμε τον βψήφιο αριθμό που προκύπτει. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

(i) Το πλήθος των αριθμών που σχηματίζονται και δεν περιέχουν το 2 είναι 60480.

(ii) Το πλήθος των αριθμών που σχηματίζονται και διαιρούνται με το 10 είναι 6720.

- (iii) Το πλήθος των αριθμών που σχηματίζονται και διαιρούνται με το 5 είναι 6720.
 (iv) Το πλήθος των αριθμών που σχηματίζονται και των οποίων το πρώτο και το τελευταίο ψηφίο είναι 3 είναι 1680.

(β-2) Για τις από κοινού κατανομημένες τυχαίες μεταβλητές X, Y ισχύει $E(X \cdot Y) = E(X) \cdot E(Y)$. Τότε, τι από τα παρακάτω ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ;

- (i) $Cov(X, Y) = 0$.
 (ii) $Var(3X + 6Y) = 9 \cdot Var(X) + 36 \cdot Var(Y)$.
 (iii) Οι τ.μ. X και Y συνδέονται με μια γραμμική σχέση.
 (iv) $\rho(X, Y) = 0$.

(γ-2) Αν A και B δύο ενδεχόμενα για τα οποία ισχύει $P(A \cap B') = 0 = P(A' \cap B)$, τότε τι συμπέρασμα μπορούμε να βγάλουμε για τα ενδεχόμενα A και B ;

- (i) $P(A) = P(B)$
 (ii) $P(A \cup B) = P(A \cap B)$
 (iii) $P(A \Delta B) = 0$ όπου $A \Delta B = (A \cap B') \cup (A' \cap B)$
 (iv) Ισχύουν όλα τα παραπάνω

(δ-2) Ένα εξάρτημα παρουσιάζει δύο ειδών βλάβες, τύπου α και β οι οποίες εμφανίζονται ανεξάρτητα η μία από την άλλη. Η πιθανότητα να εμφανιστεί βλάβη τύπου α είναι 12%, ενώ η πιθανότητα να εμφανιστεί βλάβη τύπου β είναι 15%. Ποιό από τα παρακάτω ενδεχόμενα έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα;

- (i) να εμφανιστούν και οι δύο βλάβες συγχρόνως.
 (ii) να μην εμφανιστεί καμιά από τις δύο βλάβες.
 (iii) να εμφανιστεί μια τουλάχιστον από τις βλάβες.
 (iv) να εμφανιστεί βλάβη τύπου β αν είναι γνωστό ότι έχει εμφανιστεί βλάβη τύπου α .

(ε-2) Για την τ.μ. X δίνεται ότι $E(X) = 3$ και $Var(X) = 15$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

- (i) $E(X^2) = 18$
 (ii) Εάν $Y = 2X^2 + 3$ τότε $E(Y) = 39$
 (iii) $Var(2X + 3) = 63$
 (iv) Δεν ισχύει τίποτε από τα παραπάνω

(στ-2) Η κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών X και Y δίνεται από τον τύπο:

$$f(x, y) = \beta^2 e^{-\beta(x+y)}, x > 0, y > 0$$

όπου β είναι μία σταθερά.

- (i) Η τιμή της σταθεράς $\beta = 2$
 (ii) Η τιμή της σταθεράς β μπορεί να είναι οποιαδήποτε θετική πραγματική τιμή.
 (iii) Δεν υπάρχει πραγματική τιμή της σταθεράς β ώστε η f να αποτελεί (κοινή) συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της X .
 (iv) Η τιμή της σταθεράς β μπορεί να είναι οποιαδήποτε πραγματική τιμή.

(ζ-2) Εάν A και B δύο ενδεχόμενα για τα οποία ισχύει $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.2$ και $P(A' \cap B') = 0.40$, τότε τι από τα παρακάτω ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ:

(i) $P(A \cup B) = 0.60$

(ii) τα ενδεχόμενα A και B είναι ανεξάρτητα

(iii) τα ενδεχόμενα A και B είναι ασυμβίβαστα

(iv) $P(A \cap B') = 0.40$

Άσκηση 3 (19 μονάδες)

Στο Γενικό Τμήμα ενός Πολυτεχνείου υπάρχουν 15 καθηγητές (άνδρες και γυναίκες) με τις εξής ειδικότητες: 8 Μαθηματικού, 4 Φυσικού και 3 Χημικού. Πρόκειται να σχηματίσουμε μια τριμελή επιτροπή από αυτά, για ένα μειοδοτικό διαγωνισμό.

(α-3) Ποιά η πιθανότητα, στην επιτροπή που σχηματίζεται, να συμμετέχει ένας καθηγητής από κάθε ειδικότητα;

(β-3) Ποιά η πιθανότητα, στην επιτροπή που σχηματίζεται να συμμετέχει ένας τουλάχιστον καθηγητής με ειδικότητα Μαθηματικού;

(γ-3) Εάν 4 από τους Μαθηματικούς, 1 από τους Φυσικούς και 2 από τους Χημικούς είναι γυναίκες, ποιά η πιθανότητα στην επιτροπή να συμμετέχουν δύο άτομα του ίδιου φύλου;

(δ) Εάν η επιτροπή αποτελείται από πρόεδρο, γραμματέα και μέλος:

(i-3) Ποιά η πιθανότητα ο πρόεδρος να έχει ειδικότητα Φυσικού;

(ii-3) Εάν η αντιπρύτανης οικονομικών υποθέσεων του Πολυτεχνείου (η οποία δεν είναι μέλος του Τμήματος) συμμετέχει πάντα σαν πρόεδρος της επιτροπής, ποιά η πιθανότητα το μέλος να έχει ειδικότητα Μαθηματικού;

(iii-4) Ποιά η πιθανότητα στην επιτροπή που σχηματίζεται να συμμετέχει ένας καθηγητής από κάθε ειδικότητα;

(παρατήρηση: στα υποερωτήματα του (δ) δεν μας ενδιαφέρει το φύλο των καθηγητών).

Άσκηση 4 (14 μονάδες)

Η Δημόσια Επιχείρηση Πετρελαίου (Δ.Ε.ΠΕ) πρέπει να αποφασίσει αν θα κάνει ή όχι γεωτρήσεις σε διαφορετικές περιοχές της Ηπείρου. Σύμφωνα με την κρίση των υπευθύνων της εταιρείας, η οποία βασίζεται τόσο σε προηγούμενη εμπειρία αλλά και σε αρχική ανάλυση των χαρακτηριστικών των περιοχών, μια περιοχή μπορεί να βρεθεί (χαρακτηριστεί) σε ένα από ακόλουθα τρία ενδεχόμενα-καταστάσεις: ξερή τρύπα, περιοχή με μέτρια κοιτάσματα πετρελαίου και περιοχή με μεγάλα κοιτάσματα πετρελαίου με πιθανότητες 0.65, 0.30 και 0.05 αντίστοιχα. Οι εταιρείες εξόρυξης πετρελαίου χρησιμοποιούν ένα σεισμικό τεστ για την ανίχνευση ύπαρξης πετρελαίου. Το τεστ αυτό έχει θετικά αποτελέσματα στο 80% των περιπτώσεων ύπαρξης μεγάλου κοιτάσματος, στο 60% των περιπτώσεων ύπαρξης μετρίου κοιτάσματος και στο 20% στις περιοχές ξερής τρύπας.

(α-3) Εάν η Δ.Ε.ΠΕ κάνει ένα σεισμικό τεστ, ποια η πιθανότητα το τεστ να βγει θετικό;

(β-2) Ποια είναι η πιθανότητα ένα σεισμικό τεστ, που γίνεται σε μια από τις περιοχές, να βγει θετικό και η περιοχή να περιέχει μέτρια κοιτάσματα πετρελαίου;

(γ-3) Εάν ένα σεισμικό τεστ που κάνει η Δ.Ε.ΠΕ έχει θετικό αποτέλεσμα, ποιά η πιθανότητα να έχει γίνει σε περιοχή που χαρακτηρίζεται ξερή τρύπα;

(δ-2) Είναι τα γεγονότα «το αποτέλεσμα του σεισμικού τεστ είναι αρνητικό» και η «περιοχή έχει μεγάλη ποσότητα πετρελαίου» ανεξάρτητα;

(ε-4) Εάν ένα σεισμικό τεστ έχει θετικό αποτέλεσμα, ποιά η πιθανότητα να έχει γίνει σε περιοχή με μέτρια ή μεγάλη ποσότητα πετρελαίου;

Άσκηση 5 (19 μονάδες)

Έστω X μία συνεχής τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας που δίνεται από τον τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{αλλού} \end{cases}$$

όπου c μια σταθερά.

(α-2) Να υπολογιστεί η τιμή της σταθεράς c .

(β-4) Να υπολογιστεί η μέση τιμή και η διασπορά της X .

(γ-4) Να βρεθεί η αθροιστική συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής X .

(δ-2) Να υπολογιστεί η πιθανότητα η X να παίρνει τιμές μεγαλύτερες του 0.25.

(ε-3) Αν είναι γνωστό πως η X είναι μεγαλύτερη του 0.5, ποια είναι η πιθανότητα να είναι μικρότερη του 0.75;

(στ-4) Υπολογίστε την πιθανότητα $P(6X^2 > 5X - 1)$.

Άσκηση 6 (19 μονάδες)

Έστω (X, Y) ένα διδιάστατο τυχαίο διάνυσμα με από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{-x(y+1)}, & 0 < x < \infty, \quad 0 < y < \infty \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

(α-5) Βρείτε τις περιθώριες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών X, Y .

(β-2) Εξετάστε αν οι μεταβλητές X, Y είναι ανεξάρτητες ή όχι.

(γ-3) Υπολογίστε τη μέση τιμή της X .

(δ-2) Βρείτε τη δεσμευμένη πυκνότητα πιθανότητας της τ.μ X όταν $Y = 2$.

(ε-4) Βρείτε την πιθανότητα $P(X > \frac{2}{3} | Y = 2)$.

(στ-3) Βρείτε τη διάμεσο της τ.μ X .

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!